

# BÀI 21. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

## CHƯƠNG 6. LOGARIT

### PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

#### Dạng 1. Giải phương trình mũ và logarit

**Câu 1.** (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Giải các phương trình sau:

a)  $2^{3x-1} = \frac{1}{2^{x+1}}$

b)  $2e^{2x} = 5$ .

Lời giải

a) Phương trình  $2^{3x-1} = \frac{1}{2^{x+1}}$  tương đương với.  
Vậy phương trình có nghiệm  $x = 0$ .

b) Phương trình  $2e^{2x} = 5$  tương đương với  $e^{2x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x = \ln \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{2}$ .  
Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{2}$ .

**Câu 2.** (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Giải các phương trình sau:

a)  $3^{x-1} = 27$ ;

b)  $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$

c)  $\sqrt{3}e^{3x} = 1$ ;

d)  $5^x = 3^{2x-1}$ .

Lời giải

a)  $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1=3 \Leftrightarrow x=4$ .

b)  $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18} \Leftrightarrow 10^{4x^2-6} = 10^{-2x^2+18}$   
 $\Leftrightarrow 4x^2 - 6 = -2x^2 + 18 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ . c)

$\sqrt{3}e^{3x} = 1 \Leftrightarrow e^{3x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3x = \ln \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \ln 3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6} \ln 3$

d)  $5^x = 3^{2x-1} \Leftrightarrow \log_3 5^x = \log_3 3^{2x-1} \Leftrightarrow x \log_3 5 = 2x-1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2 - \log_3 5}$ .

**Câu 3.** (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Giải các phương trình sau:

a)  $4 - \log(3-x) = 3$ ;

b)  $\log_2(x+2) + \log_2(x-1) = 1$ .

Lời giải

a) Điều kiện:  $x < 3$ .

Phương trình  $4 - \log(3-x) = 3$  tương đương với  $\log(3-x) = 1 \Leftrightarrow 3-x=10 \Leftrightarrow x=-7$ .

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là  $x = -7$ .

b) Điều kiện:  $x > 1$ . Phương trình đã cho trở thành:

$\log_2(x+2)(x-1) = 1 \Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 4 = 0$ .

Từ đó, ta được  $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$  hoặc  $x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ .

Kết hợp với điều kiện, ta kết luận phương trình có nghiệm duy nhất  $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ .

**Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Giải các phương trình sau:

- $\log(x+1) = 2$ ;
- $2 \log_4 x + \log_2(x-3) = 2$ ;
- $\ln x + \ln(x-1) = \ln 4x$ ;
- $\log_3(x^2 - 3x + 2) = \log_3(2x - 4)$ .

**Lời giải**

a) Điều kiện:  $x > -1$ . Phương trình:  $\log(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 99$ .

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là  $x = 99$ .

b) Điều kiện:  $x > 3$ . Phương trình tương đương với  $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ , hay  $\log_2 x(x-3) = 2 \Leftrightarrow x(x-3) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 4$ .

Kết hợp với điều kiện, suy ra phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 4$ .

c) Điều kiện:  $x > 1$ . Phương trình đã cho tương đương với  $\ln x(x-1) = \ln 4x \Leftrightarrow x(x-1) = 4x \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  v.  $x = 5$ .

Kết hợp với điều kiện, suy ra phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 5$ .

d) Điều kiện:  $x > 2$ . Phương trình đã cho tương đương với  $x^2 - 3x + 2 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$  v.  $x = 3$ .

Kết hợp với điều kiện, suy ra phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 3$ .

**Câu 5.** Giải mỗi phương trình sau:

- $(0,3)^{x-3} = 1$ ;
- $9^{x-2} = 243^{x+1}$ ;  
 $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -3$
- $\log_5(3x-5) = \log_5(2x+1)$ .

**Lời giải**

a)  $(0,3)^{x-3} = 1 \Leftrightarrow x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ . Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 3$ .

b)  $9^{x-2} = 243^{x+1} \Leftrightarrow 3^{2(x-2)} = 3^{5(x+1)} \Leftrightarrow 2(x-2) = 5(x+1) \Leftrightarrow x = -3$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -3$ .

c)  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -3 \Leftrightarrow x+1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 7$ .

d)  $\log_5(3x-5) = \log_5(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5 = 2x+1 \\ 3x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 6$ .

**Câu 6.** Giải mỗi phương trình sau:

- $3^{x-1} = 5$ ;
- $3^{x^2-4x+5} = 9$ ;
- $2^{2x+3} = 8\sqrt{2}$ ;

- d)  $8^{x-2} = 4^{1-2x}$ ;  
 e)  $2^{x^2-3x-2} = 0,25 \cdot 16^{x-3}$ ;  
 g)  $2^{x^2-4x+4} = 3$ .

**Lời giải**

- a)  $x = 1 + \log_3 5$ .  
 b)  $x = 1$  hoặc  $x = 3$ .  
 d)  $x = \frac{8}{7}$ .  
 e)  $x = 3$  hoặc  $x = 4$ .  
 c)  $x = \frac{1}{4}$ .  
 g)  $x = 2 \pm \sqrt{\log_2 3}$ .

**Câu 7.** Giải mỗi phương trình sau:

- a)  $\log_4 (x - 4) = -2$ ;  
 b)  $\log_3 (x^2 + 2x) = 1$ ;  
 c)  $\log_{25} (x^2 - 4) = \frac{1}{2}$   
 d)  $\log_9 [(2x - 1)^2] = 2$ ;  
 e)  $\log (x^2 - 2x) = \log (2x - 3)$ ;  
 g)  $\log_2 (x) + \log_1 (2x + 8) = 0$ .

**Lời giải**

- a)  $x = \frac{65}{16}$   
 b)  $x = -3$  hoặc  $x = 1$ .  
 c)  $x = -3$  hoặc  $x = 3$ .  
 d)  $x = -4$  hoặc  $x = 5$ .  
 e)  $x = 3$ .  
 g)  $x = -2$  hoặc  $x = 4$ .

**Câu 8.** Giải các phương trình sau:

- a)  $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 3$ ;  
 b)  $\log_5 (x + 6) + \log_5 (x + 2) = 1$ .

**Lời giải**

$$2^{2x-1} + 4^{x+1} = 3 \Leftrightarrow \frac{4^x}{2} + 4 \cdot 4^x = 3 \Leftrightarrow \frac{9}{2} \cdot 4^x = 3 \Leftrightarrow 4^x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \log_4 \frac{2}{3}.$$

a) Ta có:

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là  $x = \log_4 \frac{2}{3}$ .

b) Điều kiện:  $x + 6 > 0$  và  $x + 2 > 0$ , tức là  $x > -2$ . Ta có:

$$\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_5[(x+6)(x+2)] = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 12 = 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 7 = 0.$$

Giải phương trình bậc hai này ta được hai nghiệm  $x = -1, x = -7$ . Chỉ có nghiệm  $x = -1$  thoả mãn điều kiện. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là  $x = -1$ .

**Câu 9.** Giải các phương trình mũ sau:

a)  $4^{2x-1} = 8^{x+3}$ ;

b)  $9^{2x} \cdot 27^{x^2} = \frac{1}{3}$ ;

c)  $(e^4)^x \cdot e^{x^2} = e^{12}$ ;

d)  $5^{2x-1} = 20$ .

**Lời giải**

a)  $4^{2x-1} = 8^{x+3} \Leftrightarrow 2^{4x-2} = 2^{3x+9} \Leftrightarrow 4x-2 = 3x+9 \Leftrightarrow x = 11$ .

b)  $9^{2x} \cdot 27^{x^2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^{4x} \cdot 3^{3x^2} = 3^{-1} \Leftrightarrow 3^{3x^2+4x+1} = 1$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = -1 \end{cases}$$

c)  $(e^4)^x \cdot e^{x^2} = e^{12} \Leftrightarrow e^{4x} \cdot e^{x^2} = e^{12} \Leftrightarrow e^{x^2+4x-12} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases}$$

d)  $5^{2x-1} = 20 \Leftrightarrow 2x-1 = \log_5 20 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(1 + \log_5 20)$

**Câu 10.** Giải các phương trình lôgarit sau:

a)  $\log_3(4x-1) = 2$ ;

b)  $\log_2(x^2-1) = \log_2(3x+3)$ ;

c)  $\log_x 81 = 2$ ;

d)  $\log_2 8^x = -3$ .

**Lời giải**

a) Điều kiện:  $x > \frac{1}{4}$ .

Khi đó:  $\log_3(4x-1) = 2 \Leftrightarrow 4x-1 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$  (thoả mãn).

b) Điều kiện:  $x > 1$ . Khi đó:  $\log_2(x^2-1) = \log_2(3x+3) \Leftrightarrow x^2-1 = 3x+3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 4 \end{cases}$$

c) Điều kiện:  $0 < x \neq 1$ . Ta có:  $\log_x 81 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 81 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ (loại)} \\ x = 9 \end{cases}$

d)  $\log_2 8^x = -3 \Leftrightarrow 8^x = 2^{-3} \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-3} \Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow x = -1$ .

**Câu 11.** Giải các phương trình sau:

a)  $5^{x+2} = \sqrt[3]{25}$

b)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} = 32^{x+3}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $5^{x+2} = \sqrt[3]{25} \Leftrightarrow 5^{x+2} = 5^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow x+2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} - 2 = -\frac{4}{3}$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -\frac{4}{3}$ .

b) Ta có:  $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} = 32^{x+3} \Leftrightarrow (2^{-3})^{2x-1} = (2^5)^{x+3} \Leftrightarrow 2^{-6x+3} = 2^{5x+15}$

$\Leftrightarrow -6x+3 = 5x+15 \Leftrightarrow 11x = -12 \Leftrightarrow x = -\frac{12}{11}$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -\frac{12}{11}$ .

**Câu 12.** Giải các phương trình sau:

a)  $\log_{16}(3x-5) = \frac{1}{2}$

b)  $\log_3 x + \log_3(x+1) = \log_3(5x+12)$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\log_{16}(3x-5) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x-5 = 16^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 3x-5 = 4 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 3$ .

b) Điều kiện:  $x > 0$ .

Khi đó, phương trình đã cho tương đương với

$\log_3[x(x+1)] = \log_3(5x+12) \Leftrightarrow x^2 + x = 5x + 12 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = -2$  (loại) hoặc  $x = 6$  (nhận).

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 6$ .

**Câu 13.** Giải các phương trình sau:

a)  $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$ ;

b)  $5^{2x} = 10$ ;

c)  $3^x = 18$ ;

d)  $0,2^{x-1} = \frac{1}{\sqrt{125}}$ ;

e)  $5^{3x} = 25^{x-2}$ ;

g)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{32}\right)^{x-1}$ .

**Lời giải**

a) Đưa về phương trình  $3^{2x+1} = 3^{-3}$ . Đáp số:  $x = -2$ .

b)  $x = \frac{1}{2} \log_5 10$

c)  $x = \log_3 18$

d) Đưa về phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$ . Đáp số:  $x = \frac{5}{2}$ .

e) Đưa về phương trình  $5^{3x} = 5^{2x-4}$ . Đáp số:  $x = -4$ .

g) Đưa về phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-5}$ . Đáp số:  $x=4$ .

**Câu 14.** Giải các phương trình sau:

- a)  $\log_3(2x-1)=3$ ;
- b)  $\log_{49} x=0,25$ ;
- c)  $\log_2(3x+1)=\log_2(2x-4)$ ;
- d)  $\log_5(x-1)+\log_5(x-3)=\log_5(2x+10)$ ;
- e)  $\log x+\log(x-3)=1$ ;
- g)  $\log_2(\log_{81} x)=-2$ .

**Lời giải**

- a)  $x=14$ ;
- b)  $x=\sqrt{7}$ ;
- c) Vô nghiệm;
- d)  $x=7$ ;
- e)  $x=5$ ;
- g)  $x=3$ .

**Câu 15.** Giải các phương trình sau:

- a)  $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
- b)  $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 27 = 0$

**Lời giải**

a) Đặt  $t=2^x (t>0)$ , nhận được phương trình  $t^2 - 5t + 4 = 0$ .  
Đáp số:  $x=0$  hoặc  $x=2$ .

b) Đặt  $t=\left(\frac{1}{3}\right)^x (t>0)$ , nhận được phương trình  $t^2 - 6t - 27 = 0$   
 $\Leftrightarrow t=9$  (nhận) hoặc  $t=-3$  (loại)  
Đáp số:  $x=-2$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y=f(x)=\log_2 x$ . Biết rằng  $f(b)-f(a)=5(a,b>0)$ , tìm giá trị của  $\frac{b}{a}$ .

**Lời giải**

$$\frac{b}{a}=32$$

**Câu 17.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $125^a \cdot 25^b = 3$ . Tính giá trị của biểu thức  $P=3a+2b$ .

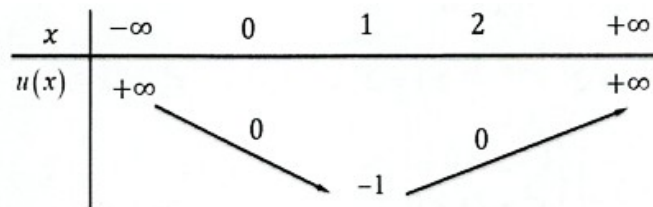
**Lời giải**

$$P=3a+2b=\log_5 3$$

**Câu 18.** Tính số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2-2x} = m^2 - m + 1$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0;2]$ .

**Lời giải**

Xét  $u(x)=x^2-2x$  trên  $[0;2]$ , có bảng biến thiên



Suy ra  $-1 \leq u(x) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^{x^2-2x} \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m^2 - m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$$

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm

Kết hợp với  $m \in \mathbb{Z} \rightarrow$  có 2 giá trị nguyên  $m$  cần tìm.

$$\log_{\frac{1}{2}}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$$

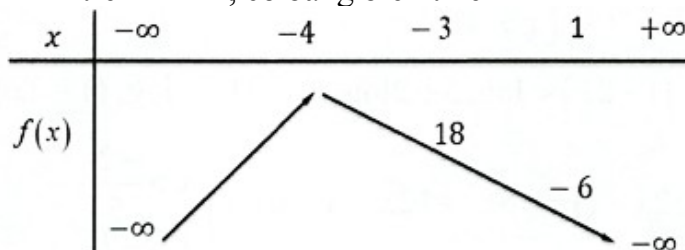
**Câu 19.** Cho phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm?

**Lời giải**

Ta có  $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0 \Leftrightarrow \log_2(3-2x-x^2) = \log_2(m+6x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2 > 0 \\ 3-2x-x^2 = m+6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m = -x^2 - 8x + 3 \rightarrow f(x) = -x^2 - 8x + 3 \end{cases}$$

Xét hàm số  $f(x) = -x^2 - 8x + 3$  trên  $(-3; 1)$ , có bảng biến thiên



Dựa vào BBT, để  $m = f(x)$  có nghiệm thuộc  $(-3; 1)$

$\Leftrightarrow f(-3) < m < f(1) \Leftrightarrow -6 < m < 18$ . Kết hợp với  $m$  nguyên dương  $\rightarrow$  có 17 giá trị cần tìm.

## Dạng 2. Giải bất phương trình mũ, logarit

**Câu 20.** (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Giải các bất phương trình sau:

a)  $0,1^{2x-1} \leq 0,1^{2-x}$

b)  $3 \cdot 2^{x+1} \leq 1$

**Lời giải**

a) Bất phương trình  $0,1^{2x-1} \leq 0,1^{2-x}$  tương đương với  $2x-1 \geq 2-x \Leftrightarrow x \geq 1$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $[1; +\infty)$ .

b) Bất phương trình  $3 \cdot 2^{x+1} \leq 1$  tương đương với

$$2^{x+1} \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow x+1 \leq \log_2 \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \leq -\log_2 3 - 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(-\infty; -\log_2 6]$ .

**Câu 21.** (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Giải các bất phương trình sau:

a)  $0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x}$ ;

b)  $2 \cdot 5^{2x+1} \leq 3$ ;

**Lời giải**

$$0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x} \Leftrightarrow 2-x < 4+2x \Leftrightarrow x > -\frac{2}{3}$$

a) Ta có:

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$$

$$2 \cdot 5^{2x+1} \leq 3 \Leftrightarrow 5^{2x+1} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x+1 \leq \log_5 \frac{3}{2} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \left( \log_5 \frac{3}{2} - 1 \right)$$

b) Ta có:

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } \left(-\infty; \frac{1}{2} \log_5 \frac{3}{10}\right]$$

**Câu 22. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Giải các bất phương trình sau:

$$\log_7(x+1) > \log_7(2-x)$$

a)  $\frac{1}{7}$  ;

b)  $2 \log(2x+1) > 3$

**Lời giải**

$$\log_7(x+1) > \log_7(2-x)$$

a) Điều kiện:  $-1 < x < 2$ . Bất phương trình  $\frac{1}{7}$  tương đương với

$$-\log_7(x+1) > \log_7(2-x) \Leftrightarrow \log_7(2-x) + \log_7(x+1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_7(2-x)(x+1) < 0 \Leftrightarrow (2-x)(x+1) < 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 > 0.$$

$$\text{Từ đó suy ra } x < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ hoặc } x > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là

$$\left(-1; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 2\right)$$

b) Điều kiện:  $x > -\frac{1}{2}$ . Bất phương trình  $2 \log(2x+1) > 3$  tương đương với

$$\log(2x+1) > \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x+1 > 10^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x > \frac{-1+10\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta kết luận tập nghiệm của bất phương trình là } \left(\frac{-1+10\sqrt{10}}{2}; +\infty\right)$$

**Câu 23. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\log_3(x+7) \geq -1$  ;

b)  $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1)$

**Lời giải**

a) Điều kiện:  $x > -7$ . Ta có:  $\log_3(x+7) \geq -1 \Leftrightarrow x+7 \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \geq -\frac{20}{3}$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } \left[-\frac{20}{3}; +\infty\right)$$

b) Điều kiện:  $x > \frac{1}{2}$ . Ta có:  $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1) \Leftrightarrow x+7 \leq 2x-1 \Leftrightarrow x \geq 8$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } [8; +\infty)$$

**Câu 24.** Giải mỗi bất phương trình sau:

a)  $3^x > \frac{1}{243}$

- b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \frac{3}{2}$   
 c)  $4^{x+3} \geq 32^x$ ;  
 d)  $\log(x-1) < 0$ ;  
 $\log_1(2x-1) \geq \log_1(x+3)$   
 e)  $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{5}}(x+3)$ ;  
 g)  $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$ .

**Lời giải**

a)  $3^x > \frac{1}{243} \Leftrightarrow 3^x > 3^{-5} \Leftrightarrow x > -5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(-5; +\infty)$ .

b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \Leftrightarrow 3x-7 \geq -1 \Leftrightarrow x \geq 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $[2; +\infty)$ .

c)  $4^{x+3} \geq 32^x \Leftrightarrow 2^{2(x+3)} \geq 2^{5x} \Leftrightarrow 2(x+3) \geq 5x \Leftrightarrow x \leq 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(-\infty; 2]$ .

d)  $\log(x-1) < 0 \Leftrightarrow \log(x-1) < \log 1 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 1 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(1; 2)$ .

e)  $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{5}}(x+3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \leq x+3 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $\left(\frac{1}{2}; 4\right]$ .

g)  $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8) \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \geq 2x-8 \\ 2x-8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 11 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < x \leq 11$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(4; 11]$ .

**Câu 25.** Giải mỗi bất phương trình sau:

- a)  $(0,2)^{2x+1} > 1$ ;  
 b)  $27^{2x} \leq \frac{1}{9}$ ;  
 c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5x+4} \geq 4$   
 d)  $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} < 125^{2x}$ ;  
 e)  $(\sqrt{2}-1)^{3x-2} < (\sqrt{2}+1)^{4-x}$   
 g)  $(0,5)^{2x^2-x} > (\sqrt{2})^{4x-12}$ .

**Lời giải**

a)  $x < -\frac{1}{2}$ .

b)  $x \leq -\frac{1}{3}$ .

c)  $2 \leq x \leq 3$ .

d)  $x > -\frac{1}{4}$ .

e)  $x > -1$ .

g)  $-2 < x < \frac{3}{2}$ .

**Câu 26.** Giải mỗi bất phương trình sau:

$\log_1(2x - 6) < -3$

a)  $x > 7$  ;

b)  $\log_3(x^2 - 2x + 2) > 0$  ;

c)  $\log_4(2x^2 + 3x) \geq \frac{1}{2}$

d)  $\log_{0,5}(x - 1) \geq \log_{0,5}(5 - 2x)$  ;

e)  $\log(x^2 + 1) \leq \log(x + 3)$  ;

g)  $\log_1(x^2 - 6x + 8) + \log_5(x - 4) > 0$

**Lời giải**

a)  $x > 7$ .

b)  $x \neq 1$ .

c)  $x \leq -2$  hoặc  $x \geq \frac{1}{2}$ .

d)  $1 < x \leq 2$ .

e)  $-1 \leq x \leq 2$ .

g) Vô nghiệm.

**Câu 27.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $3^{x^2-x} \leq 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$  ;

b)  $\log_{0,5}(x - 3) + \log_{0,5}(x - 2) \geq -1$

**Lời giải**

a)  $3^{x^2-x} \leq 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

Bất phương trình đã cho có thể viết ở dạng:  $3^{x^2-x} \leq 3^{2-x}$ .

Vì cơ số  $3 > 1$  nên bất phương trình trở thành  $x^2 - x \leq 2 - x$ , hay  $x^2 \leq 2$ .

Giải bất phương trình này, ta được  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ .

b)  $\log_{0,5}(x - 3) + \log_{0,5}(x - 2) \geq -1$

Điều kiện:  $x > 3$ .

Khi đó, bất phương trình đã cho tương đương với

$$\log_{0,5}[(x - 3)(x - 2)] \geq \log_{0,5} 2$$

Vì cơ số  $0,5 < 1$  nên bất phương trình trở thành  $(x - 3)(x - 2) \leq 2$ , hay  $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ .

Giải bất phương trình bậc hai này, ta được  $1 \leq x \leq 4$ . Kết hợp với điều kiện, ta được  $3 < x \leq 4$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(3; 4]$ .

**Câu 28.** Giải các bất phương trình mũ sau:

$$2^{2x-3} > \frac{1}{4};$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-6};$$

a)

$$c) 25^x \leq 5^{4x-3};$$

$$d) 9^x - 3^x - 6 \leq 0.$$

**Lời giải**

$$a) 2^{2x-3} > \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{2x-3} > 2^{-2} \Leftrightarrow 2x-3 > -2 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-6} \Leftrightarrow x^2 \leq 5x-6 \Leftrightarrow (x-2)(x-3) \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$$

$$c) 25^x \leq 5^{4x-3} \Leftrightarrow 5^{2x} \leq 5^{4x-3} \Leftrightarrow 2x \leq 4x-3 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}.$$

$$d) 9^x - 3^x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3^x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (3^x - 3)(3^x + 2) \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 1.$$

**Câu 29.** Giải các bất phương trình lôgarit sau:

$$a) \log_3(2x+1) \geq 2;$$

$$b) \log_2(3x-1) < \log_2(9-2x);$$

$$c) \log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(4x-5);$$

$$d) \log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2.$$

**Lời giải**

$$a) \text{Điều kiện: } x > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \log_3(2x+1) \geq 2 \Leftrightarrow 2x+1 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 4 \text{ (thoả mãn).}$$

$$b) \text{Điều kiện: } \frac{1}{3} < x < \frac{9}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \log_2(3x-1) < \log_2(9-2x) \Leftrightarrow 3x-1 < 9-2x \Leftrightarrow 5x < 10 \Leftrightarrow x < 2.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện, ta được: } \frac{1}{3} < x < 2.$$

$$c) \text{Điều kiện: } x > \frac{5}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(4x-5) \Leftrightarrow x+1 \geq 4x-5 \Leftrightarrow 3x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện, ta được: } \frac{5}{4} < x \leq 2.$$

$$d) \text{Điều kiện: } x > \frac{1}{2}. \text{ Ta có: } \log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x-1) \leq \frac{\log_2(x+1)^2}{\log_2 4} \Leftrightarrow \log_2(2x-1) \leq \frac{\log_2(x+1)^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x-1)^2 \leq \log_2(x+1)^2 \Leftrightarrow (2x-1)^2 \leq (x+1)^2 \Leftrightarrow 3x(x-2) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện, ta được: } \frac{1}{2} < x \leq 2.$$

**Câu 30.** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$a) y = \frac{1}{3^x - 9};$$

$$b) y = \ln(4 - x^2);$$

$$c) y = \log \frac{1}{5-x}$$

$$d) y = \frac{2}{\log_4(x-1)}.$$

### Lời giải

- a)  $y = \frac{1}{3^x - 9}$ . Hàm số xác định khi  $3^x \neq 9$ , tức là  $x \neq 2$ .
- b)  $y = \ln(4 - x^2)$ . Hàm số xác định khi  $4 - x^2 > 0$ , tức là  $-2 < x < 2$ .
- c)  $y = \log \frac{1}{5 - x}$ . Hàm số xác định khi  $\frac{1}{5 - x} > 0$ , tức là  $x < 5$ .
- d)  $y = \frac{2}{\log_4(x - 1)}$ . Hàm số xác định khi  $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ \log_4(x - 1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1, x \neq 2$ .

**Câu 31.** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \geq \frac{1}{81}$
- b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{3x} < 25^{1-x}$

### Lời giải

- a) Ta có:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \geq \frac{1}{81} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Leftrightarrow 2x+1 \leq 4$  (do  $0 < \frac{1}{3} < 1$ )  
 $\Leftrightarrow 2x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$ .

Vậy bất phương trình có nghiệm là  $x \leq \frac{3}{2}$ .

- b) Ta có:  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{3x} < 25^{1-x} \Leftrightarrow \left(5^{-\frac{1}{2}}\right)^{3x} < (5^2)^{1-x} \Leftrightarrow 5^{-\frac{3x}{2}} < 5^{2-2x}$   
 $\Leftrightarrow -\frac{3x}{2} < 2 - 2x$  (do  $5 > 1$ )  $\Leftrightarrow \frac{x}{2} < 2 \Leftrightarrow x < 4$ .

Vậy bất phương trình có nghiệm là  $x < 4$ .

**Câu 32.** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $\log_{\sqrt{5}}(x^2 - 4) < 2$ ;
- b)  $\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(3x-4)$ .

### Lời giải

- a) Điều kiện:  $x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -2$  hoặc  $x > 2$ .

Do  $\sqrt{5} > 1$  nên bất phương trình đã cho tương đương với  
 $x^2 - 4 < (\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$ .

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của bất phương trình là  $-3 < x < -2$  hoặc  $2 < x < 3$ .

- b) Do  $0 < 0,5 < 1$  nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 \leq 3x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \geq 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq 5$ .

**Câu 33.** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $4^x < 2\sqrt{2}$ ;

- b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{9}$
- c)  $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x < 40$  ;
- d)  $4^{2x} < 8^{x-1}$  ;
- e)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x} \leq \left(\frac{1}{25}\right)^x$
- g)  $0,25^{x-2} > 0,5^{x+1}$  .

**Lời giải**

- a) Đưa về bất phương trình  $2^{2x} < 2^{\frac{3}{2}}$ . Đáp số:  $x < \frac{3}{4}$ .
- b) Đưa về bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x-1}{2}} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^2$ . Đáp số:  $x \leq 5$ .
- c) Đưa về bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ . Đáp số:  $x > -3$ .
- d) Đưa về bất phương trình  $2^{4x} < 2^{3x-3}$ . Đáp số:  $x < -3$ .
- e) Đưa về bất phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{2x}$ . Đáp số:  $x \leq \frac{2}{3}$ .
- g) Đưa về bất phương trình  $0,5^{2x-4} > 0,5^{x+1}$ . Đáp số:  $x < 5$ .

**Câu 34.** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $\log_3(x+4) < 2$  ;
- $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 4$
- b)  $\frac{1}{2}$  ;
- c)  $\log_{0,25}(x-1) \leq -1$  ;
- d)  $\log_5(x^2 - 24x) \geq 2$  ;
- $2 \log_{\frac{1}{4}}(x+1) \geq \log_{\frac{1}{4}}(3x+7)$
- e)  $\frac{1}{4}$  ;
- g)  $2 \log_3(x+1) \leq 1 + \log_3(x+7)$

**Lời giải**

- a)  $-4 < x < 5$  ;
- $0 < x \leq \frac{1}{16}$
- b)  $x \geq 5$  ;
- d)  $x \leq -1$  hoặc  $x \geq 25$  .
- e) Điều kiện:  $x > -1$  .

Đưa về bất phương trình  $\log_{\frac{1}{4}}(x+1)^2 \geq \log_{\frac{1}{4}}(3x+7)$ , rồi đưa về bất phương trình  $x^2 - x - 6 \leq 0$  .

Đáp số:  $-1 < x \leq 3$  .

g) Điều kiện:  $x > -1$  .

Đưa về bất phương trình  $\log_3(x+1)^2 \leq \log_3[3(x+7)]$ , rồi đưa về bất phương trình  $x^2 - x - 20 \leq 0$  . Đáp số:  $-1 < x \leq 5$  .

**Câu 35.** Tìm tất cả các số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\log_3(x-2) \cdot \log_3(x-1) < 0$ .

**Lời giải**

Từ giả thiết, nhận được  $1 < \log_3 x < 2$  hay  $3 < x < 9$ . Từ đó, các số nguyên  $x$  cần tìm là 4; 5; 6; 7; 8

**Câu 36.** Tìm tập xác định của các hàm số

a)  $y = f(x) = \sqrt{4 - 2^x} + \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}$

b)  $y = f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)}$

**Lời giải**

a) (1; 2].

b) (2; 3].

**Câu 37.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để bất phương trình  $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ?

**Lời giải**

Ta có  $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{2}{e}\right)^{3m-2x} \Leftrightarrow x^2+2mx+1 \geq 3m-2x$

$\Leftrightarrow x^2+2(m+1)x-3m+1 \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 > 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (1-3m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 0.$

Kết hợp với  $m \in \mathbb{Z} \rightarrow$  có 6 giá trị nguyên  $m$  cần tìm.

**Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a$  để bất phương trình  $\ln(2x^2+3) > \ln(x^2+ax+1)$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ?

**Lời giải**

Yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 > 0 \\ 2x^2+3 > x^2+ax+1 \end{cases}; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x^2+ax+1 > 0 \\ g(x) = x^2-ax+2 > 0 \end{cases}; \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{f(x)} < 0 \\ \Delta_{g(x)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-4 < 0 \\ a^2-8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2-4 < 0 \Leftrightarrow (a-2)(a+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 2.$

Kết hợp với  $a \in \mathbb{Z} \rightarrow a = \{-1; 0; 1\}$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$  ?

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $x > -30$ . Đặt  $f(x) = (3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5]$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} = 9^x \\ \log_2(x+30) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2x \\ x+30 = 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (kép)} \end{cases}$

Xét phương trình

Ta có bảng xét dấu:

$x$	$-30$		$0$		$2$		$+\infty$
$f(x)$	$  $	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$	

Suy ra bất phương trình  $f(x) \leq 0$  có tập nghiệm là:  $S = (-30; 0] \cup \{2\}$

Với  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-29; -28; \dots; -2; -1; 0; 2\}$ .

Vậy có 31 số nguyên  $x$  thỏa mãn.

**Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$  có không quá 5 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^{x+2} - \sqrt[3]{2})(5^x - y) < 0$ ?

**Lời giải**

$$\text{Ta có } (2^{x+2} - \sqrt[3]{2})(5^x - y) < 0 \Leftrightarrow \left(2^{x+2} - 2^{\frac{1}{3}}\right)(5^x - 5^{\log_5 y}) < 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + 2 - \frac{1}{3}\right)(x - \log_5 y) < 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{3} < x < \log_5 y.$$

Khi đó để với mỗi  $y$  có không quá 5 số nguyên  $x$  thì  $\log_5 y \leq 4 \Leftrightarrow y \leq 625$ .

Vậy có 625 số nguyên dương  $y$  thỏa yêu cầu bài toán.

### Dạng 3. Ứng dụng

**Câu 41. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Áp suất khí quyển  $P$  (tính bằng kilôpascal, viết tắt là kPa) ở độ cao

$$\ln\left(\frac{P}{100}\right) = -\frac{h}{7}$$

$h$  (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau:

(Theo britannica.com)

a) Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4 km.

b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

**Lời giải**

a) Ta có:  $\ln\left(\frac{P}{100}\right) = -\frac{4}{7}$ , từ đó:  $\frac{P}{100} = e^{-\frac{4}{7}} \Leftrightarrow P = 100e^{-\frac{4}{7}} \approx 56,47(kPa)$

b) Khi ở độ cao trên 10km thì  $h > 10$ , do đó:

$$\ln\left(\frac{P}{100}\right) = -\frac{h}{7} < -\frac{10}{7} \Leftrightarrow 0 < \frac{P}{100} < e^{-\frac{10}{7}} \Leftrightarrow 0 < P < 100 \cdot e^{-\frac{10}{7}} \approx 23,97(kPa).$$

Vậy áp suất khí quyển sẽ nhỏ hơn 23,97 kPa.

**Câu 42. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau  $n$  năm là:  $A = 500 \cdot (1 + 0,075)^n$  (triệu đồng).

Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

**Lời giải**

Để có được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) thì

$$500 \cdot 1,075^n \geq 800 \Leftrightarrow 1,075^n \geq 1,6 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,075} 1,6 \approx 6,5 \text{ (năm)}$$

Vậy cần tối thiểu 7 năm gửi tiết kiệm thì bác  $A^n$  thu được ít nhất 800 triệu đồng.

**Câu 43. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn  $N(t)$  sau  $t$  giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức sau:  $N(t) = 500e^{0,4t}$ . Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con?

### Lời giải

Số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con khi và chỉ khi

$$N(t) \geq 80000 \Leftrightarrow 500e^{0,4t} \geq 80000 \Leftrightarrow e^{0,4t} \geq 160 \Leftrightarrow t \geq \ln 160 : 0,4 \approx 12,69 \text{ (giờ)}$$

Vậy sau khoảng 12,69 giờ thì số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con.

**Câu 44. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Giả sử nhiệt độ  $T(^{\circ}C)$  của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức:  $T = 25 + 70e^{-0,5t}$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại  $30^{\circ}C$  ?

### Lời giải

a) Nhiệt độ  $T_0$  ban đầu của vật ứng với nhiệt độ tại thời điểm  $t=0$ , từ đó ta được

$$T_0 = T(0) = 25 + 70e^{-0,5 \cdot 0} = 25 + 70 = 95(^{\circ}C).$$

b) Nhiệt độ của vật còn lại  $30^{\circ}C$  khi  $t$  thỏa mãn phương trình

$$25 + 70e^{-0,5t} = 30 \Leftrightarrow e^{-0,5t} = \frac{1}{14} \Leftrightarrow -0,5t = \ln \frac{1}{14} \Leftrightarrow t = 2 \ln 14 \approx 5,278.$$

Vậy sau khoảng 5,28 phút thì nhiệt độ của vật còn lại  $30^{\circ}C$ .

**Câu 45. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lít) của một dung dịch có độ pH là 8.

### Lời giải

Do nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH là 8 nên

$$-\log [H^+] = 8 \Leftrightarrow [H^+] = 10^{-8}. \text{ Vậy nồng độ ion hydrogen của một dung dịch là } 10^{-8} \text{ mol / lít.}$$

**Câu 46.** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6%/ năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

### Lời giải

Gọi  $x$  là số năm người đó gửi tiền trong ngân hàng.

Số tiền cả gốc và lãi người đó có được sau  $x$  năm được tính bởi công thức:

$$S = 100 \cdot 1,06^x. \text{ Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì}$$

$$100 \cdot 1,06^x > 130 \Leftrightarrow 1,06^x > 1,3 \Leftrightarrow x > \log_{1,06} 1,3. \text{ Suy ra } x > 4,503.$$

Do kì hạn gửi là 12 tháng nên để rút được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất 5 năm.

**Câu 47.** Độ pH của đất thích hợp cho trồng hoa hồng là từ 6,5 đến 7. Tính nồng độ của ion hydrogen  $[H^+]$  của đất để thích hợp cho trồng hoa hồng.

### Lời giải

$$\text{Ta có: } 6,5 < -\log [H^+] < 7 \Leftrightarrow -7 < \log [H^+] < -6,5 \Leftrightarrow 10^{-7} < [H^+] < 10^{-6,5}.$$

Vậy nồng độ của ion hydrogen  $[H^+]$  của đất trong khoảng  $(10^{-7}; 10^{-6,5})$  thì thích hợp để trồng hoa hồng.

**Câu 48.** Người ta nuôi cấy vi khuẩn Bacillus subtilis trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là  $2 \cdot 10^2$ . Sau 13 giờ, số tế bào / 1ml dịch nuôi là  $3,33 \cdot 10^9$ . Biết vi khuẩn Bacillus subtilis sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn Bacillus subtilis tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

### Lời giải

Gọi  $T$  (phút) là thời gian để vi khuẩn Bacillus subtilis tự nhân đôi một lần. Theo giả thiết, ta có:

$$3,33 \cdot 10^9 = 2 \cdot 10^2 \cdot 2^{\frac{13 \cdot 60}{T}} \Leftrightarrow \frac{13 \cdot 60}{T} = \log_2(1,665 \cdot 10^7).$$

Suy ra  $T \approx 33$  phút.

**Câu 49.** Tốc độ của gió  $S$  (dặm/giờ) gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức:

$$S = 93 \log d + 65, \text{ trong đó } d \text{ (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy đó di chuyển được.}$$

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Tính quãng đường cơn lốc xoáy đã di chuyển được, biết tốc độ của gió ở gần tâm bằng 140 dặm/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Lời giải**

6,4 dặm.

**Câu 50.** Dân số thành phố Hà Nội năm 2022 khoảng 8,4 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Hà Nội không đổi và bằng  $r = 1,04\%$ . Biết rằng, sau  $t$  năm dân số Hà Nội (tính từ mốc năm 2022) ước tính

theo công thức:  $S = A \cdot e^{rt}$ , trong đó  $A$  là dân số năm lấy làm mốc. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số của Hà Nội vượt quá 10 triệu người?

**Lời giải**

$$8,4e^{0,0104t} > 10 \Leftrightarrow t > \frac{\ln 10 - \ln 8,4}{0,0104}$$

Ta có: Suy ra  $t > 16,764$ . Vậy sau khoảng 17 năm tính từ mốc năm 2022, tức là từ năm 2039 thì dân số Hà Nội vượt quá 10 triệu người.

**Câu 51.** Mức cường độ âm  $L(dB)$  được tính bởi công thức  $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$ , trong đó  $I (W/m^2)$  là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không vượt quá  $85 dB$ . Hỏi cường độ âm của nhà máy đó phải thỏa mãn điều kiện nào để đảm bảo sức khỏe cho công nhân?

**Lời giải**

Cường độ âm của nhà máy đó không vượt quá  $10^{-3,5} (W/m^2)$ .

**Câu 52.** Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm

(theo danso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình  $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$  có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm  $t$ .

a) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người?

b) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

**Lời giải**

a) Dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người khi  $t$  thỏa mãn phương trình:

$$7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020} = 8,5$$

$$\Leftrightarrow 1,0105^{t-2020} = \frac{8,5}{7,79}$$

$$\Leftrightarrow t - 2020 = \log_{1,0105} \frac{8,5}{7,79}$$

$$\Leftrightarrow t = 2020 + \log_{1,0105} \frac{8,5}{7,79} \approx 2028,35.$$

Vậy theo mô hình đã cho thì đến năm 2029 dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người.

b) Dân số thế giới là 10 tỉ người khi  $t$  thỏa mãn phương trình:

$$\begin{aligned}
7,79 (1,0105)^{t-2020} &= 10 \\
\Leftrightarrow (1,0105)^{t-2020} &= \frac{10}{7,79} \\
\Leftrightarrow t - 2020 &= \log_{1,0105} \frac{10}{7,79} \\
\Leftrightarrow t &= 2020 + \log_{1,0105} \frac{10}{7,79} \approx 2043,91.
\end{aligned}$$

Vậy theo mô hình đã cho thì đến năm 2044 dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

**Câu 53.** Áp suất khí quyển  $P$  lên một vật giảm khi độ cao tăng dần. Giả sử áp suất này (tính bằng milimét thủy ngân) được biểu diễn theo độ cao  $h$  (tính bằng kilômét) so với mực nước biển bằng công thức  $p(h) = 760 \cdot e^{-0,145h}$ .

- a) Một máy bay đang chịu áp suất khí quyển  $320 \text{ mmHg}$ . Tìm độ cao của máy bay đó.  
b) Một người đứng trên đỉnh của một ngọn núi và chịu áp suất khí quyển  $667 \text{ mmHg}$ . Tìm chiều cao của ngọn núi này.

**Lời giải**

- a) Giải phương trình  $760e^{-0,145h} = 320$ , ta tìm được  $h \approx 5,965 \text{ km}$ .  
Vậy độ cao của máy bay là khoảng 5,965 km.  
b) Giải phương trình  $760e^{-0,145h} = 667$ , ta tìm được  $h \approx 0,9 \text{ km}$ .  
Vậy chiều cao của ngọn núi là khoảng 0,9 km.

**Câu 54.** Giả sử giá trị còn lại  $V$  (triệu đồng) của một chiếc ô tô nào đó sau  $t$  năm được cho bằng công thức  $V(t) = 730 \cdot (0,82)^t$ .

- a) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng?  
b) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng?  
(Kết quả của câu a và câu b được tính tròn năm).

**Lời giải**

- a) Giải phương trình  $730 \cdot (0,82)^t = 500$ , ta được  $t \approx 1,91$  năm.  
Vậy chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng sau khoảng 2 năm.  
b) Giải phương trình  $730 \cdot (0,82)^t = 200$ , ta được  $t \approx 6,52$  năm.  
Vậy chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng sau khoảng 7 năm.

**Câu 55.** Giả sử tổng chi phí hoạt động (đơn vị tỉ đồng) trong một năm của một công ty được tính bằng công thức  $C(t) = 90 - 50e^{-t}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng năm kể từ khi công ty được thành lập. Tính chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

**Lời giải**

Chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập là:

$$C(10) = 90 - 50e^{-10} \approx 89,998 \text{ (tỉ đồng)}$$

**Câu 56.** Nhắc lại rằng độ  $pH$  của một dung dịch được tính bằng công thức  $pH = -\log [H^+]$ , ở đó  $[H^+]$  là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng mol/lít. Biết rằng máu của người bình thường có độ  $pH$  từ 7,30 đến 7,45. Hỏi nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn nào?

**Lời giải**

Ta có:  $7,30 \leq -\log [H^+] \leq 7,45$

$$\Leftrightarrow -7,30 \geq \log [H^+] \geq -7,45$$

$$\Leftrightarrow 10^{-7,30} \geq [H^+] \geq 10^{-7,45}$$

Vậy nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn  $[5,01 \cdot 10^{-8}; 3,55 \cdot 10^{-8}]$ .

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \text{ trong đó } I$$

**Câu 57.** Nhắc lại rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức

là cường độ âm tính theo  $W/m^2$  và  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ .

a) Tính cường độ âm của âm thanh tàu điện ngầm có mức cường độ âm là 100 dB.

b) Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ 70 dB đến 85 dB. Hỏi cường độ âm thay đổi trong đoạn nào?

**Lời giải**

a) Giải phương trình  $100 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$ , ta tìm được  $I = 0,01$ .

b) Ta có:  $70 \leq 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \leq 85$

Giải bất phương trình này, ta được  $10^{-5} \leq I \leq 10^{-3,5}$ .

Vậy cường độ âm thay đổi trong đoạn  $[10^{-5}; 10^{-3,5}]$ .

**Câu 58.** Đồng vị phóng xạ Uranium-235 (thường được sử dụng trong điện hạt nhân) có chu kỳ bán rã là  $T = 703800000$  năm. Theo đó, nếu ban đầu có 100 gam Uranium-235 thì sau  $t$  năm, do bị phân rã, lượng

Uranium-235 còn lại được tính bởi công thức  $M = 100 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$  (g). Sau thời gian bao lâu thì lượng Uranium-235 còn lại bằng 90% so với ban đầu?

**Lời giải**

Khi  $M = 90$  g, ta có phương trình:

$$90 = 100 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \Leftrightarrow \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} = 0,9 \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_{\frac{1}{2}} 0,9$$

$$\Leftrightarrow t = T \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,9 \approx 106979777 \text{ (năm)}$$

**Câu 59.** Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa  $P_0$  vi khuẩn thì sau  $t$  giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là  $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$ , với  $\alpha$  là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

**Lời giải**

$$6000 = 9000 \cdot 10^{-2\alpha} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \log \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{2}$$

$$9000 \cdot 10^{-\alpha t} \leq 1000 \Leftrightarrow 10^{-\alpha t} \leq \frac{1}{9} \Leftrightarrow -\alpha t \leq \log \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow t \geq -\frac{2}{\alpha} \log \frac{1}{3} = -\frac{2}{\frac{1}{2} \log \frac{3}{2}} \cdot \log \frac{1}{3} = \frac{4 \log 3}{\log \frac{3}{2}} \approx 10,8 \text{ (giờ)}$$

**Câu 60.** Độ  $pH$  của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = -\log x$ , trong đó  $x$  là nồng độ ion  $H^+$  của dung dịch đó tính bằng  $mol/L$ . Biết rằng độ  $pH$  của dung dịch  $A$  lớn hơn độ  $pH$  của dung dịch  $B$  là 0,7. Dung dịch  $B$  có nồng độ ion  $H^+$  gấp bao nhiêu lần nồng độ ion  $H^+$  của dung dịch  $A$ ?

**Lời giải**

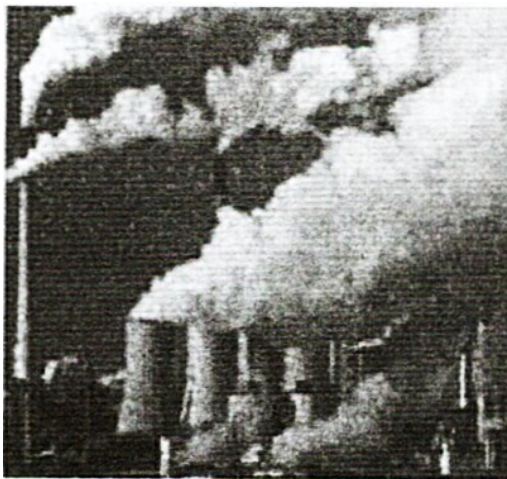
Ta có:  $pH_A = -\log x_A; pH_B = -\log x_B$

$$\Rightarrow pH_A - pH_B = -\log x_A + \log x_B = \log \frac{x_B}{x_A}.$$

$$\log \frac{x_B}{x_A} = 0,7 \Rightarrow \frac{x_B}{x_A} = 10^{0,7} \approx 5$$

Từ đó suy ra (lần).

**Câu 61.** Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm  $2^{\circ}C$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm  $5^{\circ}C$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm  $t^{\circ}C$ , tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm  $f(t)\%$  thì  $f(t) = k \cdot a^t$ , trong đó  $k, a$  là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu  $^{\circ}C$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?



**Lời giải**

Theo bài ta có  $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases}$  (1). Ta cần tìm  $t$  sao cho  $k \cdot a^t = 20\%$

Từ (1)  $\Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2}$  và  $a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$

$$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t - 2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7.$$

**Câu 62.** Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

**Lời giải**

Số tiền ông An kiếm được trong 3 năm đầu là:  $3 \cdot 1.2 = 3.6$  triệu đồng.

Số tiền ông An có được sau 18 năm đi làm là:

$$S_1 = 3.6 + 3.6 \cdot (1 + 40\%)^1 + \dots + 3.6 \cdot (1 + 40\%)^5 + 3.6 \cdot (1 + 40\%)^6$$

Số tiền ông An nhận sau 2 năm cuối (năm thứ 19 và 20 ) là  $S_2 = 2 \cdot 12 \cdot (1 + 4\%)^6$   
Do đó tổng số tiền ông An thu được là:

$$S = 36 \cdot \frac{1 - (1,4)^6}{1 - 1,4} + 24 (1,4)^6 \approx 768,37$$

(triệu đồng).

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com  
<https://www.vnteach.com>