**NHÓM 4 : DÃY SỐ - GIỚI HẠN DÃY SỐ - GIỚI HẠN HÀM SỐ**

(TÁCH TỪ ĐỀ THI)

II. PHÂN LOẠI CÁC DẠNG TOÁN

1. XÁC ĐỊNH SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

1.1. DỰ ĐOÁN SỐ HẠNG TỔNG QUÁT VÀ CHỨNG MINH BẰNG QUY NẠP

1. Cho dãy số  được xác định bởi :  và

 với mọi 

Tính giới hạn 

**Hướng dẫn giải**

Ta có: 





=

Do đó ta suy ra : 

Ta chứng minh . Thật vậy với , ta có 

Giả sử với  ta có : 

Ta có :  theo (\*) hay  trong



1. Cho hàm số  thỏa mãn điều kiện  với mọi . Chứng minh rằng  với mọi .

**Hướng dẫn giải**

Ta có: 

Từ (1) suy ra  (2)

Khi đó 

Xét dãy ,  được xác định như sau:  và .

Ta sẽ chứng minh bằng quy nạp theo *n* rằng với mỗi  luôn có

với  (3)

Thật vậy, khi  thì theo (2), ta có ngay (3)

Giả sử mệnh đề (3) đúng với . Khi đó



Vậy (3) đúng với .

Tiếp theo ta chứng minh . Thật vậy, ta thấy ngay . Do đó:, suy ra dãy  tăng ngặt.

Dãy  tăng và bị chặn trên nên hội tụ. Đặt  thì  với , suy ra . Vậy .

Do đó từ (3) suy ra  với mỗi  (đpcm).

1. Tìm tất cả các hàm số  thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau đây

1.  với mọi .

2.  với mỗi .

**Hướng dẫn giải**

 và bởi vì  cho nên 







Dùng quy nạp theo  ta CM được 

Cố định  ta có 

Xét dãy  ta có:



Vậy 

Vậy 

Kết hợp (1) và (3) ta được 

Từ (2) . Kết hợp (2) và (4) ta được . Thử lại  ta thấy đúng. Vậy 

Kết hợp (1) và (3) ta được 

Từ (2) . Kết hợp (2) và (4) ta được . Thử lại  ta thấy đúng.

1.2. DÃY SỐ CHO BỞI CÔNG THỨC TRUY HỒI

1. Cho dãy số xác định bởi . Chứng minh rằng dãy số đã cho có giới hạn hữu hạn.

**Hướng dẫn giải**

Trước hết, bằng quy nạp, ta dễ dàng có  và dãy số đã cho là dãy tăng.

Ta có :



Giả sửvới . Ta có: 

Theo nguyên lý quy nạp ta có .

Ta có : thật vậy :  ;

Do đó .

Ta có với thì

Do đó  thì 

Suy ra 

Vậy dãy đã cho tăng và bị chặn trên nên có giới hạn hữu hạn.

1. Cho dãy sốxác định như sau 

a) Xác định số hạng tổng quát 

b) Tính 

**Hướng dẫn giải**

Biến đổi ta được:với  khi đó:

nghĩa là dãy là một cấp số cộng của 





1. Cho dãy số được xác định như sau

,

với mọi . Chứng minh rằng dãy số  có giới hạn và tìm giới hạn đó.

**Hướng dẫn giải**

Từ công thức truy hồi của dãy ta được



Do đó . Từ đó .

1. Cho dãy số  xác định bởi 

Đặt . Tính .

**Hướng dẫn giải**

Cho dãy số  xác định bởi 

Đặt . Tính .

Ta có 

Từ đó bằng quy nạp ta chứng minh được .



Từ  suy ra 

Do đó 

Ta chứng minh .

Thật vậy, ta có 

Suy ra  là dãy tăng, ta có 

Giả sử ngược lại  bị chặn trên và là dãy tăng nên  thì . Khi đó  (vô lý). Suy ra  không bị chặn trên, do đó 

Vậy .

1.3. PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC TRƯNG

1.4. PHƯƠNG PHÁP DÃY SỐ PHỤ

1.5. DÃY SỐ SINH BỞI PHƯƠNG PHƯƠNG TRÌNH

1.6. SỬ DỤNG PHÉP THẾ LƯỢNG GIÁC

1.7. CÁC DẠNG KHÁC

2. MỘT SỐ DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TÍNH CHẤT CỦA DÃY SỐ

3. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

3.1. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐỊNH NGHĨA

3.2. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN

3.3. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐỊNH LÍ KẸP

1. Tìm tất cả các hàm số  thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau đây:

1.  với mọi  .

2.  với mỗi  .

**Hướng dẫn giải**

 và bởi vì  nên 







Dùng quy nạp theo  ta CM được 

Cố định  ta có 

Xét dãy  ta có :  .

Vậy 

Vậy 

Kết hợp ( 1) và (3) ta được 

Từ (2)  . Kết hợp ( 2) và (4) ta được  .

Thử lại  ta thấy đúng.

3.3. CÁC DẠNG KHÁC

4. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

4.1. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐỊNH NGHĨA

4.2. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN

1. Tính giới hạn 

**Hướng dẫn giải**



1. Tính giới hạn:



**Hướng dẫn giải**

Ta có 





4.3. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐỊNH LÍ KẸP

4.3. TÍNH GIỚI HẠN BẰNG ĐẠO HÀM

4.4. CÁC DẠNG KHÁC

------HẾT------