|  |
| --- |
| PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN ĐAN PHƯỢNGĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN**Đề số 12** |

**Câu 1.** *(5,0 điểm)*

1) Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tìm  để 

2) Cho các số a, b, c thỏa mãn  Tính giá trị biểu thức:



**Câu 2.** *(4,0 điểm)* Giải các phương trình sau:

1) 

 2) 

**Câu 3.** *(3,0 điểm)*

1) Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho  là ước của .

2) Chứng minh rằng nếu  là số nguyên tố lớn hơn 3 thì số  là hợp số với mọi số tự nhiên .

**Câu 4.** Cho hình vuông  có cạnh bằng .  là một điểm tuỳ ý trên cạnh . Gọi  là giao điểm của và . Vẽ tia  vuông góc với  và cắt  tại . Lấy  là trung điểm của .

1) Chứng minh  và  vuông góc với .

2) Chứng minh  và ba điểm *B, D, M* thẳng hàng.

3) Tìm vị trí của  trên  sao cho diện tích tứ giác  gấp ba lần diện tích hình vuông .

**Câu 5.** *(2,0 điểm)*

Cho các số thực không âm  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của .

🙢**HẾT**🙠

|  |
| --- |
| PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN ĐAN PHƯỢNGĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN** |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** (5,0 điểm)

1) Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tìm để 

2) Cho các số a, b, c thỏa mãn  Tính giá trị biểu thức:

.

**Hướng dẫn giải**

1)

a) Ta có:









b)  (\*)

co  với mọi 

Từ 

Kết hợp với điều kiện 

Vậy 

2) Đặt:  thì 

Tương tự:







.

**Câu 2.** (4,0 điểm) Giải các phương trình sau

 1) 

 2) 

**Hướng dẫn giải**

1) Đặt: 

Phương trình đã cho trở thành:



Khi đó, ta có:





Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 

2) ĐKXĐ: Với mọi 

 Có  với mọi 







Vì 

(\*)

Vậy phương trình có nghiệm .

**Câu 3.** (3,0 điểm)

1) Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho  là ước của 

2) Chứng minh rằng nếu  là số nguyên tố lớn hơn 3 thì số  là hợp số với mọi số tự nhiên .

**Hướng dẫn giải**

1) Có là ước của 

 là ước nguyên dương của 6



Vì 

Mà n là số nguyên dương nên 

2) Có 

Vì m là số nguyên tố lớn hơn 3 nên m không chia hết cho 3

Nên m chia cho 3 dư 1 hoặc dư 2



Mà nên A là hợp số.

**Câu 4.** Cho hình vuông  có cạnh bằng .  là một điểm tuỳ ý trên cạnh . Gọi  là giao điểm của và . Vẽ tia  vuông góc với  và cắt  tại . Lấy  là trung điểm của .

1) Chứng minh  và  vuông góc với .

2) Chứng minh  và ba điểm *B, D, M* thẳng hàng.

3) Tìm vị trí của  trên  sao cho diện tích tứ giác  gấp ba lần diện tích hình vuông .

**Hướng dẫn giải**

****

1) Chứng minh  và  vuông góc với .

Ta có  (cùng phụ với )

Chứng minh được 

 cân tại 

Mà  là đường trung tuyến nên 

2) Chứng minh  và ba điểm ,, thẳng hàng.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  ta có:



Có 

 vuông tại  có  là đường trung tuyến nên 

 vuông tại  có  là đường trung tuyến nên 

Suy ra  thuộc đường trung trực của .

Vì  là hình vuông nên ,  thuộc đường trung trực của 

Vậy ba điểm , ,  thẳng hàng.

3) Tìm vị trí của  trên  sao cho diện tích tứ giác  gấp ba lần diện tích hình vuông .

Đặt  









Do  nên 

Có  nên là trung điểm của .

Vậy  là trung điểm của  thì .

**Câu 5.** *(2,0 điểm)*

Cho các số thực không âm  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của .

**Hướng dẫn giải**





Dấu “=” xảy ra chẳng hạn 

Vậy GTLN của .

**🙢 HẾT 🙠**