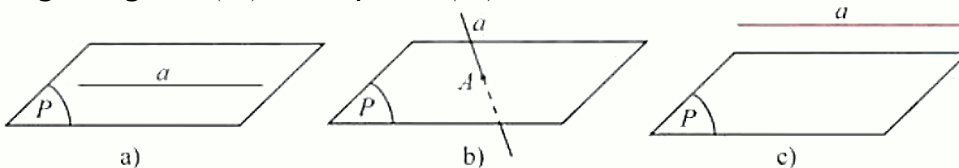


A. Tóm tắt kiến thức

1. Đường thẳng song song với mặt phẳng

- ✓ Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Khi đó có thể xảy ra một trong ba trường hợp sau:
- ✓ Trường hợp 1: a và (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên (Hình 2a), suy ra mọi điểm thuộc a đều thuộc (P) , ta nói a nằm trong (P) , kí hiệu $a \subset (P)$.
- ✓ Trường hợp 2: a và (P) có một điểm chung duy nhất A (Hình 2b), ta nói a cắt (P) tại A , kí hiệu $a \cap (P) = A$.
- ✓ Trường hợp 3: a và (P) không có điểm chung nào (Hình 2c), ta nói a song song với (P) , kí hiệu $a // (P)$.



Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) nếu chúng không có điểm chung.

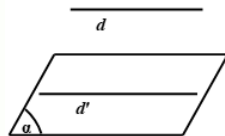
2. Điều kiện để một đường thẳng song song với 1 mặt phẳng

Định lý 1:

- ✓ Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .

$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \Rightarrow d \parallel (\alpha) \\ d' \subset (\alpha) \end{cases}$$

✓ Vậy



3. Tính chất cơ bản của đường thẳng và mặt phẳng song song

Định lý 2:

- ✓ Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) đi qua d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì $d' \parallel d$.

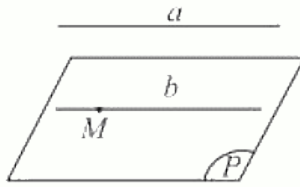
$$\begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ d \subset (\beta) \Rightarrow d' \parallel d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases}$$

✓ Vậy



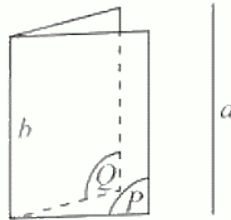
✍ **Hệ quả 1:**

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu qua điểm M thuộc (P) ta vẽ đường thẳng b song song với a thì b phải nằm trong (P) .



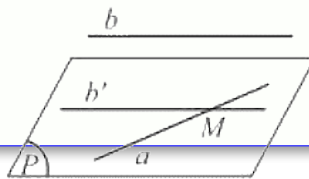
✍ **Hệ quả 2:**

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



✍ **Định lý ③:**

- ✓ Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì qua a có duy nhất một mặt phẳng song song với đường thẳng b



B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , điểm I nằm trên cạnh BC sao cho $BI = 2IC$. Chứng minh rằng đường thẳng IG song song với mặt phẳng (ACD) .

Câu 2: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm hai đường chéo của mỗi hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh rằng đường thẳng OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

- Câu 3:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $MN \parallel (ABCD)$ B. $MN \parallel (SAB)$
C. $MN \parallel (SCD)$ D. $MN \parallel (SBC)$
- Câu 4:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của CB . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $PQ \parallel (BCD)$ B. $GQ \parallel (BCD)$
C. $PQ \parallel (ACD)$ D. $Q \in (GDP)$
- Câu 5:** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng ?
- A. MG song song (ACD) B. MG song song (ABD)
C. MG song song (ACB) D. MG song song (BCD)
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và $mp(\alpha)$ là hình gì?
- A. hình tam giác. B. hình bình hành.
C. hình chữ nhật. D. hình ngũ giác
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là
- A. Hình bình hành. B. Hình thang.
C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông.
- Câu 8:** Cho tứ diện $ABCD$, điểm I nằm trong tam giác ABC , mặt phẳng (α) đi qua I và song song với AB, CD . Thiết diện của tứ diện $ABCD$ và mặt phẳng (α) là
- A. hình chữ nhật. B. hình vuông.
C. hình bình hành. D. tam giác.
- Câu 9:** Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác ABC , $mp(a)$ qua M và song song với AB và CD . Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi $mp(\alpha)$ là:
- A. Tam giá. B. Hình chữ nhật.
C. Hình vuông. D. Hình bình hành.
- Câu 10:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trọng tâm của ΔABC và N là điểm nằm trên cạnh AD sao cho $AN = 2ND$. Khi đó ta có
- A. MN cắt BD . B. $MN \parallel (BCD)$
C. $MN \parallel CD$. D. AC cắt BD .
- Câu 11:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và BD . Khẳng định nào sau đây **đúng**? Mệnh đề nào sau đây đúng?

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC$), gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với SA, BC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?
A. Ngũ giác. **B.** Hình bình hành.
C. Tam giác. **D.** Hình thang.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD, AB = CD$. Mặt phẳng (α) qua trung điểm của AC và song song với AB, CD cắt tứ diện đã cho theo thiết diện là
A. Hình thoi. **B.** Hình chữ nhật.
C. Hình vuông. **D.** Hình tam giác.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB = \frac{1}{3}CD$ **B.** $AB = \frac{3}{2}CD$ **C.** $AB = 3CD$ **D.** $AB = \frac{2}{3}CD$

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD . Xét các khẳng định sau:

(I): $MN \parallel (ABC)$ (II): $MN \parallel (BCD)$
 (III): $MN \parallel (ACD)$ (IV): $MN \parallel (ABD)$

Các mệnh đề đúng là:

A. (I), (IV) **B.** (II), (III) **C.** (III), (IV) **D.** (I), (II)

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi I là trung điểm cạnh SC . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $IO \parallel (SAB)$
B. $IO \parallel (SAD)$
C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.
D. $mp(IBD) \cap mp(SAC) = IO$

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kì trên cạnh SC . Khi đó mặt phẳng (ABM) song song với

A. BD . **B.** AC . **C.** SC . **D.** CD .

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Những khẳng định nào sau là đúng?

(1): $MN \parallel (BCD)$; (2): $MN \parallel (ACD)$; (3): $MN \parallel (ABD)$

A. (1) và (3) **B.** (2) và (3) **C.** (1) và (2) **D.** Chỉ có (1) đúng.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$

- Câu 31:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) và tứ diện?
- A.** Thiết diện là hình vuông. **B.** Thiết diện là hình thang cân.
C. Thiết diện là hình bình hành. **D.** Thiết diện là hình chữ nhật.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b		
b)	Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b .		
c)	Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b .		
d)	Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b .		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN // (SBC)$		
b)	$MN // (SAD)$		
c)	SB cắt với mặt phẳng (MNP)		
d)	SC cắt với mặt phẳng (MNP)		

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm

lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$,

$BN = \frac{1}{3}BD$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	OO' song song với mặt phẳng (ADF)		

b)	OO' cắt mặt phẳng (BCE)		
c)	$\frac{BN}{BD} = \frac{2}{3}$		
d)	MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$		

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD		
c)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB		
d)	Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, điểm M di động trên cạnh AD . Một mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng CD, SA , cắt BC, SC và SD lần lượt tại N, P, Q . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với AD		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA		
c)	Tứ giác $MNPQ$ là hình thang có hai đáy là MN và PQ .		
d)	Gọi $I = MQ \cap NP$. Khi đó I thuộc đường thẳng đi qua S và song song với AB		

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD ; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$		
b)	$IJ // (ABCD)$		
c)	BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$		
d)	BC cắt mặt phẳng (AIJ)		

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2, M$ là một điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAB) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SD		
c)	$\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$		
d)	Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD , cắt các mặt của hình chóp theo hình là một tứ giác có diện tích bằng $\frac{16}{9}$		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC . Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD		
b)	$\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}$		
c)	MN song song với mặt phẳng (SCD)		
d)	NG cắt với mặt phẳng (SAC)		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC . Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AC // (SIJ)$		
b)	HK cắt IJ		
c)	$HK // (SAC)$		
d)	Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE, I$ là trung điểm AD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	OI song song với mặt phẳng (SAB)		
b)	OI song song với mặt phẳng (SCD)		
c)	IE song song với AC		
d)	$GE // (SBC)$		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD .

Chứng minh rằng $MN // (BCD)$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABD và ACD .

Chứng minh G_1G_2 song song với các mặt phẳng (ABC) và (BCD) .

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm

lần lượt là O và O' .

a) Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AF, AD sao cho $AM = \frac{1}{3} AF$, $AN = \frac{1}{3} AD$.

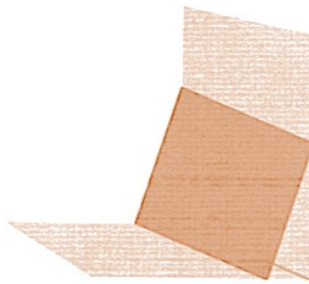
Chứng minh $MN \parallel (DCEF)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB , song song với BD và SA . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và H lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và ACD .

Chứng minh rằng $GH \parallel (BCD)$.

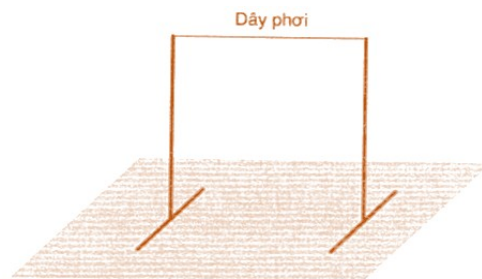
Câu 6: Một tấm bảng hình chữ nhật được đặt dựa vào tường như trong Hình 4.18.



Hình 4.18

Hãy giải thích vì sao mép trên của tấm bảng song song với mặt đất, mép dưới của tấm bảng song song với mặt tường.

Câu 7: Để dựng dây phơi quần áo, bác Việt lắp hai thanh sắt thẳng đứng có chiều dài bằng nhau trên mặt đất và căng dây nối hai đầu còn lại của hai thanh sắt (H.4.19).



Hình 4.19

Khi đó, dây phơi có song song với mặt đất không? Giải thích vì sao.

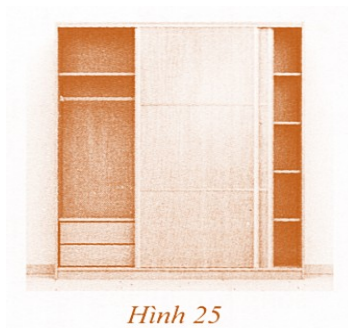
Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, BC, CD . Chứng minh rằng giao tuyến của hai mặt phẳng (APQ) và (CMN) song song với đường thẳng BD .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, SA .

a) Chứng minh rằng SC song song với mặt phẳng (MNP) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SCD) .

Câu 10: Trong các không gian hẹp, người ta thường thiết kế tủ đựng quần áo có cánh cửa trượt. Tủ này bao gồm khoang tủ, cánh cửa trượt và hai đường ray trượt cho mép trên và mép dưới cánh cửa (Hình 25). Biết rằng cánh cửa trượt có dạng hình chữ nhật và có thể kéo trượt bình thường, khi đó bạn Minh nói: "Đường ray trượt ở mép trên cửa song song với mặt đáy của tủ quần áo". Em hãy cho biết phát biểu của bạn Minh đúng hay sai? Vì sao?



Hình 25

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC, ACD . Chứng minh rằng $IJ \parallel (BCD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm chuyển động trên cạnh SC khác $C, (P)$ là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với BD .

Chứng minh rằng mặt phẳng (P) luôn đi qua một đường thẳng cố định khi điểm M chuyển động trên cạnh SC .

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và E là một điểm bất kì thuộc cạnh SA . Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh AB, AD .

a) Chứng minh rằng $EM // SB$ và $EN // SD$.

b) Giả sử đường thẳng MN cắt các đường thẳng BC, CD . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt phẳng $(SBC), (SCD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD, M là điểm trên đoạn DC sao cho $DC = 3DM$.

Chứng minh rằng $MG // (SBC)$.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AB và CD . Đặt (α) là mặt phẳng qua MN và song song với BC . Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện $ABCD$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của

tam giác SAB, I là trung điểm của AB và M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$.

Đường thẳng đi qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh:

a) $NG // (SCD)$; b) $MG // (SCD)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD, P là trung điểm của SA . Chứng minh:

- a) MN song song với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) ;
- b) SB song song với (MNP) ;
- c) SC song song với (MNP) .
- d) Gọi G_1 và G_2 theo thứ tự là trọng tâm của hai tam giác ABC và SBC .

Chứng minh G_1G_2 song song với (SAD) .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi E là một điểm bất kì thuộc cạnh SA . Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB và SC .

- a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SAC) , từ đó tìm một điểm chung của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.
- b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.
- c) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt còn lại của hình chóp.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy nhỏ $AB = a$, đáy lớn $CD = 2a$. Gọi E là trung điểm của SC . Chứng minh rằng $BE // (SAD)$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>