|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ CHỌN ĐỘI DỰ TUYỂN THI HSG TỈNH THANH HOÁ**  **NĂM HỌC: 2020 - 2021**  **Môn thi: Toán** *Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)* |

**Bài 1  *( 4,0 điểm )***

1) Rút gọn biểu thức:  với .

2) Tính giá trị biểu thức:  với  thỏa mãn: .

**Bài 2  *( 4,0 điểm)***

1) Giải phương trình:.

2) Giải phương trình:.

**Bài 3  *( 4,0 điểm)***

1) Cho ,  là các số nguyên  sao cho  là số nguyên. Chứng minh  chia hết cho .

2) Tìm số nguyên tố , ,  thỏa mãn: .

**Bài 4  *( 6,0 điểm).*** Cho  nhọn, các đường cao , ,  cắt nhau tại *.* Trên ,  lấy ,  sao cho ; *.*

a) Chứng minh rằng: .

b) Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đường thẳng . Chứng minh:.

c) Chứng minh đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với , đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với  và đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với  đồng quy tại một điểm.

**Bài 5  *( 2,0 điểm)***.Cho , ,  là các số thực dương thỏa mãn: .

Chứng minh rằng: .

🙢 **HẾT** 🙠

**ĐÁP ÁN ĐỀ CHỌN ĐỘI DỰ TUYỂN THI HSG TỈNH**

**NĂM HỌC: 2020 – 2021**

**Môn Toán: Lớp 9**

**Bài 1  *( 4,0 điểm )***

1) Rút gọn biểu thức:  với .

2) Tính giá trị biểu thức:  với  thỏa mãn: .

**LỜI GIẢI**

1)Ta có:



2) Ta có:



Khi đó:







Suy ra:

.

Vậy với 

**Bài 2  *( 4,0 điểm)***

1) Giải phương trình:.

2) Giải phương trình:.

**LỜI GIẢI**

1) Điều kiện xác đinh: ; ; ; 



Vậy tập nghiệm của phương trình là 

2) Điều kiện xác định: 



Đặt:  Khi đó phương trình trở thành:



+) TH1: Nếu , ta có:



+) TH2: Nếu , ta có:



(vô nghiệm, vì )

Vậy tập nghiệm của phương trình là: 

**Bài 3  *( 4,0 điểm)***

1) Cho ,  là các số nguyên  sao cho  là số nguyên. Chứng minh  chia hết cho .

2) Tìm số nguyên tố , ,  thỏa mãn: .

**LỜI GIẢI**

1) Đặt  ;  ;  và .

Theo đề bài, ta có:



Mặt khác: ;  (với ,  là số nguyên)

 nên  hay .



Vậy 

2)Ta có:

và  khác tính chẵn, lẻ ;  khác tính chẵn, lẻ.

Mà ;  là các số nguyên tố nên ta xét các trường hợp sau:

+) TH1: , ta có:

 và  là lũy thừa của 2

Đặt .

Khi đó:  (vì  là số lẻ)

Suy ra  và 

+) TH 2: , , ta có:



Do  là số lẻ nên suy ra ,  (loại)

Vậy 

**Bài 4  *( 6,0 điểm).*** Cho  nhọn, các đường cao , ,  cắt nhau tại *.* Trên ,  lấy ,  sao cho ; *.*

a) Chứng minh rằng: .

b) Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đường thẳng . Chứng minh:.

c) Chứng minh đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với , đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với  và đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với  đồng quy tại một điểm.

**LỜI GIẢI**

a) Chứng minh rằng: .



Xét  vuông tại , đường cao .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, có:  (1)

Xét  vuông tại , đường cao .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, có:  (2)

Xét  và , có:



 chung

 (g.g)  (3)

Từ (1), (2) và (3), suy ra: 

b) Chứng minh: .



Xét  và , có:



 chung



Chứng minh tương tự, ta có: 

,  lần lượt là phân giác trong và phân giác ngoài tại đỉnh  của 



c)Gọi  là giao điểm của ba đường trung trực của 

 (vì  cân tại );  (vì  cân tại );  (vì  cân tại )



Lại có: 

Chứng minh tương tự, ta có: ; .

Vậy đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với , đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với  và đường thẳng đi qua điểm  vuông góc với  đồng quy tại điểm .

**Bài 5  *( 2,0 điểm)***.Cho , ,  là các số thực dương thỏa mãn: .

Chứng minh rằng: .

**LỜI GIẢI**

Áp dụng bất đẳng thức , ta có:



Mặt khác, ta có: 

 (1)

Áp dụng bắt đẳng thức Cô-si, có:



Từ (1) và (2), suy ra: 

Chứng minh tương tự, ta có:

; 

Do đó:



Dấu  xảy ra khi: .

🙢 **HẾT** 🙠