

Bài 1: (4 điểm)1) Cho $x = 3 - \sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^5 - 8x^4 + 17x^3 + 6x^2 - 116x + 104$ 2) Cho các số dương x, y thỏa mãn: $7x^2 - 13xy - 2y^2 = 0$

$$A = \frac{2x - 6y}{7x + 4y}$$

Tính giá trị của biểu thức

Bài 2: (4 điểm)

1) Tìm 3 số nguyên tố biết rằng một trong ba số đó bằng hiệu các lập phương của hai số kia.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{6xy} = \frac{1}{6}$$

2) Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình:

Bài 3: (4 điểm)1) Cho a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2; a + b + c = abc$ Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$ 2) Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c , chu vi $2p$.Chứng minh rằng: $\frac{abc}{8} \geq (p-a)(p-b)(p-c)$ **Bài 4:** (6 điểm)1) Cho hình vuông $ABCD$. Qua A vẽ đường thẳng cắt cạnh BC tại E và cắt tia DC tại F . Chứng minh rằng: $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AD^2}$ 2) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$), đường cao AH (H thuộc BC). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E . Gọi M là trung điểm của BE . Chứng minh tam giác BHM đồng dạng với tam giác BEC . Tính số đo góc AHM .**Bài 5:** (2 điểm)Cho $a > 0; b > 0; a^2 + b^2 = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

----- Hết -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay)

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI LĂNG

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC MÔN TOÁN
VÒNG I

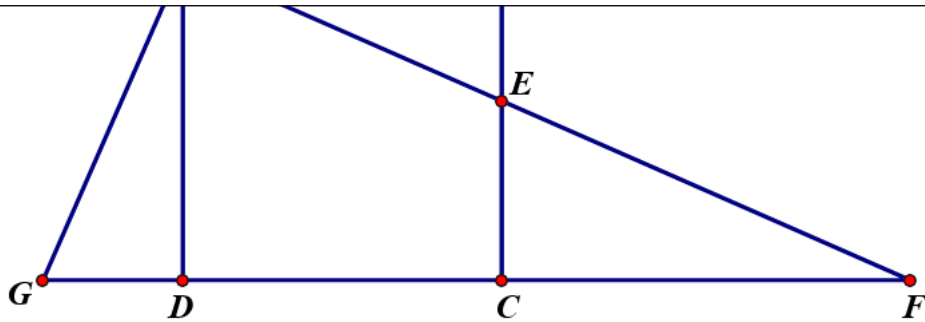
Câu	Ý	Hướng dẫn giải	Điểm
Bài 1: (4 điểm)		Bài 1: (4 điểm) 1) Cho $x = 3 - \sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^5 - 8x^4 + 17x^3 + 6x^2 - 116x + 104$ 2) Cho các số dương x, y thỏa mãn: $7x^2 - 13xy - 2y^2 = 0$ $A = \frac{2x - 6y}{7x + 4y}$ Tính giá trị của biểu thức	
	1	Ta có: $3 - x = \sqrt{5}$ $\Rightarrow (3 - x)^2 = 5$ $\Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0$ $A = x^5 - 8x^4 + 17x^3 + 6x^2 - 116x + 104$ $= (x^5 - 6x^4 + 4x^3) - 2(x^4 - 6x^3 + 4x^2) + (x^3 - 6x^2 + 4x) + 20(x^2 - 6x + 4) + 24$ $= 24$	0,5đ
		Ta có: $7x^2 - 13xy - 2y^2 = 0$ $\Leftrightarrow (7x + y)(x - 2y) = 0$ $\Leftrightarrow x = 2y$ (do $x, y > 0$) $A = \frac{2x - 6y}{7x + 4y} = \frac{4y - 6y}{14y + 4y} = \frac{-2y}{18} = \frac{-1}{9}$	1đ
		Thay $x = 2y$ vào A ta được:	
Bài 2: (4 điểm)	1	Bài 2: (4 điểm) 1) Tìm 3 số nguyên tố biết rằng một trong ba số đó bằng hiệu các lập phương của hai số kia. 2) Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{6xy} = \frac{1}{6}$	
		Gọi ba số nguyên tố cần tìm là a, b, c.	1đ

		<p>Ta có $c = a^3 - b^3$ chẳng hạn. Thế thì $c = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$</p> <p>Muốn c là số nguyên tố thì $a - b = 1$, điều này chỉ xảy ra khi các số nguyên tố là $a = 3; b = 2$. Suy ra $c = 27 - 8 = 19$</p> <p>Vậy ba số nguyên tố phải tìm là 2; 3; 19.</p>	1đ
		<p>Ta có:</p> $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{6xy} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6x - xy + 6y + 1 = 0$ $\Leftrightarrow x(6 - y) = -1 - 6y$ $\Leftrightarrow (-1 - 6y) : (6 - y)$ $\Rightarrow 6(6 - y) - 37 : (6 - y)$ $\Rightarrow (6 - y) \in U(37) = \{-1; 1; 37; -37\}$ $\Rightarrow (x; y) \in \{(43; 5); (5; 43)\}$	1đ
		<p>Ta có:</p> $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{6xy} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6x - xy + 6y + 1 = 0$ $\Leftrightarrow x(6 - y) = -1 - 6y$ $\Leftrightarrow (-1 - 6y) : (6 - y)$ $\Rightarrow 6(6 - y) - 37 : (6 - y)$ $\Rightarrow (6 - y) \in U(37) = \{-1; 1; 37; -37\}$ $\Rightarrow (x; y) \in \{(43; 5); (5; 43)\}$	1đ
Bài 3: (4 điểm)	1	<p>Bài 3: (4 điểm)</p> $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2; a + b + c = abc$ <p>1) Cho a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$</p> <p>Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$</p> <p>2) Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c, chu vi $2p$.</p> <p>Chứng minh rằng: $\frac{abc}{8} \geq (p - a)(p - b)(p - c)$</p>	
		<p>Ta có:</p> $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right)$ $= 4 - 2\frac{a+b+c}{abc} = 2$	2đ
		<p>Áp dụng BĐT Cauchy:</p> <p>Với $(p - a) + (p - b) \geq 2\sqrt{(p - a)(p - b)} \Leftrightarrow c \geq 2\sqrt{(p - a)(p - b)}$</p> $a = (p - b) + (p - c) \geq 2\sqrt{(p - b)(p - c)}$ <p>Tương tự: $b = (p - c) + (p - a) \geq 2\sqrt{(p - c)(p - a)}$</p> <p>Nhân từng vế, ta được:</p> $abc \geq 8(p - a)(p - b)(p - c) \Leftrightarrow \frac{abc}{8} \geq (p - a)(p - b)(p - c)$	1,5đ 0,5đ
Bài 4: (6 điểm)		<p>Bài 4: (6 điểm)</p> <p>1) Cho hình vuông $ABCD$. Qua A vẽ đường thẳng cắt cạnh</p>	

BC tại E và cắt tia DC tại F . Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AD^2}$$

2) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$), đường cao AH (H thuộc BC). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD < HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E . Gọi M là trung điểm của BE . Chứng minh tam giác BHM đồng dạng với tam giác BEC . Tính số đo góc AHM .



Vẽ đường thẳng qua A vuông góc với AF cắt DC tại G .

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADG$ có:

$$\widehat{ABE} = \widehat{ADG} = 90^\circ; AB = AD; \widehat{BAE} = \widehat{DAG}$$

$$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADG (\text{g.c.g})$$

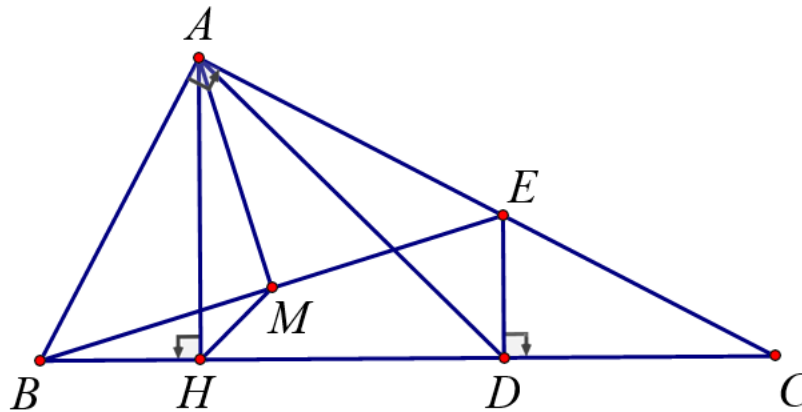
$$\Rightarrow AE = AG$$

Theo hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông AGF , ta có:

$$\frac{1}{AG^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AD^2}$$

Do đó:
$$\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AD^2}$$

2đ



Hai tam giác vuông CDE và CAB có góc C chung nên đồng dạng với nhau.

$$\Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$$

$$\Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle ADC (c.g.c) \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{ADC}$$

$$\Rightarrow \widehat{BEA} = \widehat{ADH} \text{ (cùng bù bởi hai góc bằng nhau)}$$

$$\text{Mà } \widehat{ADH} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{BEA} = \widehat{ADH} = 45^\circ$$

Do đó $\triangle ABE$ vuông cân tại A

Tam giác cân ABE có AM là đường trung tuyến nên đồng thời là cao. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao cho các tam giác vuông ABE và ABC ta có:

$$AB^2 = BM \cdot BE; AB^2 = BH \cdot BC$$

$$\Rightarrow BM \cdot BE = BH \cdot BC$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BH}{BE}$$

$$\Rightarrow \triangle BHM \sim \triangle BEC (c.g.c)$$

$$\Rightarrow \widehat{BHM} = \widehat{BEC} = \widehat{ADC} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AHM} = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

2đ

2đ

Bài 5:
(2 điểm)

Bài 5: (2 điểm)

Cho $a > 0; b > 0; a^2 + b^2 = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

Ta có:

2đ

	$a^2 + b^2 \geq 2ab; \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 2 \frac{1}{ab}$ $(a^2 + b^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \geq 2ab \cdot 2 \frac{1}{ab} = 4$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ <p>Vậy $\text{Min}Q = \frac{2}{5}$ khi $a = b = \sqrt{5}$</p>	
Tổng điểm		20 đ