

ĐỀ ÔN CHƯƠNG IV

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Câu 1. Một nguyên hàm của hàm số là

A. $F(x) = -\frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

B. $F(x) = -3 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

C. $F(x) = \frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 2024$

D. $F(x) = 3 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 2024$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^x + 3e^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 8$ là

A. $F(x) = 2e^x - 3e^{-x} + 9$

B. $F(x) = 2e^x + 3e^{-x} + 8$

C. $F(x) = 2e^x + 3e^{-x} + 9$

D. $F(x) = 2e^x - 3e^{-x} + 8$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^x + 3 \sin x - \frac{1}{3 \sin^2 x}$ là

A. $\frac{3^x}{\ln 3} + 3 \cos x - \frac{1}{3} \cot x + C$

B. $\frac{3^x}{\ln 3} - 3 \cos x - \frac{1}{3} \cot x + C$

C. $\frac{3^x}{\ln 3} + 3 \cos x + \frac{1}{3} \cot x + C$

D. $\frac{3^x}{\ln 3} - 3 \cos x + \frac{1}{3} \cot x$

Câu 4. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là

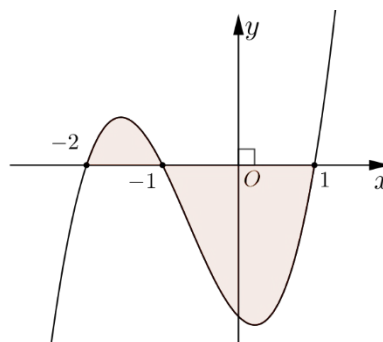
A. 2π

B. 3π

C. 6π

D. 4π

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ như hình vẽ.



Biết $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \frac{5}{12}$ và $\int_{-2}^1 f(x)dx = -\frac{9}{4}$. Khi đó, diện tích hình phẳng được tô màu là

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{11}{6}$. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 6. Một ô tô di chuyển với tốc độ 18 m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t giây và được tính theo công thức $v(t) = 18 - 3t (0 \leq t \leq 6)$. Kể từ khi hãm phanh đến lúc dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

- A. 45 m . B. 54 m . C. 60 m . D. 68 m .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm. Biết $F(1) + G(1) = 2$, $F(3) + G(3) = 6$, $f(2) = 0, f(3) = 9$. Khi đó ta có

- a) $\int_2^3 f'(x)dx = -9$.
b) Nếu $\int_a^2 f'(x)dx = -2024$ thì $f(a) = 2024$.
c) $\int_1^3 f(x)dx = 4$.
d) $\int_1^3 (2x - f(x))dx = 8$.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$ và parabol $(P): y = x^2 - 1$.

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) và trục hoành lớn hơn diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị parabol (P) với trục hoành.
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$, $(P): y = x^2 - 1$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ được tính bởi công thức $S = \int_{-1}^1 (x^3 + 2x^2 - 3)dx - \int_1^2 (x^3 + 2x^2 - 3)dx$
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) với tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(1;0)$ và trục Oy bằng $S = \left| \int_{-1}^1 (x^2 - 2x + 1)dx \right|$.
d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$, $y = x - 1$ bằng 10.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

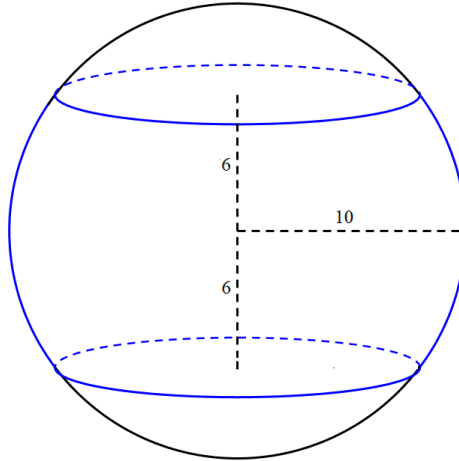
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 39 cm , độ dài trục nhỏ bằng 24 cm . Biết cứ 500 cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20 nghìn đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được số tiền từ việc bán nước sinh tố là bao nhiêu nghìn đồng? (làm tròn kết quả đến hàng nghìn) Biết rằng vỏ dưa đó có độ dày không đổi là 1 cm .

Trả lời:

--	--	--	--

Câu 2. Một khối cầu có bán kính 10 dm , người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng 6 dm để làm một chiếc lu đựng nước (xem hình vẽ dưới đây).

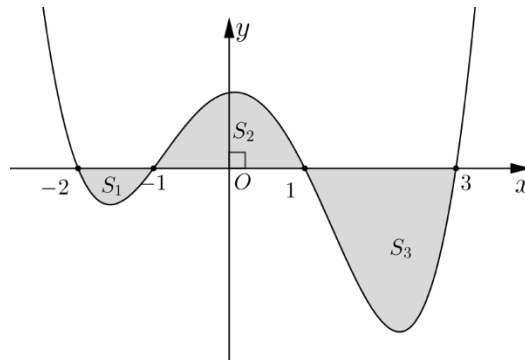


Chiếc lu chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

--	--	--	--

Câu 3. Cho đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ như hình vẽ.



Biết $S_2 = 58$. Tính $S_1 + S_3$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

--	--	--	--

ĐÁP ÁN

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	C	A	D	A	C	B

PHẦN II.

Câu 1	Câu 2
-------	-------

a) S	a) Đ
b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ
d) S	d) S

PHẦN III.

Câu	1	2	3
Chọn	3751	3318	136

LỜI GIẢI CHI TIẾT

GVSB: Đỗ Hữu Nhân
GVPB: Đỗ Văn Tuyên

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ là
- A. $F(x) = -\frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ B. $F(x) = -3 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$
- C. $F(x) = \frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 2024$ D. $F(x) = 3 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 2024$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + C$

Vậy một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x) = \frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 2024$ với $C = 2024$

- Câu 2.** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2e^x + 3e^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 8$ là
- A. $F(x) = 2e^x - 3e^{-x} + 9$ B. $F(x) = 2e^x + 3e^{-x} + 8$
- C. $F(x) = 2e^x + 3e^{-x} + 9$ D. $F(x) = 2e^x - 3e^{-x} + 8$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F(x) = \int (2e^x + 3e^{-x}) dx = 2 \int e^x dx + 3 \int e^{-x} dx = 2 \int e^x dx - 3 \int e^{-x} d(-x) = 2e^x - 3e^{-x} + C$

Theo bài ra $F(0) = 8 \Leftrightarrow 2e^0 - 3e^0 + C = 8 \Leftrightarrow -1 + C = 8 \Leftrightarrow C = 9$

$$F(x) = 2e^x - 3e^{-x} + 9$$

Do đó

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^x + 3 \sin x - \frac{1}{3 \sin^2 x}$ là

A. $\frac{3^x}{\ln 3} + 3 \cos x - \frac{1}{3} \cot x + C$

B. $\frac{3^x}{\ln 3} - 3 \cos x - \frac{1}{3} \cot x + C$

C. $\frac{3^x}{\ln 3} + 3 \cos x + \frac{1}{3} \cot x + C$

D. $\frac{3^x}{\ln 3} - 3 \cos x + \frac{1}{3} \cot x$

Lời giải

Chọn D

$$\int \left(3^x + 3 \sin x - \frac{1}{3 \sin^2 x} \right) dx = \int 3^x dx + 3 \int \sin x dx - \frac{1}{3} \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \frac{3^x}{\ln 3} - 3 \cos x + \frac{1}{3} \cot x + C$$

Câu 4. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là

A. 2π

B. 3π

C. 6π

D. 4π

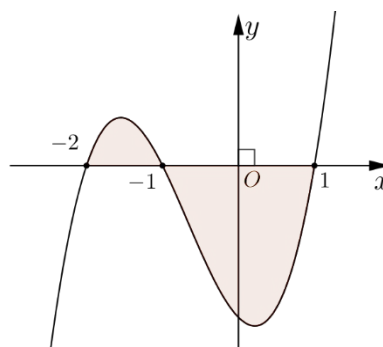
Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là

$$V = \pi \int_1^2 \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 \frac{x^2 + 2}{x^2} dx = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \pi \left(x - \frac{2}{x} \right) \Big|_1^2 = \pi(2 - 1 - 1 + 2) = 2\pi$$

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ như hình vẽ.



Biết $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = \frac{5}{12}$ và $\int_{-2}^1 f(x) dx = -\frac{9}{4}$. Khi đó, diện tích hình phẳng được tô màu là

A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{11}{6}$

C. $\frac{37}{12}$

D. $\frac{9}{4}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_{-2}^{-1} f(x)dx = -\frac{9}{4} - \frac{5}{12} = -\frac{8}{3}$

Diện tích hình phẳng được tô màu là

$$S = \int_{-2}^1 |f(x)|dx = \int_{-2}^{-1} f(x)dx - \int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12}$$

Câu 6. Một ô tô di chuyển với tốc độ 18 m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t giây và được tính theo công thức $v(t) = 18 - 3t$ ($0 \leq t \leq 6$). Kể từ khi hãm phanh đến lúc dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

A. 45 m

B. 54 m

C. 60 m

D. 68 m

Lời giải

Chọn B

Ô tô bắt đầu hãm phanh khi $t = 0$ và dừng lại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow 18 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 6$

Vậy quãng đường ô tô đi được kể từ khi hãm phanh đến lúc dừng là

$$s = \int_0^6 v(t)dt = \int_0^6 (18 - 3t)dt = \left(18t - \frac{3}{2}t^2 \right) \Big|_0^6 = 54(\text{m})$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm. Biết $F(1) + G(1) = 2$, $F(3) + G(3) = 6$, $f(2) = 0, f(3) = 9$. Khi đó ta có

a) $\int_2^3 f'(x)dx = -9$

b) Nếu $\int_a^2 f'(x)dx = -2024$ thì $f(a) = 2024$

c) $\int_1^3 f(x)dx = 4$

d) $\int_1^3 (2x - f(x))dx = 8$

Lời giải:

a) S

b) Đ
c) S
d) S

a) Sai.

$$\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 9 - 0 = 9$$

b) Đúng.

$$-2024 = \int_a^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_a^2 = f(2) - f(a) = 0 - f(a)$$

Ta có:

$$f(a) = 2024$$

Suy ra:

c) Sai.

$$F(1) + G(1) = 2$$

Ta có:

$$F(3) + G(3) = 6$$

$$F(3) - F(1) + G(3) - G(1) = 4$$

suy ra

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2$$

d) Sai.

$$\int_1^3 (2x - f(x)) dx = \int_1^3 2x dx - \int_1^3 f(x) dx = x^2 \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 8 - 2 = 6$$

Ta có:

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$ và parabol $(P): y = x^2 - 1$

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) và trục hoành lớn hơn diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị parabol (P) với trục hoành.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$, $(P): y = x^2 - 1$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ được tính bởi công thức

$$S = \int_{-1}^1 (x^3 + 2x^2 - 3) dx - \int_1^2 (x^3 + 2x^2 - 3) dx$$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) với tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(1;0)$ và trục Oy bằng

$$S = \left| \int_{-1}^1 (x^2 - 2x + 1) dx \right|$$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$, $y = x - 1$ bằng 10.

Lời giải:

a) Đ
b) S
c) Đ
d) S

a) Đúng.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$ với trục hoành là:

$$x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) và trục hoành là:

$$S_1 = \int_{-2}^1 |x^3 + 3x^2 - 4| dx = - \int_{-2}^1 (x^3 + 3x^2 - 4) dx = - \left(\frac{x^4}{4} + x^3 - 4x \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{27}{4}$$

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 1$ với trục hoành là:

$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và trục hoành là:

$$S_2 = \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3}$$

$$S_1 > S_2$$

Vậy

b) Sai.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$, $(P): y = x^2 - 1$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ là:

$$S = \int_{-1}^2 |(x^3 + 3x^2 - 4) - (x^2 - 1)| dx = \int_{-1}^2 |x^3 + 2x^2 - 3| dx = - \int_{-1}^1 (x^3 + 2x^2 - 3) dx + \int_1^2 (x^3 + 2x^2 - 3) dx$$

c) Đúng.

$$(P): y = x^2 - 1 \Rightarrow y' = 2x$$

Ta có:

Phương trình tiếp tuyến của parabol (P) tại điểm $M(1;0)$ là: $y = 2(x - 1) = 2x - 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và tiếp tuyến $y = 2x - 2$ là:

$$x^2 - 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) với tiếp tuyến $y = 2x - 2$ và trục Oy bằng

$$S = \int_0^1 |x^2 - 2x + 1| dx = \left| \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx \right|$$

d) Sai.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và $y = x - 1$ là:

$$x^3 + 3x^2 - 4 = x - 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + 3x^2 - 4$, $y = x - 1$ là:

$$S = \int_{-3}^{-1} |x^3 + 3x^2 - x - 3| dx + \int_{-1}^1 |x^3 + 3x^2 - x - 3| dx = \int_{-3}^{-1} (x^3 + 3x^2 - x - 3) dx - \int_{-1}^1 (x^3 + 3x^2 - x - 3) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_{-3}^{-1} - \left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_{-1}^1 = 8$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

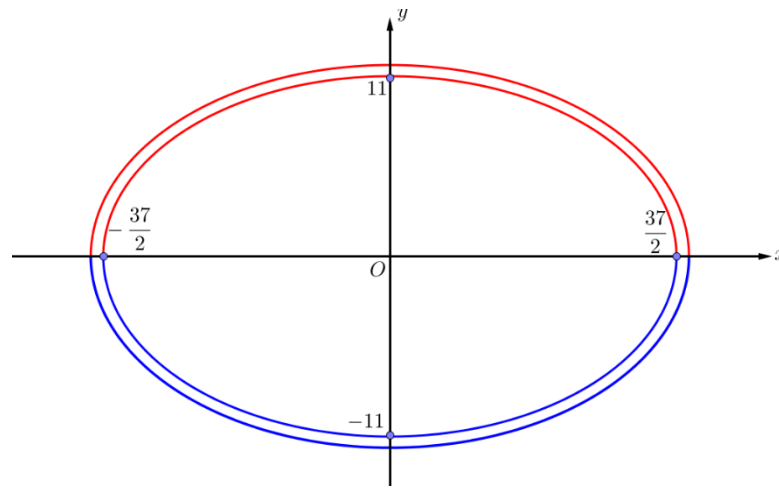
Câu 1. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 39 cm, độ dài trục nhỏ bằng 24 cm. Biết cứ 500 cm³ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20 nghìn đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được số tiền từ việc bán nước sinh tố là bao nhiêu nghìn đồng? (làm tròn kết quả đến hàng nghìn) Biết rằng vỏ dưa đó có độ dày không đổi là 1 cm.

Trả lời:

3	7	5	
---	---	---	--

Lời giải

Đáp số: 375 nghìn đồng.



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Vì vỏ dừa có độ dày không đổi là 1 cm nên thể tích dừa hầu dùng làm sinh tố chính là thể tích khối tròn xoay thu được khi cho hình phẳng giới hạn bởi elip bên trong (có trục lớn là $39 - 2 = 37\text{ cm}$ và trục nhỏ là $24 - 2 = 22\text{ cm}$) quay xung quanh trục Ox .

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a, b > 0)$$

Phương trình elip bên trong có dạng:

$$\text{Trục lớn } 2a = 37 \Leftrightarrow a = \frac{37}{2}, \text{ trục nhỏ } 2b = 22 \Leftrightarrow b = 11$$

Suy ra elip này có phương trình:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{37}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{11^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = (11)^2 \left[1 - \frac{x^2}{\left(\frac{37}{2}\right)^2} \right]$$

Do đó thể tích quả dừa (không tính vỏ) là:

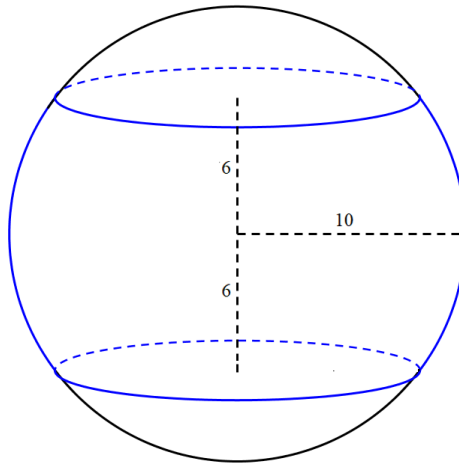
$$V = \pi \int_{-\frac{37}{2}}^{\frac{37}{2}} (11)^2 \left[1 - \frac{x^2}{\left(\frac{37}{2}\right)^2} \right] dx = \frac{8954\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Suy ra số tiền bán nước sinh tố thu được là:

$$\frac{8954\pi}{3} \cdot \frac{20000}{500} \approx 375064,3 \text{ đồng.}$$

Vậy số tiền thu được từ việc bán nước sinh tố là 375 nghìn đồng.

Câu 2. Một khối cầu có bán kính 10 dm , người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng 6 dm để làm một chiếc lu đựng nước (xem hình vẽ dưới đây).



Chiếc lu chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

3	3	1	8
---	---	---	---

Lời giải

Đáp số: 3318 lít nước.

Cắt mặt cầu bởi mặt phẳng Oxy đi qua tâm mặt cầu, ta được thiết diện là đường tròn tâm O , bán kính 10 dm.

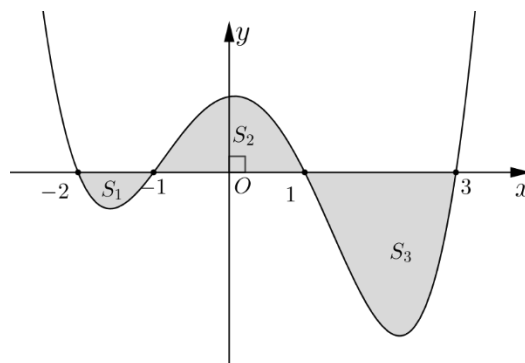
Phương trình đường tròn này là: $x^2 + y^2 = 100 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{100 - x^2}$

$$V_l = \pi \int_{-6}^6 (100 - x^2) dx = 1056\pi \text{ (dm}^3\text{)}$$

Thể tích chiếc lu là:

Vậy chiếc lu chứa được tối đa $1056\pi \approx 3318$ lít nước.

Câu 3. Cho đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ như hình vẽ.



Biết $S_2 = 58$. Tính $S_1 + S_3$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

1	3	6	
---	---	---	--

Lời giải

Do $f(x)$ là hàm số bậc 4 và cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x = -2$, $x = -1$, $x = 1$, $x = 3$ nên $f(x)$ có dạng $f(x) = a(x+2)(x+1)(x-1)(x-3)$.

Lại có $\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{58}{45} \Rightarrow \int_{-1}^1 a(x+2)(x+1)(x-1)(x-3) dx = 58 \Rightarrow \frac{116}{15}a = 58 \Rightarrow a = \frac{15}{2}$.

Suy ra $f(x) = \frac{15}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-3)$.

Vậy $S_1 + S_3 = \int_{-2}^{-1} \left| \frac{15}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-3) \right| dx + \int_1^3 \left| \frac{15}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-3) \right| dx \approx 136$.