PHÒNG GD & ĐT CẨM THỦY **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN. VÒNG II**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 1 trang)

NĂM HỌC: 2011 - 2012

Môn thi: TOÁN 9

Thời gian: 150 phút (*Không kể thời gian giao đề*)

Câu 1. Cho biểu thức: $P = \frac{x}{x - \sqrt{x}} + \frac{2}{x + 2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{(\sqrt{x} - 1)(x + 2\sqrt{x})}$

a. Rút gọn P.
b. Tính P khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$.
c. Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. Giải phương trình:

a. $x^2 - 10x + 27 = \sqrt{6 - x} + \sqrt{x - 4}$
b. $x^2 - 2x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4 = 0$

Câu 3.

a. Tìm các số nguyên $x; y$ thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$
b. Cho $x > 1;\ y > 0$, chứng minh: $\frac{1}{(x-1)^3} + \left(\frac{x-1}{y}\right)^3 + \frac{1}{y^3} \ge 3\left(\frac{3 - 2x}{x - 1} + \frac{x}{y}\right)$
c. Tìm số tự nhiên n để: $A = n^{2012} + n^{2002} + 1$ là số nguyên tố.

Câu 4.

Cho hình vuông ABCD, có độ dài cạnh bằng a. E là một điểm di chuyển trên CD (E khác C, D). Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

a. Chứng minh: $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$ không đổi
b. Chứng minh: $\cos\widehat{AKE} = \sin\widehat{EKF}.\cos\widehat{EFK} + \sin\widehat{EFK}.\cos\widehat{EKF}$
c. Lấy điểm M là trung điểm đoạn AC. Trình bày cách dựng điểm N trên DM sao cho khoảng cách từ N đến AC bằng tổng khoảng cách từ N đến DC và AD.

Câu 5.

Cho ABCD là hình bình hành. Đường thẳng d đi qua A không cắt hình bình hành, ba điểm H, I , K lần lượt là hình chiếu của B, C, D trên đường thẳng d. Xác định vị trí đường thẳng d để tổng: BH + CI + DK có giá trị lớn nhất.

Hết./.

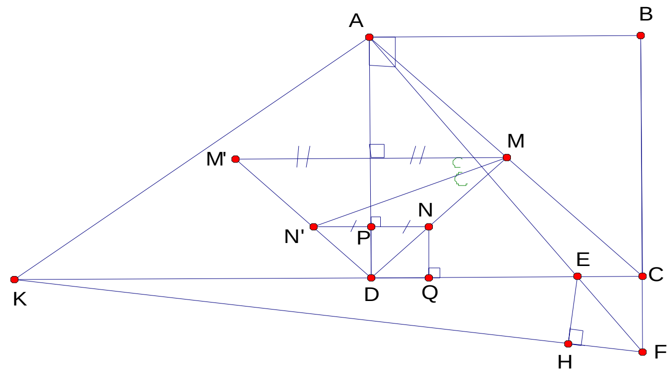
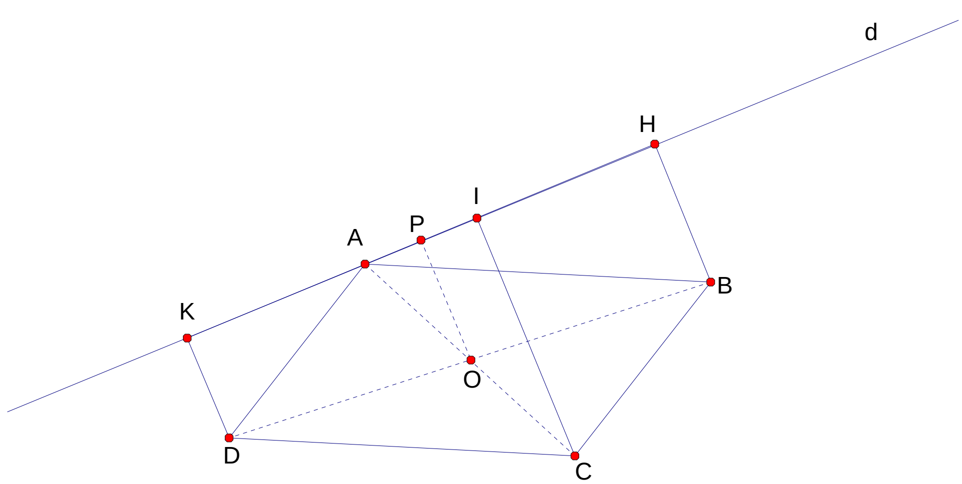
PHÒNG GD & ĐT CẨM THỦY **HD CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN. V2**

NĂM HỌC: 2011 – 2012. **Môn thi: TOÁN 9**.

Thời gian: 150 phút(*không kể thời gian giao đề*)

Câu	Ý	Nội dung cần đạt	Điểm	
1	a	$P=\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}+\frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}+\frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,25	2,25
		$=\frac{x(\sqrt{x}+2)+2(\sqrt{x}-1)+x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\frac{x\sqrt{x}+2x+2\sqrt{x}-2+x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,25	
		$=\frac{x\sqrt{x}+2x+2\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}$	0.5	
	b	$x=3+2\sqrt{2}\Leftrightarrow \sqrt{x}=\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}=\sqrt{2}+1$	0.25	
		$P=\frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{2}+1+1}{\sqrt{2}+1-1}=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$	0.25	
	c	ĐK: $x>0; x\neq 1$:	0.25	
		$P=\frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1}=1+\frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0.25	
		Học sinh lập luận để tìm ra $x=4$ hoặc $x=9$	0.25	
2	a	ĐK: $4\leq x\leq 6$:	0.25	1,75
		$VT=x^2-10x+27=(x-5)^2+2\geq 2$, dấu “=” xẩy ra $\Leftrightarrow x=5$	0.25	
		$VP=\sqrt{6-x}+\sqrt{x-4}\leq\sqrt{(1^2+1^2)((\sqrt{6-x})^2+(\sqrt{x-4})^2)}\Leftrightarrow VP\leq 2$, dấu “=” xẩy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{6-x}}=\frac{1}{\sqrt{x-4}}\Rightarrow 6-x=x-4\Leftrightarrow x=5$	0.25	
		$VT=VP\Leftrightarrow x=5$ (TMĐK), Vậy nghiệm của phương trình: $x=5$	0.25	
	b	ĐK: $x\geq 0$. Nhận thấy: $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình, chia cả hai vế cho x ta có: $x^2-2x-x\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4=0\Leftrightarrow x-2-\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{4}{x}=0\Leftrightarrow (x+\frac{4}{x})-(\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}})-2=0$ Đặt $\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}=t>0\Leftrightarrow t^2=x+4+\frac{4}{x}\Leftrightarrow x+\frac{4}{x}=t^2-4$, thay vào ta có: $\Leftrightarrow (t^2-4)-t-2=0\Leftrightarrow t^2-t-6=0\Leftrightarrow (t-3)(t+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=3\\ t=-2\end{array}\right.$ Đối chiếu ĐK của t	0.75	

		$\Rightarrow t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}=3 \Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+2=0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=1 \end{array}\right.$		
	a	$y^2+2xy-3x-2=0 \Leftrightarrow x^2+2xy+y^2=x^2+3x+2 \Leftrightarrow (x+y)^2=(x+1)(x+2)$ (*) VT của (*) là số chính phương; VP của (*) là tích của 2 số nguyên liên tiếp nên phải có 1 số bằng 0. $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=-2 \Rightarrow y=2 \end{array}\right.$ Vậy có 2 cặp số nguyên $(x;y)=(-1;1)$ hoặc $(x;y)=(-2;2)$	0.5	
3	b	$x>1;\ y>0 \Leftrightarrow x-1>0;\ y>0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^3}>0;\ \frac{x-1}{y}>0;\ \frac{1}{y^3}>0$ Áp dụng BĐT Côsi cho 3 số dương: $\frac{1}{(x-1)^3}+1+1 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{1}{(x-1)^3}.1.1} \Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^3} \geq \frac{3}{x-1}-2$ (1) $\left(\frac{x-1}{y}\right)^3+1+1 \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{y}\right)^3.1.1} \Leftrightarrow \left(\frac{x-1}{y}\right)^3 \geq \frac{3(x-1)}{y}-2$ (2) $\frac{1}{y^3}+1+1 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{1}{y^3}.1.1} \Leftrightarrow \frac{1}{y^3} \geq \frac{3}{y}-2$ (3) Từ (1); (2); (3): $\frac{1}{(x-1)^3}+\left(\frac{x-1}{y}\right)^3+\frac{1}{y^3} \geq \frac{3}{x-1}-6+\frac{3(x-1)}{y}+\frac{3}{y}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{(x-1)^3}+\left(\frac{x-1}{y}\right)^3+\frac{1}{y^3} \geq \frac{3-6x+6}{x-1}+\frac{3x}{y}=3(\frac{3-2x}{x-1}+\frac{x}{y})$	0.75	2.0
	c	Xét $n=0$ thì A = 1 không phải nguyên tố; $n=1$ thì A = 3 nguyên tố. Xét n > 1: $A = n^{2012} - n^2 + n^{2002} - n + n^2 + n + 1$ $= n^2((n^3)^{670} - 1) + n.((n^3)^{667} - 1) + (n^2 + n + 1)$ Mà $(n^3)^{670} - 1)$ chia hết cho n^3-1, suy ra $(n^3)^{670} - 1)$ chia hết cho $n^2 + n + 1$ Tương tự: $(n^3)^{667} - 1$ chia hết cho $n^2 + n + 1$ Vậy A chia hết cho $n^2 + n + 1>1$ nên A là hợp số. Số tự nhiên ần tìm n = 1.	0.25 0.5	

4			0.25	3.0
	a	Học sinh c/m: ΔABF = ΔADK (g.c.g) suy ra AF = AK Trong tam giác vuông: KAE có AD là đường cao nên: $\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{AD^2}$ hay $\frac{1}{AF^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{a^2}$ (không đổi)	0.5 0,5	
	b	HS c/m $S_{KEF}=\frac{1}{2}KE.EF.\sin\widehat{AEK}=\frac{1}{2}KE.EF.\cos\widehat{AKE}$ Mặt khác: $S_{KEF}=\frac{1}{2}EH.KF=\frac{1}{2}EH.(KH+HF)$. Suy ra: $KE.EF.\cos\widehat{AKE}=EH.(KH+HF)\Leftrightarrow\cos\widehat{AKE}=\frac{EH.KH+EH.HF}{KE.EF}$: $\Leftrightarrow\cos\widehat{AKE}=\frac{EH}{EF}.\frac{KH}{EK}+\frac{EH}{KE}.\frac{HF}{EF}=\sin\widehat{EFK}.\cos\widehat{EKF}+\sin\widehat{EKF}.\cos\widehat{EFK}$	0,25 0,25 0,5	
	c	Giả sử đã dựng được điểm N thỏa mãn. NP + NQ = MN Lấy N' đối xứng N; M' đối xứng M qua AD suy ra tam giác NN'M cân tại N $\Rightarrow$ MN' là phân giác của $\widehat{DMM'}$ $\Rightarrow$ Cách dựng điểm N: - Dựng M' đối xứng M qua AD - Dựng phân giác $\widehat{DMM'}$ cắt DM' tại N' - Dựng điểm N đối xứng N' qua AD Chú ý: Học sinh có thể không trình bày phân tích mà trình bày được cách dựng vẫn cho điểm tối đa.	0.25 0.25 0.25	
5			0.25	1.0

		Gọi O giao điểm 2 đường chéo hình bình hành, kẻ OP vuông góc d tại P HS lập luận được BH + CI + DK = 4OP Mà OP $\le$AO nên BH + CI + DK $\le$ 4AO. Vậy Max(BH + CI + DK) = 4AO Đạt được khi P $\equiv$ A hay d vuông góc AC	0.25 0.25 0.25	
Học sinh làm các cách khác đúng với yêu cầu đề ra vẫn chấm điểm tối đa				