



Chương

Bài 1.

NGUYÊN HÀM



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

- » Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu
- A. $F(x) = -f(x), \forall x \in K.$ B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$
C. $F(x) = f(x), \forall x \in K.$ D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

👉 Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

- » Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
- A. $F(x) = f'(x).$ B. $F'(x) = f(x).$
C. $(\int f(x)dx)' = F(x).$ D. $\int f(x)dx = F(x) + C.$

👉 Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa suy ra A sai.

- » Câu 3. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:
- (I) $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.
(II) $kF(x)$ là một nguyên hàm của $k.f(x)$ với $k \in \mathbb{R}^*$.
(III) $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Các mệnh đề đúng là

- A. (I) và (II). B. Cả 3 mệnh đề. C. (I) và (III). D. (II) và (III).

👉 Lời giải

Chọn A

Theo tính chất nguyên hàm thì (I) và (II) là đúng, (III) sai.

- » Câu 4. Cho $\int f(x)dx = F_1(x), \int g(x)dx = F_2(x)$. Tính $I = \int [2g(x) - f(x)]dx$.
- A. $2F_1(x) - F_2(x) + C$ B. $F_2(x) - F_1(x) + C$



C. $2F_2(x) - F_1(x) + C$

D. $|F_1(x) + F_2(x)| + C$

👉 **Lời giải**

Chọn C

Do $I = \int [2g(x) - f(x)] dx = 2 \int g(x) dx - \int f(x) dx = 2F_2(x) - F_1(x) + C$

» **Câu 5.** Cho $\int 5^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x) = 5^x \ln 5$

B. $F'(x) = 5^x + C$

C. $F'(x) = -5^x$

D. $F'(x) = 5^x$

👉 **Lời giải**

Chọn D

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số 5^x nên $F'(x) = 5^x$.

» **Câu 6.** $\int x^4 dx$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $x^5 + C$

D. $5x^5 + C$

👉 **Lời giải**

Chọn A

$\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$

» **Câu 7.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$

👉 **Lời giải**

Chọn B

$\int f(x) dx = \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

» **Câu 8.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$

B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

» **Câu 9.** Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$

B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$

C. $f(x) = e^{2x}$

D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

👉 **Lời giải**

Chọn A



Ta có $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

» **Câu 10.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{x^4 + 2}{x^2} dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

» **Câu 11.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$

D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0$

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ nên đáp án C sai.

» **Câu 12.** Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{x} + C$

B. $\int \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{x^3}{3} - 2x + \frac{1}{x} + C$

C. $\int \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{x} \right)^3 + C$

D. $\int \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{x} \right)^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) + C$

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $\int \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 dx = \int \left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{x} + C$.

» **Câu 13.** Hàm số $F(x) = x \sin x + \cos x + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = x \sin x$

B. $f(x) = -x \cos x$

C. $f(x) = -x \sin x$

D. $f(x) = x \cos x$

👉 **Lời giải**

Chọn D

$F(x) = (x \sin x + \cos x + 2024)' = \sin x + x \cos x - \sin x = x \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$ trên $\mathbb{R}$.

» **Câu 14.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là

A. $x^3 + x^2 + 5$

B. $x^3 + x + C$

C. $x^3 + x^2 + 5x + C$

D. $x^3 + x^2 + C$

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có $\int f(x)dx = \int (3x^2 + 2x + 5)dx = x^3 + x^2 + 5x + C$

» **Câu 15.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)$

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C$

C. $F(x) = 2x + 3 + C$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C$

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$\int (x+1)(x+2)dx = \int (x^2 + 3x + 2)dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$$

» **Câu 16.** Tìm nguyên hàm $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$

A. $F(x) = -\cos x - \sin x + C$

B. $F(x) = \cos x + \sin x + C$

C. $F(x) = \cot x - \tan x + C$

D. $F(x) = -\cot x - \tan x + C$

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\cot x - \tan x + C$

» **Câu 17.** Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2024$

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2023$

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2023$

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2022$

D. $F(x) = x^2 + e^x - 2024$

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có:

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (2x + e^x)dx = x^2 + e^x + C$$

$$F(0) = 2024 \Rightarrow C = 2023 \Rightarrow F(x) = x^2 + e^x + 2023$$

» **Câu 18.** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = \sin x + 1.$

B. $F(x) = -\sin x + 1.$

C. $F(x) = \cos x.$

D. $F(x) = -\cos x + 2.$

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int \cos x dx = \sin x + C.$

Vì $F(0) = 1$ nên $\sin 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$

Vậy $F(x) = \sin x + 1.$

» **Câu 19.** Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên i sao cho $F(0) = 2024$. Tính $F(1)$.



A. $e + 2025$.

B. $e - 2024$.

C. $e + 2024$.

D. $e - 2025$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$.

Vì $F(0) = 2024$ nên $0^2 + e^0 + C = 2024 \Leftrightarrow C = 2023$.

Suy ra $F(x) = x^2 + e^x + 2023$.

Vậy $F(1) = 1^2 + e^1 + 2023 = e + 2024$.

» **Câu 20.** Hàm số $F(x) = \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + x\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_1(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$

B. $f_3(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$

C. $f_2(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2\sqrt{x}}$

D. $f_2(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}}$

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $F(x) = (\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + x\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{3}} + 2\sqrt{x} + x^{\frac{3}{2}} \right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$

» **Câu 21.** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $f(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2}$, biết $F(1) = \frac{5}{2}$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = 2 + 9\ln 2$

B. $F(2) = -2 + 9\ln 2$

C. $F(2) = 1 + 9\ln 2$

D. $F(2) = 7$

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $F(x) = \int \frac{x(x-3)^2}{x^2} dx = \int \frac{x(x^2 - 6x + 9)}{x^2} dx = \int \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2} dx$
 $= \int \left(x - 6 + \frac{9}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - 6x + 9\ln|x| + C$

Vì $F(1) = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - 6 + C = \frac{5}{2} \Rightarrow C = 8$ suy ra $F(x) = \frac{x^2}{2} - 6x + 9\ln|x| + 8$

Vậy $F(2) = -2 + 9\ln 2$

» **Câu 22.** Cho hàm số $f(x) = 3\cos x - \frac{2}{x} + \frac{4}{\sin^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x) dx = 3\sin x - 2\ln|x| - 4\cot x + C$

B. $\int f(x) dx = 3\sin x - 2\ln x - 4\cot x + C$

C. $\int f(x) dx = 3\sin x - 2\ln|x| + 4\cot x + C$

D. $\int f(x) dx = -3\sin x - 2\ln|x| - 4\cot x + C$

👉 **Lời giải**



Chọn A

Ta có:

$$\int f(x)dx = \int \left(3\cos x - \frac{2}{x} + \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx$$

$$= 3 \int \cos x dx - 2 \int \frac{1}{x} dx + 4 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

$$= 3 \sin x - 2 \ln|x| - 4 \cot x + C$$

- » **Câu 23.** Một vật chuyển động có gia tốc là $a(t) = 3t^2 + t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Biết rằng vận tốc ban đầu của vật là 2 m/s . Vận tốc của vật đó sau 2 giây là
- A.** 8 m/s . **B.** 12 m/s . **C.** 10 m/s . **D.** 16 m/s .

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có

$$v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{1}{2}t^2 + C.$$

Vì vận tốc ban đầu của vật là 2 m/s nên $v(0) = 2 \Leftrightarrow C = 2$.

$$v(t) = t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2.$$

Suy ra

$$v(2) = 2^3 + \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 = 12 \text{ m/s}.$$

Vậy

- » **Câu 24.** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 25 - 9,8t \text{ (m/s)}$. Độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) đạt giá trị lớn nhất là

A. $\frac{125}{49}$. **B.** $\frac{3125}{98}$. **C.** $\frac{2375}{392}$. **D.** $\frac{1125}{98}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Gọi $h(t)$ là độ cao của viên đạn bắn lên từ mặt đất sau t giây kể từ thời điểm đạn được bắn lên.

Khi đó $h(t) = \int v(t) dt = \int (25 - 9,8t) dt = 25t - 4,9t^2 + C \text{ (m)}$.

Do $h(0) = 0$ nên $C = 0 \Rightarrow h(t) = -4,9t^2 + 25t \text{ (m)}$.

Vậy viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $h = -\frac{D}{4a} = \frac{3125}{98} \text{ (m)}$ khi $t = -\frac{b}{2a} = \frac{125}{49}$ giây.

- » **Câu 25.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là (C) . Xét điểm $M(x; f(x))$ thay đổi trên (C) .

Biết rằng, hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là $k_M = (x+2)^2$ và điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị (C) . Tìm biểu thức $f(x)$.

A. $f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x$. **B.** $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 1$.



C. $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x$

D. $f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + 1$

Lời giải

Chọn D

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là $k_M = (x+2)^2$

$$\Rightarrow f(x) = \int (x+2)^2 dx = \int (x^2 + 4x + 4) dx = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + c$$

Ta có điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị (C)

$$\Rightarrow f(0) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{0^3}{3} + 2 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

Vậy $f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + 1$

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» **Câu 26.** Trong mỗi trường hợp sau, hàm số $F(x)$ có là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng tương ứng không? Vì sao?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ trên $\mathbb{R}$		
(b)	Hàm số $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$ trên $\mathbb{R}$		
(c)	Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2xe^{x^2}$ trên $\mathbb{R}$		
(d)	Hàm số $F(x) = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$		

Lời giải

(a) Hàm số $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ trên $\mathbb{R}$.

$F(x) = x^2 = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $F(x) = 2 \cos x + 3 \sin x \neq f(x)$ nên $F(x)$ không là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.



» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2xe^{x^2}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $F(x) = (e^{x^2})' = 2x \cdot e^{x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Nên $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hàm số $F(x) = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x - 3}$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

$$F'(x) = (8x - 2)\sqrt{2x - 3} + \frac{4x^2 - 2x + 1}{\sqrt{2x - 3}} = \frac{(8x - 2)(2x - 3) + 4x^2 - 2x + 1}{\sqrt{2x - 3}} = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}} = f(x),$$

$$\forall x \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Nên $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 27.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $a=b=1$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C$.		
(b)	Biết $a=b=4$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $x^4 + 2x^2 + C$.		
(c)	Biết $f(1)=6; f(2)=36$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $x^4 - x^2 + C$.		
(d)	Biết $f(1)=2; f(-2)=-52$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $2x^4 - 3x^2 + C$.		

» **Lời giải**

(a) Biết $a=b=1$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C$.

Với $a=b=1$, ta có $f(x) = x^3 + x$

$$\text{Khi đó } \int f(x) dx = \int (x^3 + x) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Biết $a=b=4$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $x^4 + 2x^2 + C$.

Với $a=b=4$, ta có $f(x) = 4x^3 + 4x$

$$\text{Khi đó } \int f(x) dx = \int (4x^3 + 4x) dx = x^4 + 2x^2 + C.$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Biết $f(1)=6; f(2)=36$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $x^4 - x^2 + C$.

Ta có $\begin{cases} f(1)=6 \\ f(2)=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=6 \\ 8a+2b=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases}$, suy ra $f(x)=4x^3+2x$

Khi đó $\int f(x)dx = \int (4x^3 + 2x)dx = x^4 + x^2 + C$.

» **Chọn SAI.**

(d) Biết $f(1)=2; f(-2)=-52$, nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $2x^4 - 3x^2 + C$.

Ta có $\begin{cases} f(1)=2 \\ f(-2)=-52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ -8a-2b=-52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=-6 \end{cases}$, suy ra $f(x)=8x^3-6x$

Khi đó $\int f(x)dx = \int (8x^3 - 6x)dx = 2x^4 - 3x^2 + C$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 28.** Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$		
(b)	$\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x + C$		
(c)	$\int \left(\frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \ln 5-2x + 2\ln x - \frac{3}{x} + C$		
(d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa $F(4)=3$ thì $F(x) = x + 4\ln x-3 - 1$		

» **Lời giải**

(a) $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$

Ta có: $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$

» **Chọn SAI.**

(b) $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$

$\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \int \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\int \left(\frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C$

$\int \left(\frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C$



» **Chọn SAI.**

(d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa $F(4)=3$ thì $F(x) = x + 4 \ln|x-3| - 1$

Ta có:
$$F(x) = \int \frac{x+1}{x-3} dx = \int \left(1 + \frac{4}{x-3} \right) dx = x + 4 \ln|x-3| + C$$

Vì $F(4)=3$ nên $4 + 4 \ln|4-3| + C = 3 \Leftrightarrow C = -1$. Vậy $F(x) = x + 4 \ln|x-3| - 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 29.** Cho hàm số $F(x) = \int \sqrt{x}(x^2 - 5x + 1) dx = \frac{ax^3 \sqrt{x}}{b} - ax^2 \sqrt{x} + \frac{a}{c} x \sqrt{x} + C (x > 0)$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$F(x) = \frac{2x^3 \sqrt{x}}{7} - 2x^2 \sqrt{x} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$		
(b)	Tổng $a+b+c=12$		
(c)	Tích $abc=42$		
(d)	$F(1) = \frac{2002}{21}$ thì $F(x) = \frac{2x^3 \sqrt{x}}{7} - 2x^2 \sqrt{x} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + 2024$		

» **Lời giải**

Ta có
$$F(x) = \int \sqrt{x}(x^2 - 5x + 1) dx = \int \left(x^{\frac{5}{2}} - 5x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{2x^3 \sqrt{x}}{7} - 2x^2 \sqrt{x} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C(1)$$

(a) $F(x) = \frac{2x^3 \sqrt{x}}{7} - 2x^2 \sqrt{x} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$

Theo (1) ta có $F(x) = \frac{2x^3 \sqrt{x}}{7} - 2x^2 \sqrt{x} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Tổng $a+b+c=12$.

Theo (1) ta có $a=2; b=7; c=3 \Rightarrow a+b+c=2+7+3=12$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tích $abc=42$.

Theo (1) ta có $a=2; b=7; c=3 \Rightarrow abc=2.7.3=42$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $F(1) = \frac{2002}{21}$ thì $F(x) = \frac{2x^3 \sqrt{x}}{7} - 2x^2 \sqrt{x} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + 2024$

Theo (1) ta có $F(1) = \frac{2.1^3 \sqrt{1}}{7} - 2.1^2 \sqrt{1} + \frac{2}{3} .1 \sqrt{1} + C = \frac{2002}{21} \Leftrightarrow \frac{-22}{21} + C = \frac{2002}{21} \Rightarrow C = \frac{2024}{21}$



$$\Rightarrow F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{2024}{21}$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 30.** Cho sai? $I_1 = \int \left(e^x + \frac{1}{x^2} \right) dx$ và $I_2 = \int \left(e^{2x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$. Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$I_1 = e^x - \frac{1}{x} + C$		
(b)	$I_2 = \frac{e^{2x-1}}{2} + \ln x + C$		
(c)	$I_1 + I_2 = e^x + \frac{e^{2x-1}}{2} + C$		
(d)	Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $f(x) = e^x + \frac{1}{x^2}$. Nếu $F(1) = e$ thì $F(\ln 2) = 1 - \frac{1}{\ln 2}$.		

🔑 **Lời giải**

(a) $I_1 = e^x - \frac{1}{x} + C$

Vì $I_1 = \int \left(e^x + \frac{1}{x^2} \right) dx = e^x - \frac{1}{x} + C$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $I_2 = \frac{e^{2x-1}}{2} + \ln|x| + C$

Ta có: $I_2 = \int \left(e^{2x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{e^{2x-1}}{2} + \frac{1}{x} + C$

» **Chọn SAI.**

(c) $I_1 + I_2 = e^x + \frac{e^{2x-1}}{2} + C$

Ta có: $I_1 + I_2 = \int \left(e^x + \frac{1}{x^2} \right) dx + \int \left(e^{2x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int (e^x + e^{2x-1}) dx = e^x + \frac{e^{2x-1}}{2} + C$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $f(x) = e^x + \frac{1}{x^2}$. Nếu $F(1) = e$ thì $F(\ln 2) = 1 - \frac{1}{\ln 2}$.

Ta có: $I_1 = \int \left(e^x + \frac{1}{x^2} \right) dx = e^x - \frac{1}{x} + C$. Vì $F(1) = e \Rightarrow e - 1 + C = e \Rightarrow C = 1$.

$F(x) = e^x - \frac{1}{x} + 1 \Rightarrow F(\ln 2) = e^{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} + 1 = 2 - \frac{1}{\ln 2} + 1 = 3 - \frac{1}{\ln 2}$.



» **Chọn SAI.**

» **Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = 4\cos^2 \frac{x}{2}$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\int f(x)dx = -2\sin x + C$		
(b)	Biết rằng $\int f(x)dx = ax + b\sin x + C, a, b \in \mathbb{Q}$, khi đó $a + b = 4$.		
(c)	Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là $F(x) = 2(x + \sin x) + 1$.		
(d)	Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{p}{2}\right) = 0$ là $F(x) = 2(x + \sin x) - p$.		

🔗 **Lời giải**

(a) $\int f(x)dx = -2\sin x + C$.

Ta có: $(-2\sin x + C)' = -4\cos x \neq 4\cos^2 \frac{x}{2}$ nên hàm số $F(x) = -2\sin x$ không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ đã cho.

» **Chọn SAI.**

(b) Biết rằng $\int f(x)dx = ax + b\sin x + C, a, b \in \mathbb{Q}$, khi đó $a + b = 4$.

Ta có: $\int f(x)dx = \int 4\cos^2 \frac{x}{2} dx = \int 4 \cdot \frac{1 + \cos x}{2} dx = 2 \int (1 + \cos x) dx = 2(x + \sin x) + C$.

Suy ra: $\begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là $F(x) = 2(x + \sin x) + 1$.

Theo câu (b) ta có: $F(x) = 2(x + \sin x) + C$.

Vì $F(0) = 1$ nên $C = 1$.

Vậy ta có: $F(x) = 2(x + \sin x) + 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{p}{2}\right) = 0$ là $F(x) = 2(x + \sin x) - p$.

Theo câu (b) ta có: $F(x) = 2(x + \sin x) + C$.

Vì $F\left(\frac{p}{2}\right) = 0$ nên $2\left(\frac{p}{2} + \sin \frac{p}{2}\right) + C = 0 \Leftrightarrow C = -p - 2$.

Vậy ta có: $F(x) = 2(x + \sin x) - p - 2$.

» **Chọn SAI.**



» **Câu 32.** Cho hàm số $f(x) = 2x - 3\cos x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2 + 3\sin x$		
(b)	Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - 3\cos x$ là $h(x) = x^2 + 3\sin x + 2024$		
(c)	Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{p}{2}\right) = 3$ là $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{p^2}{4}$		
(d)	$f(x) = 2x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $k(x) \cdot e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $k'(x) \cdot e^x$ là $3\sin x + 3\cos x + 2x + C$		

🔍 **Lời giải**

(a) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2 + 3\sin x$.

Có $f'(x) = 2 + 3\sin x = g(x) \Rightarrow f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2 + 3\sin x$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - 3\cos x$ là $h(x) = x^2 + 3\sin x + 2024$.

$h(x)$ không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - 3\cos x$,

Vì $h'(x) = 2x + 3\cos x \neq f(x)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{p}{2}\right) = 3$ là

$$F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{p^2}{4}.$$

Ta có $\int (2x - 3\cos x) dx = x^2 - 3\sin x + C \Rightarrow F(x) = x^2 - 3\sin x + C$.

$$F\left(\frac{p}{2}\right) = 3 \Leftrightarrow \frac{p^2}{4} - 3 + C = 3 \Leftrightarrow C = 6 - \frac{p^2}{4}$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{p^2}{4}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $f(x) = 2x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $k(x) \cdot e^x$, họ tất cả các nguyên

hàm của hàm số $k'(x) \cdot e^x$ là $3\sin x + 3\cos x + 2x + C$.

$2x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $k(x) \cdot e^x$



$$\Rightarrow (2x - 3\cos x)' = k(x) \cdot e^x \Leftrightarrow 2 + 3\sin x = k(x) \cdot e^x \Leftrightarrow k(x) = \frac{2 + 3\sin x}{e^x}$$

$$\Rightarrow k'(x) = \frac{(3\cos x - 3\sin x - 2) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{3\cos x - 3\sin x - 2}{e^x}$$

$$\Rightarrow k'(x) \cdot e^x = 3\cos x - 3\sin x - 2$$

$$\Rightarrow \int k'(x) \cdot e^x dx = \int (3\cos x - 3\sin x - 2) dx = 3\sin x + 3\cos x - 2x + C$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 33.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$.		
(b)	Biết $f(0) = 3$. Khi đó, $f(x) = 2x^4 - \cos x + 3$.		
(c)	$\int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 3) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 3x + C$, với C là hằng số.		
(d)	Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Khi đó, $F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$.		

👉 **Lời giải**

(a) Hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Biết $f(0) = 3$. Khi đó, $f(x) = 2x^4 - \cos x + 3$.

Ta có: $\int f'(x) dx = \int (8x^3 + \sin x) dx = 2x^4 - \cos x + C_1$

Hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$ và $f(0) = 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2x^4 - \cos x + C_1 \\ f(0) = 3 \end{cases}$$

Vì $f(0) = 3 \Rightarrow C_1 = 4 \Rightarrow f(x) = 2x^4 - \cos x + 4$.

» **Chọn SAI.**

(c) $\int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 3) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 3x + C$, với C là hằng số.

$$\int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 4) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + C$$

» **Chọn SAI.**

(d) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Khi đó, $F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$.

Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$.



$$\Rightarrow \begin{cases} F(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + C \\ F(0) = 2 \end{cases}$$

$$F(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + 2 \Rightarrow F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$$

Vì

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 34. Biết $F(x) = 3x^2 + 2x - \ln x + C, x \in (0; +\infty)$ là hàm của hàm số $f(x)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(x) = 6x + 2 - \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty)$		
(b)	$F(1) = 3$. Khi đó $F(2) = 14 - \ln 2$		
(c)	$f(1) = 1$		
(d)	Bất phương trình $f(x) + \frac{1}{x} - 8 < 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 1)$		

» **Lời giải**

(a) $f(x) = 6x + 2 - \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty)$

$$f(x) = F'(x) = 6x + 2 - \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty)$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $F(1) = 3$. Khi đó $F(2) = 14 - \ln 2$

$$F(1) = 3 \Leftrightarrow 3 + 2 + C = 3 \Leftrightarrow C = -2$$

Suy ra $F(x) = 3x^2 + 2x - \ln x - 2, x \in (0; +\infty)$

$$\text{Vậy } F(2) = 14 - \ln 2$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $f(1) = 1$

$$f(x) = 6x + 2 - \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty) \text{ . Suy ra } f(1) = 7$$

» **Chọn SAI.**

(d) Bất phương trình $f(x) + \frac{1}{x} - 8 < 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 1)$.

$$f(x) = 6x + 2 - \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty)$$

$$\begin{cases} f(x) + \frac{1}{x} - 8 < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - 8 < 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(0; 1)$

» **Chọn SAI.**



» **Câu 35.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + 2025$		
(b)	Biết $F(1) = \frac{3}{2}$, khi đó $F(e) = \frac{e^2}{2} + 1$		
(c)	$F(x) = f'(x), \forall x \in (0; +\infty)$		
(d)	Biết rằng đồ thị của hàm số $F(x)$ đi qua $M\left(e, \frac{e^2}{2}\right)$. Khi đó $F(1) = \frac{1}{2}$		

🔗 **Lời giải**

(a) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + 2025$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{x^2+1}{x} dx = \int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln x + C$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + C$$

Một nguyên hàm $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + 2025$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Biết $F(1) = \frac{3}{2}$, khi đó $F(e) = \frac{e^2}{2} + 1$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + C$$

$$F(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = 1. \text{ Suy ra } F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + 1$$

Vậy $F(e) = \frac{e^2}{2} + 2$

» **Chọn SAI.**

(c) $F(x) = f'(x), \forall x \in (0; +\infty)$

Theo định nghĩa nguyên hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ khi và chỉ khi $F'(x) = f(x)$

» **Chọn SAI.**

(d) Biết rằng đồ thị của hàm số $F(x)$ đi qua $M\left(e, \frac{e^2}{2}\right)$. Khi đó $F(1) = \frac{1}{2}$



$F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + C$, đồ thị của hàm số $F(x)$ đi qua $M\left(e, \frac{e^2}{2}\right)$ nên ta có phương trình $\frac{e^2}{2} = \frac{e^2}{2} + \ln e + C \Leftrightarrow C = -1$

$F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x - 1$. Suy ra $F(1) = \frac{1}{2} + \ln 1 - 1 = -\frac{1}{2}$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 36.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty; 0)$. Biết rằng $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(1) = 2$. Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$.		
(b)	$f(1) = 0$. Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm		
(c)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 2)$. Khi đó $f(2) = \frac{13}{2}$		
(d)	$f(-2) = \frac{1}{4}$. Hàm số $g(x) = xf(x)$ có 3 điểm cực trị.		

» **Lời giải**

(a) $f(1) = 2$. Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow C = 2$$

Suy ra $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $f(1) = 0$. Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow C = 0$$

Suy ra $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm.

» **Chọn SAI.**

(c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 2)$. Khi đó $f(2) = \frac{13}{2}$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$$



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 5)$ ta được $2 + C = 5 \Rightarrow C = 3$

Suy ra $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 3$

$$f(2) = 2^2 - \frac{1}{2} + 3 = \frac{13}{2}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $f(-2) = \frac{1}{4}$. Hàm số $g(x) = xf(x)$ có 3 điểm cực trị.

$$f(-2) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4 + \frac{1}{4} + C = \frac{1}{4} \Leftrightarrow C = -4$$

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} - 4$$

$$g(x) = xf(x) = x \left(x^2 - \frac{1}{x} - 4 \right) = x^3 - 4x$$

$$g'(x) = 3x^2 - 4, \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ nên hàm số } y = g(x) \text{ có 2 điểm cực trị.}$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 37.** Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, biết $f(-2) = \frac{3}{2}$ và $f(2) = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x) = \ln x - \frac{1}{x} + C$, với C là hằng số.		
(b)	Hàm số $f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x} + C_1, & \text{khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \frac{1}{x} + C_2, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$, với C_1, C_2 là hằng số.		
(c)	Giá trị $f(-1) = 2 - \ln 2$		
(d)	Giá trị $f(4) = 3\ln 2$		

🔑 **Lời giải**

(a) Hàm số $f(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + C$, với C là hằng số.

Ta có: $f(x) = \int \frac{x+1}{x^2} dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \ln|x| - \frac{1}{x} + C$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x} + C_1, & \text{khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \frac{1}{x} + C_2, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$, với C_1, C_2 là hằng số.



Ta có: $f(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + C$, nên ta có hai trường hợp $|x| = \begin{cases} x, & \text{khi } x > 0 \\ -x, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x} + C_1, & \text{khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \frac{1}{x} + C_2, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Giá trị $f(-1) = 2 - \ln 2$.

Từ dữ kiện đề bài ta có:
$$\begin{cases} f(-2) = \frac{3}{2} \\ f(2) = 2\ln 2 - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln 2 + \frac{1}{2} + C_2 = \frac{3}{2} \\ \ln 2 - \frac{1}{2} + C_1 = 2\ln 2 - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = 1 - \ln 2 \\ C_1 = \ln 2 - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x} + \ln 2 - 1, & \text{khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \frac{1}{x} + 1 - \ln 2, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Giá trị $f(-1) = \ln 1 + 1 + 1 - \ln 2 = 2 - \ln 2$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giá trị $f(4) = 3\ln 2$

Ta có: $f(4) = \ln 4 - \frac{1}{4} + \ln 2 - 1 = 3\ln 2 - \frac{5}{4}$

» **Chọn SAI**

» **Câu 38.** Một vật chuyển động đều với vận tốc có phương trình $v(t) = t^2 - 2t + 1$, trong đó t được tính bằng giây, quãng đường $s(t)$ được tính bằng mét. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Quãng đường đi được của vật sau 2 giây là: $\frac{2}{3}(m)$		
(b)	Quãng đường vật đi được khi gia tốc bị triệt tiêu là $\frac{1}{3}(m)$		
(c)	Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến thời gian mà vận tốc đạt $9(m/s)$ là: $\frac{26}{3}(m)$		
(d)	Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến thời gian mà gia tốc bằng $10(m/s^2)$ là $44(m)$		

» **Lời giải**

(a) Quãng đường đi được của vật sau 2 giây là: $\frac{2}{3}(m)$

$$s(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (t^2 - 2t + 1) dt = \frac{2}{3}(m)$$

Ta có quãng đường vật đi được sau 2 giây là:



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Quãng đường vật đi được khi gia tốc bị triệt tiêu là $\frac{1}{3}(m)$

Ta có: gia tốc $a(t) = v'(t) = 2t - 2$, do gia tốc bị triệt tiêu
 $\Leftrightarrow a(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1(s)$

$$s(t) = \int_0^1 v(t) dt = \int_0^1 (t^2 - 2t + 1) dt = \frac{1}{3}(m)$$

Quãng đường vật đi được sau 1 giây là:

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến thời gian mà vận tốc đạt $9(m/s)$ là: $\frac{26}{3}(m)$

Ta có: vận tốc đạt $9(m/s) \Leftrightarrow v(t) = 9 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow t = 4 \text{ (nhận)}$

Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến 4 giây là

$$s(t) = \int_2^4 v(t) dt = \int_2^4 (t^2 - 2t + 1) dt = \frac{26}{3}(m)$$

» **Chọn ĐÚNG**

(d) Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến thời gian mà gia tốc bằng $10(m/s^2)$ là $44(m)$

Ta có: gia tốc $a(t) = 10 \Leftrightarrow 2t - 2 = 10 \Leftrightarrow t = 6(s)$

Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến 6 giây là

$$s(t) = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 (t^2 - 2t + 1) dt = 42(m)$$

» **Chọn SAI**

» **Câu 39.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là (C) . Xét điểm $M(x; f(x))$ thay đổi trên (C) .

Biết rằng, hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là $k_M = 3x^2 + 2x - 2$ và điểm M trùng với gốc tọa độ khi nó nằm trên trục tung.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$ là $k = -1$.		
(b)	$f(1) = 0$		
(c)	Điểm $B(2; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.		
(d)	Hàm số $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.		

» **Lời giải**



Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị ^(C) tại M là $k_M = 3x^2 + 2x - 2$
 $\Rightarrow f(x) = \int (3x^2 + 2x - 2) dx = x^3 + x^2 - 2x + C$

Ta có điểm M trùng với gốc tọa độ khi nó nằm trên trục tung
 $\Rightarrow f(0) = 0$

$$\Rightarrow 0^3 + 0^2 - 2 \cdot 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

Vậy $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$

(a) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị ^(C) tại điểm có hoành độ $x = -1$ là $k = -1$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị ^(C) tại điểm có hoành độ $x = -1$ là
 $k = 3 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 2 = -1$

» **Chọn ĐÚNG**

(b) $f(1) = 0$

$$f(1) = 1^3 + 1^2 - 2 \cdot 1 = 0$$

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Điểm $B(2; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Ta có $f(2) = 2^3 + 2^2 - 2 \cdot 2 = 8$

Vậy điểm $B(2; 7)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

» **Chọn SAI**

(d) Hàm số $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Ta có $F'(x) = x^3 + x^2 - 2x = f(x)$

Vậy hàm số $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

» **Chọn ĐÚNG**

» **Câu 40.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong $t \text{ (s)}$ kể từ lúc đạp phanh.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t + 72 \text{ (m)}$		
(b)	Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 3 giây		
(c)	Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là 45 (m)		



- (d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m)

🔑 **Lời giải**

(a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t + 72 \text{ (m)}$

Ta có $s(t) = \int v(t)dt = \int (-10t + 30)dt = -5t^2 + 30t + C$

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$

Vậy $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$

» **Chọn SAI**

(b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 3 giây.

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m) .
Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là

$$s(3) = -5 \cdot 3^2 + 30 \cdot 3 = 45 \text{ (m)}$$

» **Chọn ĐÚNG**

(d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m)

Ta có $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $20 + 45 = 65 \text{ (m)}$

» **Chọn SAI**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 41.** Cho $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - \cos x + \frac{2}{\cos^2 x}$, $F(0) = 1$. Giá trị $F(p)$ bằng

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int \left(\sin x - \cos x + \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx = -\cos x - \sin x + 2 \tan x + C$

Mà $F(0) = 1 \Rightarrow -\cos 0 - \sin 0 + 2 \tan 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = -\cos x - \sin x + 2 \tan x + 2$

$$\Rightarrow F(p) = -\cos p - \sin p + 2 \tan p + 2 = 3$$

» **Câu 42.** Cho $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x + 1$, $F(0) = 2$. Tính giá trị $F(1)$ (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai)

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3,72**

Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (e^x - 2x + 1)dx = e^x - x^2 + x + C$



$$\begin{aligned} \text{Mà } F(0) &= 2 \Rightarrow 1 - 0 + 0 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = e^x - x^2 + x + 1 \\ \Rightarrow F(1) &= e - 1 + 1 + 1 = e + 1 \approx 3.71828 \end{aligned}$$

» **Câu 43.** Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$, và thỏa mãn $\int f(3+x)dx = e^x + \ln(x^2 + 1)$. Tính $f(-2)$ (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -0,4**

Gọi $F(x+3)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(3+x)$
 $\Rightarrow \int f(3+x)dx = F(3+x) = e^x + \ln(x^2 + 1)$

$$\Rightarrow F(3+x) = f(3+x) \Rightarrow f(3+x) = e^x + \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Đặt $t = 3+x \Rightarrow x = t-3$

$$\Rightarrow f(t) = e^{t-3} + \frac{2(t-3)}{(t-3)^2 + 1} = e^{t-3} + \frac{2t-6}{t^2-6t+10} \Rightarrow f(x) = e^{x-3} + \frac{2x-6}{x^2-6x+10}$$

$$f(-2) = e^{-2-3} + \frac{-10}{26} = e^{-5} - \frac{5}{13} \approx -0,4$$

» **Câu 44.** Cho $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$.
 Tính tổng $S = a + 2b - c$?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Ta có: $F'(x) = (2ax + b)e^{-x} - (ax^2 + bx + c)e^{-x} = [-ax^2 + (2a - b)x + (b - c)]e^{-x}$

$$\begin{cases} -a = 1 \\ 2a - b = -3 \\ b - c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi

$$\text{Vậy } S = -1 + 2 \cdot 1 - (-1) = 2$$

» **Câu 45.** Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm . Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số: $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Chiều cao cây cà chua sau 2 tuần là bao nhiêu? *Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2*

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7,27**

$$\text{Ta có } h(t) = \int v(t)dt = \int (-0,1t^3 + t^2)dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + C$$

$$\text{Theo giả thiết, } h(0) = 5 \Leftrightarrow C = 5 \Rightarrow h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5 \text{ (cm)}$$



Vậy
$$h(2) = -\frac{1}{40} \cdot 2^4 + \frac{1}{3} \cdot 2^3 + 5 = \frac{109}{15} \text{ (m)} \approx 7,27$$
.

» **Câu 46.** Khi được thả từ độ cao 20 m, một vật rơi với gia tốc không đổi $a = 10 \text{ m/s}^2$. Sau khi rơi được t giây thì vật có tốc độ bao nhiêu?

Lời giải

✓ **Trả lời: 20**

Kí hiệu $v(t)$ là tốc độ của vật, $s(t)$ là quãng đường vật đi được cho đến thời điểm t giây kể từ khi vật bắt đầu rơi.

Vì $a(t) = v'(t)$ với mọi $t \geq 0$ nên $v(t) = \int a(t) dt = \int 10 dt = 10t + C$.

Ta có $v(0) = 0$ nên $10 \cdot 0 + C = 0$ hay $C = 0$. Vật $v(t) = 10t \text{ (m/s)}$

Vì $v(t) = s'(t)$ với mọi $t \geq 0$ nên $s(t) = \int v(t) dt = \int 10t dt = 5t^2 + C$.

Ta có $s(0) = 0$ nên $5 \cdot 0^2 + C = 0$ hay $C = 0$. Vậy $s(t) = 5t^2 \text{ (m)}$.

Vật rơi từ độ cao 20 m nên $s(t) \leq 20 \Leftrightarrow 5t^2 \leq 20 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 2$ (giây).

Vậy tốc độ vật rơi theo yêu cầu đề bài là $v(2) = 20 \text{ m/s}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>