

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không tính thời gian giao đề)

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

- Câu 1:** Cho $a+b=1$, Tính giá trị của biểu thức: $C = 2(a^3 + b^3) - 3(a^2 + b^2)$
A. 1. B. -1. C. -4. D. 4.
- Câu 2:** Cho $x+y=9; xy=14$. Tính $x^3 + y^3$
A. -351. B. 351 C. 27 D. -27
- Câu 3:** Tìm số tự nhiên n để $-4x^n y^5$ chia hết cho $7x^4 y^n$
A. $n \in \{4\}$ B. $n \in \{5\}$ C. $n \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ D. $n \in \{4; 5\}$
- Câu 4:** Đa thức $f(x) = 4x^3 + ax + b$ chia hết cho các đa thức $x-2; x+1$. Tính $2a - 3b$.
A. 0 B. 4 C. 8 D. 12
- Câu 5:** Giá trị lớn nhất của các biểu thức $C = -x^2 + 4x + 2020$ bằng
A. 2020 B. -2022 C. 2024 D. -2024
- Câu 6:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 4a + 5$
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- Câu 7:** Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn $(x-1)^4 + (x+3)^4 = 82$
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 8:** Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Xác định các hệ số a, b, c biết $f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$
A. $a = 2; b = 3; c = 2$ B. $a = -1; b = 6; c = 2$
C. $a = 1; b = -6; c = 2$ D. $a = -2; b = 3; c = 2$
- Câu 9:** Tìm a, b sao cho $f(x) = x^4 - x^3 y - x^2 y^2 + axy^3 + by^4; g(x) = x^2 - 2xy + 3y^2$
A. $a = 1; b = 6$ B. $a = 1; b = -6$
C. $a = 7; b = -6$ D. $a = -7; b = 6$
- Câu 10:** Cho tứ giác $ABCD$ có O là giao điểm các tia phân giác của các góc C và D . Số đo $\angle EOD$ biết $\angle A = 120^\circ, \angle B = 90^\circ$ là
A. 75° B. 85° C. 95° D. 105°
- Câu 11:** Tam giác ABC có diện tích $30m^2$. Điểm D trên cạnh AC sao cho $AD = \frac{1}{3}AC$. Gọi E là trung điểm của AB . Tính diện tích tứ giác $BEDC$?
A. $25m^2$ B. $20m^2$
C. $15m^2$ D. $10m^2$
- Câu 12:** Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?
A. $\frac{12}{216}$ B. $\frac{1}{216}$ C. $\frac{6}{216}$ D. $\frac{3}{216}$

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^4 + 2023x^2 + 2022x + 2023$.

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1$$

Câu II. (4 điểm)

a) Giải phương trình: $(x-1)^3 + (x+2)^3 = (2x+1)^3$

b) Tìm hai số a, b thỏa mãn các đẳng thức sau: $a^2 + 8b^2 = 12$ và $a^3 + 2ab^2 + 12b = 0$.

Câu III. (3 điểm)

a) Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 người thì thừa 1 người. Nếu bớt đi 1 ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 người.

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n + 12$ và $n - 11$ đều là số chính phương.

Câu IV. (6 điểm)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC . Gọi I là giao điểm của BF và CE .

a) Chứng minh $EB \cdot FC = EH \cdot FH$.

b) Chứng minh $IB \cdot IF = IC \cdot IE$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BH và HC . Chứng minh $S_{MNFE} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.

Câu IV. (1 điểm)

Cho $x, y, z > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$.
..... **HẾT**

Họ tên học sinh:; Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.A	5.C	6.B	7.B	8.B	9.C	10.D
11.A	12.C								

Câu 1: Cho $a+b=1$, Tính giá trị của biểu thức: $C = 2(a^3 + b^3) - 3(a^2 + b^2)$
A. 1. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 4.

Giải

Ta có: $C = 2(a^3 + b^3) - 3(a^2 + b^2) = 2(a+b)(a^2 - ab + b^2) - 3(a^2 + b^2)$
 $= 2(a^2 - ab + b^2) - 3(a^2 + b^2)$
 $= 2(a^2 + b^2) - 2ab - 3(a^2 + b^2) = -(a^2 + b^2 - 2ab) = -(a+b)^2 = -1$

Đáp án cần chọn là. B.

Câu 2: Cho $x+y=9$, $xy=14$, Tính $x^3 + y^3$
A. 351. **B.** -351 **C.** 27 **D.** -27

Giải

Ta có: $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 9^3 - 3.14.9 = 351$

Đáp án cần chọn là. A.

Câu 3: Tìm số tự nhiên n để $-4x^n y^5$ chia hết cho $7x^4 y^n$
A. $n \in \{4\}$ **B.** $n \in \{5\}$ **C.** $n \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ **D.** $n \in \{4; 5\}$

Giải

Ta có $-4x^n y^5 : 7x^4 y^n = -\frac{4}{7}x^{n-4}y^{5-n}$
 Để $-4x^n y^5$ chia hết cho $7x^4 y^n$ thì $n-4 \geq 0$ và $5-n \geq 0$
 Suy ra $4 \leq n \leq 5$. Do $n \in \mathbb{N}$ nên $n \in \{4; 5\}$.

Đáp án cần chọn là. D.

Câu 4: Đa thức $f(x) = 4x^3 + ax + b$ chia hết cho các đa thức $x-2; x+1$. Tính $2a - 3b$.
A. 0 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 12

Giải

Ta có: Đa thức $f(x) = 4x^3 + ax + b$ chia hết cho các đa thức $x-2; x+1$ nên:

$$f(2) = 0 \Rightarrow 32 + 2a + b = 0 \quad (1)$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow -4 - a + b = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tìm được $a = -12; b = -8$

Vậy $2a - 3b = 0$.

Đáp án cần chọn là. A.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của các biểu thức $C = -x^2 + 4x + 2020$ bằng
A. 2020 **B.** -2022 **C.** 2024 **D.** -2024

Giải

Ta có: $C = -x^2 + 4x + 2020 = -(x^2 - 4x + 4) + 2024$

$$= -(x-2)^2 + 2024$$

Vì $-(x-2)^2 \leq 0$ với $\forall x$

Nên $C = -(x-2)^2 + 2024 \leq 2024$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

Vậy $\text{Max } C = 2024$

Đáp án cần chọn là. C.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 4a + 5$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Giải

Ta có: $A = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 4a + 5 = a^2(a^2 + 2) - 2a(a^2 + 2) + (a^2 + 2) + 3 = (a^2 + 2)(a^2 - 2a + 1) + 3 \geq 3$

Dấu bằng khi $a=1$

Vậy $\text{Min } A = 3$

Đáp án cần chọn là. B.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn $(x-1)^4 + (x+3)^4 = 82$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

Đặt $y = x+1$ thì phương trình đã cho thành $y^4 + 24y^2 - 25 = 0$. Giải được $y^2 = 1$ (chọn);

$y^2 = -25$ (loại)

Với $y^2 = 1$, giải được $x = 0; x = -2$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2; 0\}$.

Đáp án cần chọn là. B.

Câu 8: Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Xác định các hệ số a, b, c biết

$f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$

A. $a = 2; b = 3; c = 2$

B. $a = -1; b = 6; c = 2$

C. $a = 1; b = -6; c = 2$

D.

$a = -2; b = 3; c = 2$

Giải

Vì $f(0) = 2 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$

$f(1) = 7 \Rightarrow a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \Rightarrow a + b + c = 7 \Rightarrow a + b = 5$ (1)

$f(-2) = -14 \Rightarrow a(-2)^2 + b(-2) + c = -14 \Rightarrow 4a - 2b + c = -14 \Rightarrow 2a - b = -8$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = -1; b = 6$.

Đáp án cần chọn là. B.

Câu 9: Tìm a, b sao cho $f(x) = x^4 - x^3y - x^2y^2 + axy^3 + by^4; g(x) = x^2 - 2xy + 3y^2$

A. $a = 1; b = 6$

B. $a = 1; b = -6$

C. $a = 7; b = -6$

D. $a = -7; b = 6$

Giải

Thực hiện phép chia ta được: $f(x) = g(x) \cdot (x^2 + xy - 2y^2) + (a-7)xy^3 + (b+6)y^4$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-7=0 \\ b+6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=-6 \end{cases}$$

Để phép chia hết thì dư phải bằng 0

Đáp án cần chọn là. C.

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$ có O là giao điểm các tia phân giác của các góc C và D . Số đo $\angle EOD$ biết $\angle A = 120^\circ, \angle B = 90^\circ$ là

- A. 75° . B. 85° . C. 95° . D. 105° .

Giải

Tứ giác $ABCD$ có $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ \Rightarrow 120^\circ + 90^\circ + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$$\Rightarrow \angle C + \angle D = 150^\circ \Rightarrow \angle C_1 + \angle D_1 = (\angle C + \angle D) : 2 = 150^\circ : 2 = 75^\circ$$

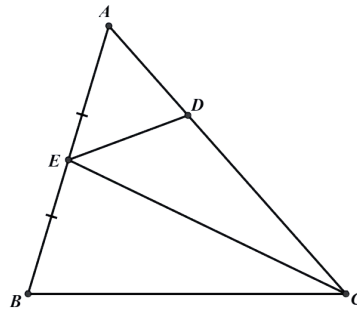
$\triangle COD$ có $\angle C_1 + \angle D_1 = 75^\circ$ nên $\angle EOD = 180^\circ - (\angle C_1 + \angle D_1) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

Đáp án cần chọn là. **D.**

Câu 11: Tam giác ABC có diện tích $30m^2$. Điểm D trên cạnh AC sao cho $AD = \frac{1}{3}AC$. Gọi E là trung điểm của AB . Tính diện tích tứ giác $BEDC$?

- A. $25m^2$. B. $20m^2$.
C. $15m^2$. D. $10m^2$.

Giải



Vì $AE = EB$ nên $S_{CAE} = S_{CBE} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2}.30 = 15(m^2)$

Mặt khác $DC = \frac{2}{3}AC$ nên $S_{CDE} = \frac{2}{3}S_{CBE} = \frac{2}{3}.15 = 10(m^2)$

$$S_{BEDC} = S_{CEB} + S_{CDE} = 15 + 10 = 25(m^2)$$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 12: Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

- A. $\frac{12}{216}$. B. $\frac{1}{216}$. C. $\frac{6}{216}$. D. $\frac{3}{216}$.

Giải

Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau".

Ta có 6 trường hợp xuất hiện biến cố A là $(1;1;1), (2;2;2), (3;3;3), \dots, (6;6;6)$.

Với mỗi con súc sắc, khi gieo có thể xảy ra 6 kết quả từ 1 chấm, 2 chấm, ..., 6 chấm. Có 3 con súc sắc như vậy sẽ có $6.6.6=216$ kết quả có thể xảy ra khi gieo cả ba con súc sắc.

Vậy xác suất cần tính để biến cố A xảy ra là: $\frac{6}{216}$.

Đáp án cần chọn là. **C.**

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
-----	----------	------

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^4 + 2023x^2 + 2022x + 2023$.

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1$$

a)	a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $x^4 + 2023x^2 + 2022x + 2023$ $= (x^4 - x) + 2023x^2 + 2023x + 2023$ $= x(x - 1)(x^2 + x + 1) + 2023(x^2 + x + 1)$ $= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2023).$	1đ
b)	Do $abc = 1$ nên $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1}$ $= \frac{abc}{ab \cdot bc + bca + bc} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{cb}{acb+bc+b}$ $= \frac{1}{bc+b+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{bc}{1+bc+b} = 1$	1đ

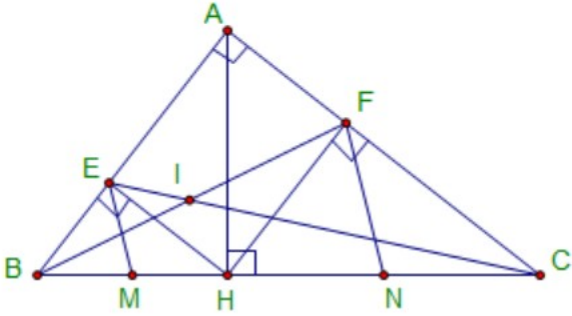
Câu II. (4 điểm)

a) Giải phương trình: $(x-1)^3 + (x+2)^3 = (2x+1)^3$

b) Tìm hai số $a; b$ thỏa mãn các đẳng thức sau: $x^3 + y^3 = 65$ và $x^2y + xy^2 = 20$

	a) Đặt $a = x - 1$; $b = 2x + 1$; $c = x + 2$ Khi đó $a - b + c = 0$; $a^3 - b^3 + c^3 = 0$ (1) ta có $a^3 - b^3 + c^3 + 3abc = (a - b + c)(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc - ac)$ Kết hợp với (1) ta được $0 + 3abc = 0 \cdot (a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc - ac) \Leftrightarrow 3abc = 0$ a) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2x + 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}$ Vì $3abc = 0$ $x \in \left\{ 1; -2; -\frac{1}{2} \right\}$ Vậy	1đ 1đ
b)	b) Ta có: $x^2y + xy^2 = 20 \Leftrightarrow 3x^2y + 3xy^2 = 60$ Ta lại có: $x^3 + y^3 = 65$ Suy ra: $x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 = 125 \Leftrightarrow x + y = 5$ Để dàng suy ra: $xy = 4$ Suy ra: $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$	1đ 1đ

	Vậy hai số $(x; y)$ là $(4; 1)$ hoặc $(1; 4)$	
Câu III. (3 điểm)		
a) Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 người thì thừa 1 người. Nếu bớt đi 1 ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 người. b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n + 12$ và $n - 11$ đều là số chính phương.		
	a) Gọi số ô tô lúc đầu là $x (x \in \mathbb{N}, x \geq 2)$ số học sinh đi cắm trại sẽ là $22x + 1$ Theo giả thiết nếu số xe là $x - 1$ thì số học sinh phân phối đều cho tất cả các xe. Khi đó mỗi xe chở y học sinh $(y \in \mathbb{N}, 0 < y \leq 30)$, ta có $(x - 1)y = 22x + 1 \Leftrightarrow y = \frac{22x + 1}{x - 1} = 22 + \frac{23}{x - 1}$ Vì $x, y \in \mathbb{N}$ nên $x - 1$ phải là ước số của 23, mà 23 nguyên tố nên: $+ x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2 \text{ suy ra } y = 22 + \frac{23}{1} = 45 \text{ (trái giả thiết)}$ $+ x - 1 = 23 \Leftrightarrow x = 24 \text{ suy ra } y = 22 + \frac{23}{23} = 23 < 30$ Vậy ô tô là 24 và số học sinh là $22 \cdot 24 + 1 = 529$ a) Giả sử $n + 12 = a^2$ và $n - 11 = b^2, (a, b \in \mathbb{N}, a > b)$ Suy ra: $a^2 - b^2 = n + 12 - n + 11 = 23 \Rightarrow (a + b)(a - b) = 23 \cdot 1$, Vì $a + b > a - b > 0$ $\begin{cases} a + b = 23 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 11 \end{cases} \Rightarrow n = 132$ Khi đó: Vậy $n = 132$	1đ 1đ 1đ
Câu IV. (6 điểm)		
Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Gọi I là giao điểm của BF và CE. a) Chứng minh $EB \cdot FC = EH \cdot FH$. b) Chứng minh $IB \cdot IF = IC \cdot IE$. c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BH và HC. Chứng minh $S_{MNFE} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.		

		
a)	a) Chứng minh $EB \cdot FC = EH \cdot FH$ +) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle EBH$ có $\angle BAC = \angle BEH (=90^\circ)$ $\angle ABC$ là góc chung $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EBH$ (g.g) (1) +) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle FHC$ có $\angle BAC = \angle FHC (=90^\circ)$ $\angle ACB$ là góc chung $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle FHC$ (g.g) (2) Từ (1) và (2) suy ra : $\triangle EBH \sim \triangle FHC$ $\frac{EB}{FH} = \frac{EH}{FC} \Rightarrow EB \cdot FC = EH \cdot FH$ Suy ra : (đpcm)	1đ 0,5đ 0,5đ
b)	+) Xét tứ giác $AEHF$ có $\angle AEH = \angle AFH = \angle EAF (=90^\circ)$ Suy ra tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật Suy ra : $\angle AEF = \angle HAB$ (3) Có : $\angle ACB = \angle HAB$ (cùng phụ với góc $\angle HAC$) (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow \angle AEF = \angle ACB$ +) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle AFE$ có $\angle BAC$ là góc chung $\Rightarrow \angle AEF = \angle ACB$ $\Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AE}$ Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle AFE$ (g.g) +) Xét $\triangle ABF$ và $\triangle ACE$ có $\frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AE}$ (cm trên) $\angle BAF$ là góc chung $\Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle ACE$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle ABF = \angle ACE$ hay $\angle EBI = \angle FCI$ +) Xét $\triangle BIE$ và $\triangle CIF$ có $\angle EBI = \angle FCI$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ

	$BIE = EIF$ Suy ra $\triangle BEI \sim \triangle CFI$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IB}{IC} = \frac{IE}{IF} \Rightarrow IB.IF = IC.IE$ (đpcm)	
c)	c) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BH và HC $S_{MNFE} = \frac{1}{2} S_{ABC}$ Chứng minh Chứng minh được tứ giác MNFE là hình thang vuông $\Rightarrow S_{MNFE} = \frac{1}{2} EF(EM + FN)$ Chứng minh: $EM = \frac{1}{2} BH; FN = \frac{1}{2} CH$ $\Rightarrow EM + FN = \frac{1}{2} BC$ $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH.BC = \frac{1}{2} EF.BC \Rightarrow S_{MNFE} = \frac{1}{2} S_{ABC}$	1đ 1đ
Câu IV. (1 điểm) Cho $x; y; z > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$		
	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarzta có: $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = \frac{x^2}{x(y+z)} + \frac{y^2}{y(z+x)} + \frac{z^2}{z(x+y)}$ $\geq \frac{(x+y+z)^2}{2(xy+yz+zx)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{(x+y+z)^2}{3(xy+yz+zx)} \geq \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$ Vậy MinP= $\frac{3}{2}$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z$.	0,5đ 0,25đ 0,25đ

----- Hết -----

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.