**PHÒNG GD & ĐT CHƯƠNG MỸ ĐỀ THI KTCL HỌC SINH GIỎI**

**Môn: Toán 8**

**Năm học 2018 – 2019**

*Thời gian làm bài 150 phút*

**Bài 1. (4,5 điểm)**

Cho biểu thức: A =  (với x ≠ 2 và x ≠ 3)

1. Rút gọn biểu thức A;
2. Tính giá trị của biểu thức A khi |2x – 1| = 3
3. Tìm các giá trị nguyên của x để P =  nhận giá trị nguyên.
4. Tìm các giá trị của x để A = 

**Bài 2. (3 điểm)**

1. Xác định các số a, b biết 2x3 + ax + b chia cho x + 1 dư – 6, chia cho x – 2 dư 21.
2. Giải phương trình: (x – 7)(x – 5)(x – 4)(x – 2) = 72

**Bài 3. (3 điểm)**

1. Cho M = x5 – x
2. Chứng minh rằng M chia hết cho 30 với mọi x ∈ Z
3. Chứng minh rằng M + 2 không là số chính phương với mọi x ∈ N.
4. Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn: x2y + 2xy + y = 32x

**Bài 4. (2,5 điểm)**

1. Cho a, b, c, d > 0. Chứng minh: 
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của: H = 2x2 + y2 – 2xy + 2y + 2021

**Bài 5. (7 điểm)**

Cho ∆ABC có , AB < AC, đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên cạnh AB và AC.

1. Chứng minh rằng: MN = AH
2. Chứng minh rằng: AM.AB = AN.AC = AH2
3. Gọi K là giao điểm của NM và BC. Chứng minh rằng: KB.KC = KH2;
4. Gọi O là trung điểm của BC, I là giao điểm của MN và AH. Chứng minh rằng OI vuông góc với AK.
5. Giả sử . Tính tỉ số 

…………………………Hết…………………………

PHÒNG GD & ĐT CHƯƠNG MỸ **HƯỚNG DẪN CHẤM KTCL**

Năm học: 2018 – 2019

Môn: Toán 8

Thời gian làm bài 150 phút

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| Bài 1.  4,5 điểm | a)  2đ | A =  =  =  =  =  =  =  Kết luận… |  |
| b)  1đ | Ta có A = với x ≠ 2 và x ≠ 3  |2x – 1| = 3 => 2x – 1 = 3 hoặc 2x – 1 = - 3   * x = 2 hoặc x = - 1   + Với x = 2 không thỏa mãn đk không thay vào A  + Với x = - 1 thỏa mãn đk thay vào A ta được:  A = |  |
| c)  1đ | Ta có A = với x ≠ 2 và x ≠ 3  P =  (Với x ≠ 1; x ≠ 2 và x ≠ 3)  P =  Để P nguyên =>  nguyên => x – 3 là ước của 7   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | x – 3 | -7 | -1 | 1 | 7 | | x | -4 | 2 | 4 | 10 |   Kết hợp với đkxđ ta được x ∈ {-4;4;10} thỏa mãn yêu cầu đầu bài  d) Từ điều kiện suy ra: (x – 1)(x + 2) = x.(x – 3) biến đổi: tìm được x =  thỏa mãn điều kiện |  |
| Bài 2.  3 điểm | 1)  1,5đ | 2x3 + ax + b chia cho x + 1 dư – 6   * 2x3 + ax + b = (x + 1)f(x) – 6 * - 2 – a + b = - 6 => b – a = - 4   2x3 + ax + b chia cho x – 2 dư 21   * 2x3 + ax + b = (x – 2)g(x) + 21 * 16 + 2a + b = 21 => 2a + b = 5   Vậy b – a = - 4 và 2a + b = 5  Giải đúng a = 3, b = - 1  Kết luận…. |  |
| 2)  1,5đ | (x – 7)(x – 5)(x – 4)(x – 2) = 72  ⬄ (x2 – 9x + 14)(x2 – 9x + 20) = 72  Đặt x2 – 9x + 17 = t   * (t – 3)(t + 3) = 72 * t2 = 81 => t = 9 hoặc t = - 9   + t = 9 => x2 – 9x + 17 = 9 => x2 – 9x + 8 = 0   * x = 1 hoặc x = 8   + t = - 9 => x2 – 9x + 17 = - 9 => x2 – 9x + 26 = 0  (vô nghiệm vì x2 – 9x + 26 = (x – 9/2)2 + 25/4 > 0 với mọi x)  Vậy S = {1;8} |  |
| Bài 3.  3 điểm | 1a)  1đ | Ta có: x5 – x = x(x4 – 1) = x(x – 1)(x + 1)(x2 + 1)  = x(x – 1)(x + 1)(x2 – 4 + 5)  = x(x – 1)(x + 1)(x2 – 4) + 5x(x – 1)(x + 1)  = x(x – 1)(x + 1)(x – 2)(x + 2) + 5x(x – 1)(x + 1)  + Ta có: x(x – 1)(x + 1)(x – 2)(x + 2) là tích của 5 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 30.  + x(x – 1)(x + 1) là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 6 => 5x(x – 1)(x + 1) chia hết cho 30   * x5 – x chia hết cho 30 |  |
| 1b)  1đ | Xét biểu thức x5 – x + 2  Theo câu a) ta có x5 – x luôn chia hết cho 30 với mọi x là số nguyên => nó chia hết cho 30 với mọi x là số tự nhiên.   * Tận cùng của x5 – x là 0 * Tận cùng của x5 – x + 2 là 2   Mà tất cả các số chính phương chỉ có thể có tận cùng là 0; 1; 4; 5; 6; 9  Vậy x5 – x + 2 không thể là số chính phương với mọi số tự nhiên x. |  |
| 2)  1đ | x2y + 2xy + y = 32x   * y(x + 1)2 = 32x * y =  (Do x nguyên dương nên x + 1 ≠ 0)   Mà x và x + 1 nguyên tố cùng nhau => 32 chia hết cho (x + 1)2  32 = 25 => (x + 1)2 = 22 hoặc (x + 1)2 = 24 (vì x + 1 > 1)  + x + 1 = 2 => x = 1  + x + 1 = 22 => x = 3  Với x = 1 => y = 8  Với x = 3 => y = 6 |  |
| Bài 4.  3 điểm | 1)  1,5đ | Ta có  Mặt khác:  Từ (1) và (2) ta có    Tương tự:  (5)  (6)  Cộng vế với vế của (3); (4); (5); (6) ta có:  (đpcm) |  |
| 2)  1,0đ | Phân tích  H = x2 + y2 + 1 – 2xy – 2x + 2y + x2 + 2x + 1 + 2019  = (x – y – 1)2 + (x + 1)2 + 2019  Lập luận: kết luận GTLN là 2019 khi x = - 1; y = - 2  Từ đó kết luận |  |
| Bài 5.  7 điểm |  |  |  |
| a)  2đ | HM ⊥ AB tại M (vì M là hình chiếu của H trên AB)      HN ⊥ AC tại N (N là hình chiếu của H trên AC)      Xét tứ giác AMHN có   * AMHN là hình chữ nhật * AH = MN (t/c hình chữ nhật) |  |
| b)  2đ | Ta có AMHN là hình chữ nhật (CMT)   * (t/c hình chữ nhật)   Mà  (cùng phụ với góc HAB)   * hay   Xét ∆ANM và ∆ABC có  Góc A chung,   * ∆ANM đồng dạng với ∆ABC (góc – góc) * AM.AB = AN.AC   Chứng minh được: AM.AB = AH2 |  |
| c)  1đ | Chứng minh ∆KHM đồng dạng với ∆KNH (góc K chung, góc KHM = góc KNH cùng bằng góc HAB)   * (1)   Chứng minh ∆KMB đồng dạng với ∆KCN (góc K chung, góc KMB bằng góc C cùng bằng góc AMN)   * KM.KN = KB.KC (2)   Từ (1) và (2) => KH2 = KB.KC |  |
| d)  1đ | ∆ABC vuông tại A, trung tuyến AO   * AO = OB = OC (t/c trung tuyến ∆ vuông) * ∆OAC cân tại O =>  (T/c ∆ cân)   Mà  (∆ANM đồng dạng với ∆ABC)      Mà   * => OA ⊥ MN hay OA ⊥ KN   Xét ∆KAO  Có AH ⊥ KO, KN ⊥ OA mà AH cắt KN tại I => I là trực tâm ∆KAO => OI ⊥ AK |  |
| e)  1đ | * AH = 40t, AO = 41t   Xét ∆HAO vuông tại H ta có:  OA2 = OH2 + AH2 (đli Pitago)   * OH2 = OA2 – AH2 = (41t)2 – (40t)2 = 81t2 * OH = 9t   Mà OA = OB = OC (t/c trung tuyến ∆ vuông ABC)   * OC = 41t => HC = 41t + 9t = 50t   Chứng minh: ∆HAC đồng dạng với ∆ABC (g.g) |  |