



CLB Toán học

NOKIA
Connecting People

Đề số 8

Bài 1. Giải phương trình

$$x\sqrt{x} = (1 + \sqrt{x+1})\sqrt{x-1}$$

Bài 2. Tìm tất cả các hàm liên tục $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ thỏa mãn điều kiện

$$f(x)f(y) = f(xy) + f\left(\frac{x}{y}\right)$$

với mọi x, y thuộc \mathbb{R}^+ . Ở đây \mathbb{R}^+ là tập hợp tất cả các số thực dương.

Bài 3. Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC. Vẽ đường tròn O_1 tiếp xúc với BC tại D, AC tại E và tiếp xúc trong với đường tròn (O, R). Chứng minh rằng I là trung điểm DE.

Bài 4. Tìm tất cả các cặp số nguyên tố p, q sao cho $p^2 + 1 \mid 2003^q + 1$ và $q^2 + 1 \mid 2003^p + 1$.

Bài 5. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho nếu a_1, a_2, \dots, a_n là n số phân biệt tùy ý được chọn từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, \dots, 17\}$ ta luôn tìm được số nguyên dương k sao cho phương trình $a_i - a_j = k$ có ít nhất k nghiệm.