

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 5

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y						

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$ C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$ D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -28. B. -1. C. -36. D. -37.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

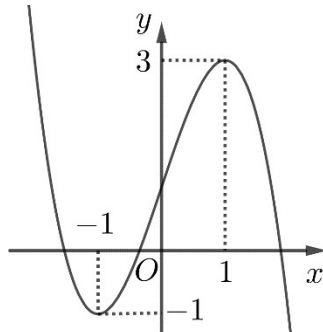
- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'			
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

- A. $y = \frac{-2x^2 - 4x - 1}{x+2}$. B. $y = \frac{-2x^2 - 4x + 1}{x+2}$. C. $y = \frac{-2x^2 - 3x - 2}{x+2}$. D. $y = \frac{-2x^2 - 3x + 1}{x+2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 0 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$.
C. $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{A'B'}$. B. $\vec{A'C'}$. C. $\vec{A'C}$. D. $\vec{A'B}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; -1)$.

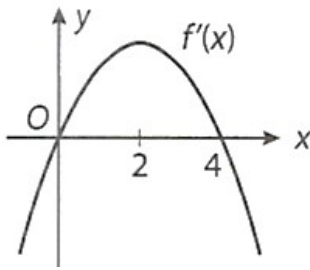
Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Sử dụng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



- a) hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.
- b) hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.
- c) hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.
- d) hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$ đạt được khi $x = -1$.
- b) $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$ đạt được khi $x = 3$.
- c) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.
- d) Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 8.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
- b) $f'(x) = 3x^2 + 3$
- c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.
- d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở Hình

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $a = (m; 3; 6)$ và $b = (1; 2; 3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $|b| = 14$
- b) Nếu $a - 2b = (3; -1; 0)$ thì $m = 5$
- c) Nếu $a \cdot b = 10$ thì $m = -14$
- d) Nếu $|a| = 9$ thì tổng các giá trị của m tìm được bằng 0

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

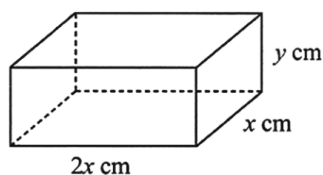
Câu 1. Một nhà sản xuất áo sơ mi bán x chiếc mỗi ngày với hàm số biểu thị doanh thu:

$R(x) = 200 \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 1000$ (đô la). Chi phí sản xuất được xác định bởi hàm: $C(x) = (x - 100)^2 + 200$ (đô la). Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 2. Doanh số bán hệ thống âm thanh nổi mới trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường

$R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}, x \geq 0$
cong logistic, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy?

Câu 3. Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000 cm^3 (Hình). Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của xăngtimét.



Câu 4. Có ba lực F_1, F_2, F_3 cùng tác động vào một vật. Ba lực này đôi một hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là $3N, 6N$ và $9N$. Tính độ lớn (N) của hợp lực của ba lực trên.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (1; 2; 1), b = (-2; 3; 4), c = (0; 1; 2)$ và $d = (4; 2; 0)$. Biểu diễn $d = xa + yb + zc$. Tổng $x + y + z$ là

Câu 6. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$. Tính giá trị $M + m$

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐
0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐
1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐
2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐
3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐
4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐
5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐
6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐
7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐
8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐
9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

	Cho hàm số										và bảng biến thiên như sau									
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$											
$f'(x)$			$-$		0		$+$		0		$-$		0		$+$					
$f(x)$	$+\infty$				-2				3				-2				$+\infty$			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Câu 2.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	5	1	4	

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng
A. - 28 . B. - 1 . C. - 36 . D. - 37 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 24x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0;9] \\ x = \sqrt{6} \in [0;9] \\ x = -\sqrt{6} \notin [0;9] \end{cases}$$

$$f(0) = -1, f(\sqrt{6}) = -37, f(9) = 5588$$

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:
A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- Câu 6.** Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là :
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$. Vậy $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ (Δ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

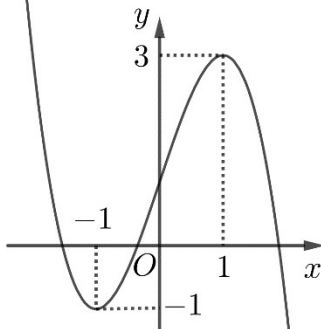
Vậy chọn đáp án B.

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

- A. $y = \frac{-2x^2 - 4x - 1}{x+2}$. B. $y = \frac{-2x^2 - 4x + 1}{x+2}$. C. $y = \frac{-2x^2 - 3x - 2}{x+2}$. D. $y = \frac{-2x^2 - 3x + 1}{x+2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 0 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$ (Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$).

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\overrightarrow{A'B'}$. B. $\overrightarrow{A'C'}$. C. $\overrightarrow{A'C}$. D. $\overrightarrow{A'B}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB .

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

- Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :
A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

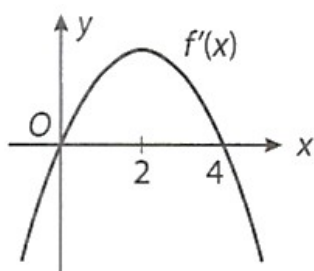
Cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$.

$$\text{Trung điểm } I \text{ có tọa độ: } \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{(-2) + 2}{2} = 0 \\ \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4)$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Sử dụng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



- a)** hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.
b) hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.
c) hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.
d) hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Từ đồ thị, ta có:

$+f'(x) < 0$ trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

$+f'(x) > 0$ trên khoảng $(0; 4)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua giá trị $x=4$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=4$.

Vì $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua giá trị $x=0$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$ đạt được khi $x = -1$.

b) $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$ đạt được khi $x = 3$.

c) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

d) Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 8.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35, y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	40	8	$+\infty$	

a) Đúng. $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$ đạt được khi $x = -1$.

b) Sai. $\min_{[-4;4]} f(x) = -41$ đạt được khi $x = -4$.

c) Đúng. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

d) Đúng. Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 8.

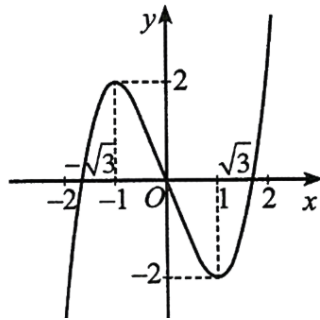
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) $f'(x) = 3x^2 + 3$

c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.

d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở Hình



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

1) Tập xác định: $\mathbb{R}$.

2) Sự biến thiên

- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.

- Bảng biến thiên:

$y' = 3x^2 - 3$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_C = 2$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -2$.

3) Đồ thị

- Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; 0)$.

- Giao điểm của đồ thị với trục hoành tại $x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{3}$. Vậy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại ba điểm $(0; 0), (-\sqrt{3}; 0)$ và $(\sqrt{3}; 0)$.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$ được cho ở Hình.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $a = (m; 3; 6)$ và $b = (1; 2; 3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $|b| = 14$

b) Nếu $a - 2b = (3; -1; 0)$ thì $m = 5$

c) Nếu $a \cdot b = 10$ thì $m = -14$

d) Nếu $|a| = 9$ thì tổng các giá trị của m tìm được bằng 0

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) $|b| = \sqrt{14}$

b) $a - 2b = (m - 2; 3 - 2 \cdot 2; 6 - 2 \cdot 3) = (3; -1; 0)$, suy ra $m - 2 = 3$ hay $m = 5$.

c) $a \cdot b = m \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = m + 6 + 18 = 10$, suy ra $m = -14$.

d) $|a| = \sqrt{m^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{m^2 + 45} = 9$, suy ra $m = \pm 6$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất áo sơ mi bán x chiếc mỗi ngày với hàm số biểu thị doanh thu: $R(x) = 200 \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 1000$ (đô la). Chi phí sản xuất được xác định bởi hàm: $C(x) = (x - 100)^2 + 200$ (đô la). Lợi nhuận tối đa mỗi ngày của nhà sản xuất là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 939.

Xét $f(x) = 200 \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 1000 - (x - 100)^2 - 200$ với x là số dương.

$$f'(x) = \frac{200}{x + 100} - 2(x - 100) = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{101} \approx 100,5.$$

Lập bảng biến thiên từ đó suy ra lợi nhuận tối đa mỗi ngày nhà sản xuất thu được là $f(100) \approx 938,63$.

Câu 2. Doanh số bán hệ thống âm thanh nổi mới trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}, x \geq 0$, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy?

Lời giải

Trả lời: 2

$$R'(x) = \frac{25000e^{-x}}{(1 + 5e^{-x})^2}, x \geq 0$$

Hàm biểu thị tốc độ bán hàng là . Ta có:

$$\begin{aligned} R''(x) &= \frac{-25000e^{-x}(1 + 5e^{-x})^2 + 25000e^{-x} \cdot 2(1 + 5e^{-x}) \cdot 5e^{-x}}{(1 + 5e^{-x})^4} \\ &= \frac{25000e^{-x}(5e^{-x} - 1)}{(1 + 5e^{-x})^3} \end{aligned}$$

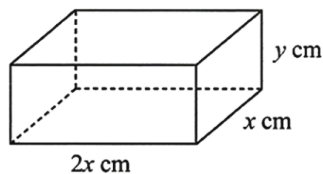
$$R''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,61$$

Lập bảng biến thiên:

x	0	$\ln 5$	$+\infty$
R''	+	0	-
R'	$\frac{6250}{9}$	1 250	0

Từ bảng biến thiên, ta thấy tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ hai.

Câu 3. Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000 cm^3 (Hình). Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của xăngtimét.



Lời giải

Trả lời: 20 cm.

Ta có $V = 2x \cdot x \cdot y = 24000 \Rightarrow y = \frac{12000}{x^2}, x > 0$

Độ dài dây thép cần dùng: $L = 4 \cdot x + 4 \cdot 2x + 4y = 12x + 4 \cdot \frac{12000}{x^2} = 12x + \frac{48000}{x^2} (\text{cm})$. Xét hàm

số $L = 12x + \frac{48000}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $L' = 12 - \frac{2 \cdot 48000}{x^3} = \frac{12(x^3 - 8000)}{x^3}; L' = 0 \Leftrightarrow x^3 = 8000 \Leftrightarrow x = 20$

Bảng biến thiên:

x	0	20	$+\infty$
L'	-	0	+
L	$+\infty$	360	$+\infty$

Suy ra L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 20 (\text{cm})$.

Câu 4. Có ba lực F_1, F_2, F_3 cùng tác động vào một vật. Ba lực này đôi một hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là $3 \text{ N}, 6 \text{ N}$ và 9 N . Tính độ lớn (N) của hợp lực của ba lực trên.

Lời giải

Trả lời: 25

$$\vec{F}_1 = a; \vec{F}_2 = b; \vec{F}_3 = c \text{ thì } |a| = 3, |b| = 6, |c| = 9, (a; b) = (b; c) = (c; a) = 60^\circ$$

Ta có:

$$\vec{F}_{hl} = a + b + c \Rightarrow |\vec{F}_{hl}|^2 = (a + b + c)^2 = |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c$$

$$= 9 + 36 + 81 + 18 + 54 + 27 = 225 \Rightarrow |\vec{F}_{hl}| = 25(N)$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (1; 2; 1), b = (-2; 3; 4), c = (0; 1; 2)$ và $d = (4; 2; 0)$. Biết $d = xa + yb + zc$. Tổng $x + y + z$ là

Lời giải

Trả lời: 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 = x - 2y \\ 2 = 2x + 3y + z \\ 0 = x + 4y + 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

YCBT

Câu 6. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$. Tính giá trị $M + m$

Lời giải

Trả lời: 43

$$(x + y)^2 = (\sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2})^2 \leq 3(x + y) \Leftrightarrow 0 \leq x + y \leq 3$$

$$P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y} = (x+y)^2 + 2(x+y) + 2 + 8\sqrt{4-(x+y)}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4-(x+y)}, t \in [1; 2]$$

$$\text{Ta có: } f(t) = (4-t^2)^2 + 2(4-t^2) + 2 + 8t = t^4 - 10t^2 + 8t + 26$$

$$f'(t) = 4t^3 - 20t + 8$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t^2 + 2t - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \in [1; 2] \\ t = -1 + \sqrt{2} \notin [1; 2] \\ t = -1 - \sqrt{2} \notin [1; 2] \end{cases}$$

$$f(1) = 25; f(2) = 18$$

$$\text{Suy ra } m = \min_{[1; 2]} f(t) = f(2) = 18; M = \max_{[1; 2]} f(t) = f(1) = 25$$

$$\text{Vậy } M + m = 43$$