|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT QUẬN CHƯƠNG MỸ** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **MÔN TOÁN 8**  **NĂM HỌC: 2022-2023**  **Thời gian làm bài: 150 phút** |

**Bài 1: (4,5 điểm)**

Cho biểu thức:  (với  và 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính giá trị của biểu thức  khi 

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên;

d) Tìm các giá trị của  để 

**Bài 2: (3 điểm)**

1) Xác định các số  biết  chia cho  dư  chia cho  dư 

2) Giải phương trình: 

**Bài 3: (3 điểm)**

1) Cho 

a) Chứng minh rằng  chia hết cho  với mọi 

b) Chứng minh rằng  không là số chính phương với mọi 

2) Tìm các số nguyên dương  thỏa mãn: 

**Bài 4: (2,5 điểm)**

1) Cho  Chứng minh: 

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Bài 5: (7 điểm)**

Cho tam giác  có  đường cao  Gọi  lần lượt là hình chiếu của  trên cạnh  và 

a) Chứng minh: 

b) Chứng minh rằng: 

c) Gọi  là giao điểm của  và  Chứng minh rằng 

d) Gọi  là trung điểm của  là giao điểm của  và  Chứng minh rằng  vuông góc với 

e)  Tính tỉ số 

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Bài 1: (4,5 điểm)**

Cho biểu thức:  (với  và 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính giá trị của biểu thức  khi 

c) Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên;

d) Tìm các giá trị của  để 

**Lời giải**

a) 







b) Ta có  với  và 

 hoặc 

 hoặc 

+ Với  không thỏa mãn điều kiện không thay vào 

+ Với  thỏa mãn điều kiện thay vào  ta được 

c) 

(với  và 



Để  nguyên  nguyên  là một ước của 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Kết hợp với điều kiện xác định ta được  thỏa yêu cầu bài toán.

d) Từ điều kiện suy ra:  (thỏa điều kiện)

**Bài 2: (3 điểm)**

1) Xác định các số  biết  chia cho  dư  chia cho  dư 

2) Giải phương trình: 

**Lời giải**

1)  chia cho  dư 



 (1)

 chia cho  dư 



 (2)

Từ (1)  thay vào (2)  ta được 

Với 

Vậy  thỏa yêu cầu bài toán.

2) 



Đặt 

Phương trình trở thành 

Với 

 hoặc 

Với  (vô nghiệm)

Vậy 

**Bài 3: (3 điểm)**

1) Cho 

a) Chứng minh rằng  chia hết cho  với mọi 

b) Chứng minh rằng  không là số chính phương với mọi 

2) Tìm các số nguyên dương  thỏa mãn: 

**Lời giải**

1) Ta có 







+ Ta có  là tích của  số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 

+  là tích của  số nguyên liên tiếp nên chia hết cho   chia hết cho 

Suy ra  chia hết cho  với mọi 

b) Xét biểu thức 

Theo câu a ta có  luôn chia hết cho  với mọi  là số nguyên  chia hết cho  với mọi  là số tự nhiên.

 Số tận cùng của  là 

 Số tận cùng của  là 

Mà tất cả các số chính phương chỉ có thể tận cùng là 

Vậy  không là số chính phương với mọi 

2) 



(Do  nguyên dương nên 

Mà  và  là nguyên tố cùng nhau nên  chia hết cho 

 hoặc  (vì 





Với 

Với 

**Bài 4: (2,5 điểm)**

1) Cho  Chứng minh: 

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Lời giải**

1) Ta có  (1)

Mặt khác:  (2)

Từ (1) và (2) ta có

 (3)

Tương tự: (4)

 (5)

 (6)

Cộng vế với vế của (3); (4); (5); (6) ta có

 (đpcm)

2) Ta có 



Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy giá trị nhỏ nhất của  bằng  khi 

**Bài 5: (7 điểm)**

Cho tam giác  có  đường cao  Gọi  lần lượt là hình chiếu của  trên cạnh  và 

a) Chứng minh: 

b) Chứng minh rằng: 

c) Gọi  là giao điểm của  và  Chứng minh rằng 

d) Gọi  là trung điểm của  là giao điểm của  và  Chứng minh rằng  vuông góc với 

e)  Tính tỉ số 

**Lời giải**

****

a) Ta có  tại  (vì  là hình chiếu của  trên 



 tại  (vì  là hình chiếu của  trên 



Xét tứ giác  có 

 là hình chữ nhật

 (tính chất hình chữ nhật)

b) Ta có  là hình chữ nhật (chứng minh trên)

 (tính chất hình chữ nhật)

Mà  (cùng phụ với 



Xét hai tam giác  và  có

Góc  chung, 

Suy ra  (g – g)



Mà 

Suy ra 

c) Xét hai tam giác  và  có

Góc  chung, 

Do đó  (g – g)

 (1)

Xét hai tam giác  và  có

Góc  chung, 

Do đó  (g – g)

 (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

d) Tam giác  vuông tại  trung tuyến 

 (tính chất trung tuyến trong tam giác vuông)

 cân tại  (tính chất tam giác cân)

Mà  



Mà 

 hay 

Xét tam giác  có

 mà  cắt  tại là trực tâm của 

e) 



Xét tam giác  vuông tại  ta có:





Mà  (tính chất trung tuyến tam giác vuông 



Xét hai tam giác  và có



 là góc chung

Do đó  (g – g)



**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**