

MỤC LỤC

.....	2
▶ BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ MỘT SỐ HÀM SỐ CƠ BẢN	2
.....	①. Tóm tắt kiến thức
2	
.....	②. Phân dạng toán cơ bản
3	
• Dạng ①: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.....	3
• Dạng ②: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ. 3	
• Dạng ③: Ứng dụng thực tế.....	3
.....	③. Dạng toán rèn luyện
4	
• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	4
• Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	16
• Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	27

BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ MỘT SỐ HÀM SỐ CƠ BẢN

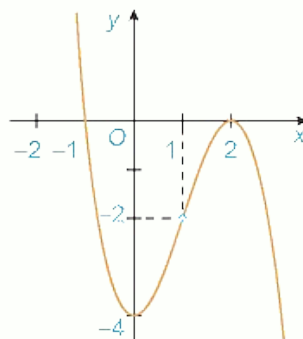
A. Tóm tắt kiến thức

1. SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

- ①. Tìm tập xác định của hàm số.
- ②. Khảo sát sự biến thiên của hàm số:
 - ✓ Tính đạo hàm y' . Tìm các điểm tại đó y' bằng 0 hoặc đạo hàm không tồn tại.
 - ✓ Xét dấu y' để chỉ ra các khoảng đơn điệu của hàm số.
 - ✓ Tìm cực trị của hàm số.
 - ✓ Tìm các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tìm tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).
 - ✓ Lập bảng biến thiên của hàm số.
- ③. Vẽ đồ thị của hàm số dựa vào bảng biến thiên.
 - ✍ **Chú ý:** Khi vẽ đồ thị, nên xác định thêm một số điểm đặc biệt của đồ thị, chẳng hạn tìm giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ (khi có và việc tìm

2. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC BẬC BA

- ✍ **Chú ý:** Đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$):
 - ✓ Có tâm đối xứng là điểm có hoành độ thoả mãn $y'' = 0$,
 - ✓ hay $x = \frac{-b}{3a}$.
 - ✓ Không có tiệm cận.



Hình 1.28

3. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỈ

a) Hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

 **Chú ý:** Đồ thị của hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$):

- ✓ Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng;
- ✓ Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng.

b) Hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, **đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu**)

 **Chú ý:** Đồ thị của hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu):

- ✓ Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng.

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$.

Câu 3: Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

• Dạng ②: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 2: Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2-x-1}{x-2}$.

Câu 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x+1}$.

• Dạng ③: Ứng dụng thực tế

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b . Theo mô hình này, điều gì xảy ra với quần thể nấm men về lâu dài?

Câu 2: Giả sử chi phí $C(x)$ (nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị của một loại hàng hoá nào đó được cho bởi hàm số $C(x) = 30000 + 300x - 2,5x^2 + 0,125x^3$.

a) Tìm hàm chi phí biên.

b) Tìm $C'(200)$ và giải thích ý nghĩa.

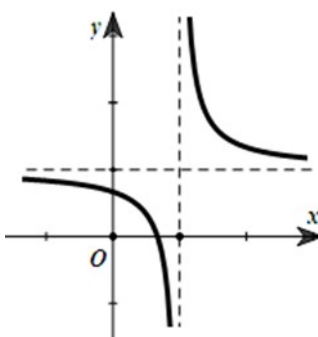
c) So sánh $C'(200)$ với chi phí sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 201.

Câu 3: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 1 lít. Tìm các kích thước của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



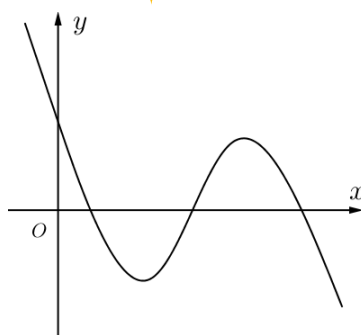
A. $ac > 0$.

B. $cd > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ad > bc$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



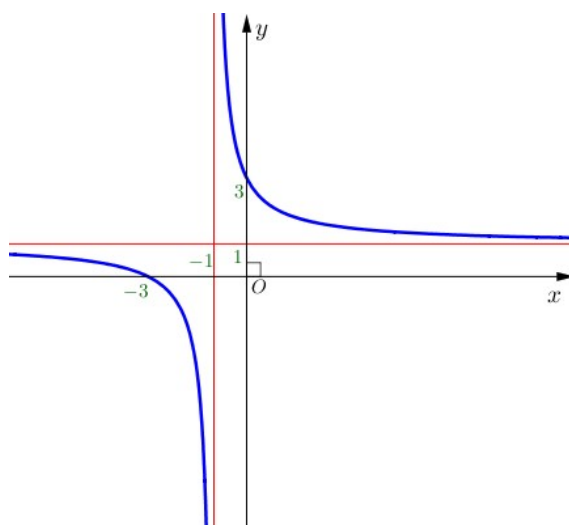
A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

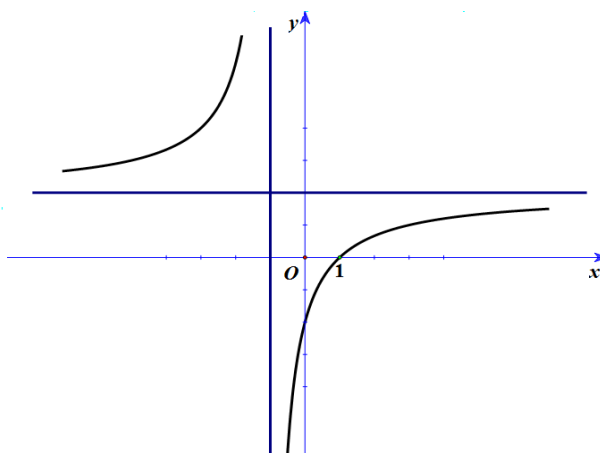
A. $0 < a < b$.

B. $a < b < 0$.

C. $b < 0 < a$.

D. $0 < b < a$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax-2}{x+b}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào sau đây đúng?

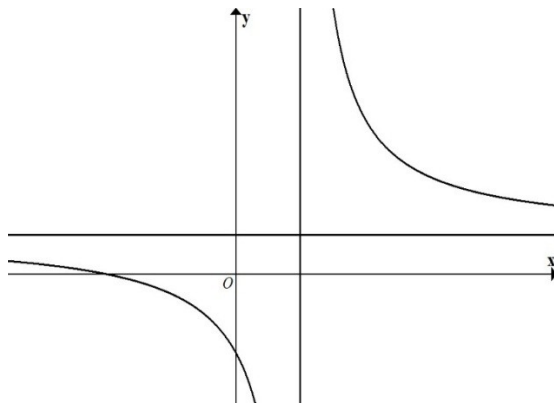
A. $b < a < 0$.

B. $0 < b < a$.

C. $0 < a < b$.

D. $b < 0 < a$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($d < 0$) có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a < 0; b > 0; c < 0$.

B. $a > 0; b > 0; c > 0$.

C. $a > 0; b > 0; c < 0$.

D. $a > 0; b < 0; c > 0$.

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 - 4x + 4)$ có bao nhiêu điểm chung với trục Ox ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 7: Đường thẳng $d: y = 3x + 1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB .

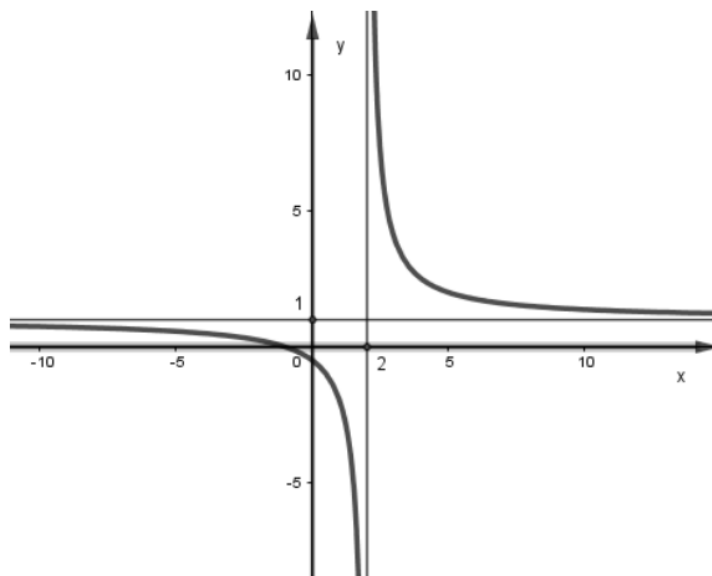
A. $AB = 4\sqrt{15}$

B. $AB = 4\sqrt{2}$

C. $AB = 4\sqrt{10}$

D. $AB = 4\sqrt{6}$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a + b$.



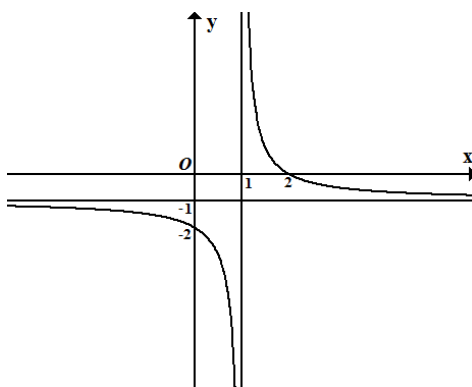
A. $T = 0$

B. $T = 2$

C. $T = -1$

D. $T = 3$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?



- A. $T = 12$. B. $T = 10$. C. $T = -9$. D. $T = -7$.

Câu 10: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y = 3$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ

A. $y = -1$. B. $y = 1$. C. $y = -3$. D. $y = 10$.

Câu 12: Đồ thị của hai hàm số sau $y = x^3 + 2x^2 + 1$ và $y = x^2 - x + 2$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

A. $M\left(-\frac{3}{2}; -6\right)$. B. $M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $M\left(\frac{3}{4}; 0\right)$.

Câu 14: Số giao điểm đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$ và đường thẳng $y = -2$ là:

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

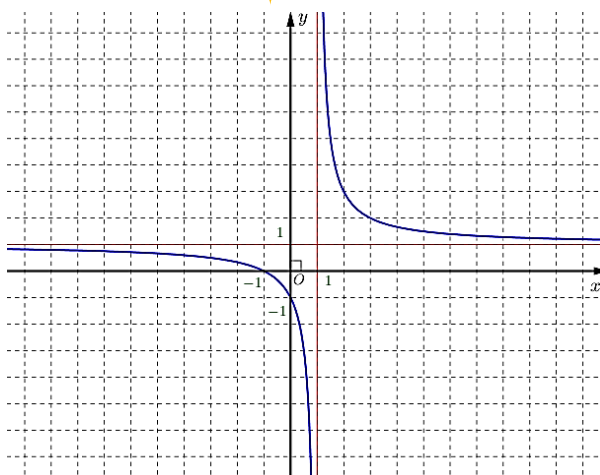
Câu 15: Biết hai đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ và $y = 2x^2 - 1$ cắt nhau tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

A. $\sqrt{73}$. B. $\sqrt{37}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{5}$.

Câu 16: Gọi M, N là giao điểm của đồ thị các hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ và $y = x+1$. Trung điểm I của đoạn MN có hoành độ là

A. -1. B. 1, 5. C. 2. D. 1.

Câu 17: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



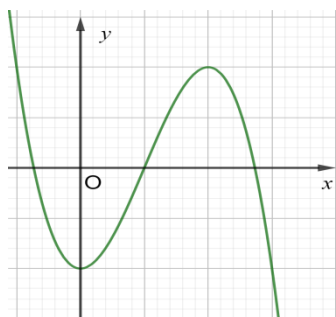
A. $y = \frac{x-1}{-x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x+1}{-x+1}$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

Câu 18: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

B. $y = -x^3 + 3x + 2$

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 19: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1		$+\infty$		-1

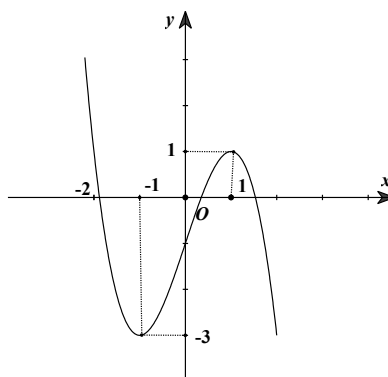
A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$

C. $y = \frac{-x+3}{x-1}$

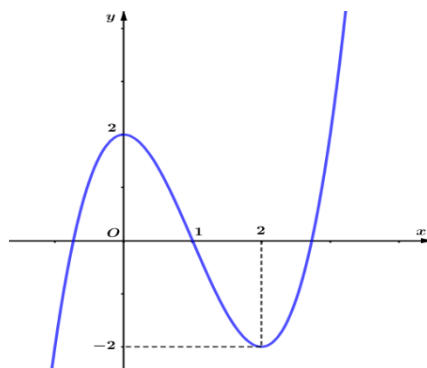
D. $y = \frac{x+3}{x-1}$

Câu 20: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây



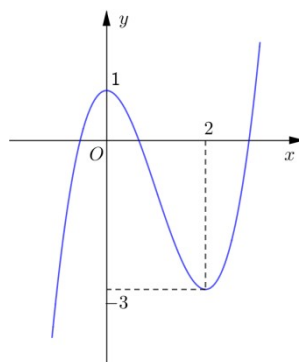
- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x - 1$ C. $y = -x^4 + x^2 - 1$ D. $y = -x^3 + x - 1$

Câu 21: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



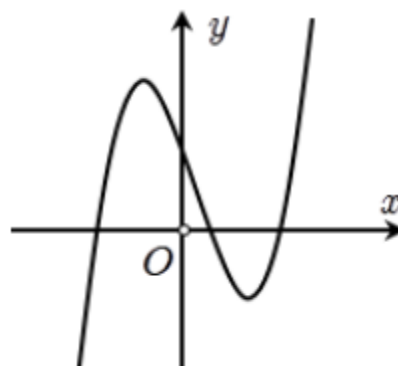
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
C. $y = x^3 - 3x + 2$ D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Câu 22: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2$ C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Câu 23: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

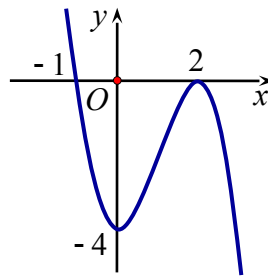


- A. $y = -x^2 + x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$ B. $y = x^3 - 3x + 2$ C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ D. $y = \frac{x-1}{x-3}$

Câu 25: Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



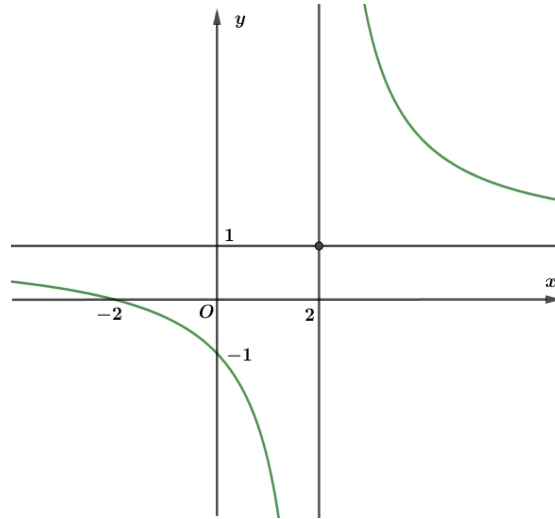
A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

C. $y = x^3 - 3x^2 - 4$

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$

Câu 26: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+2}{x-2}$

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

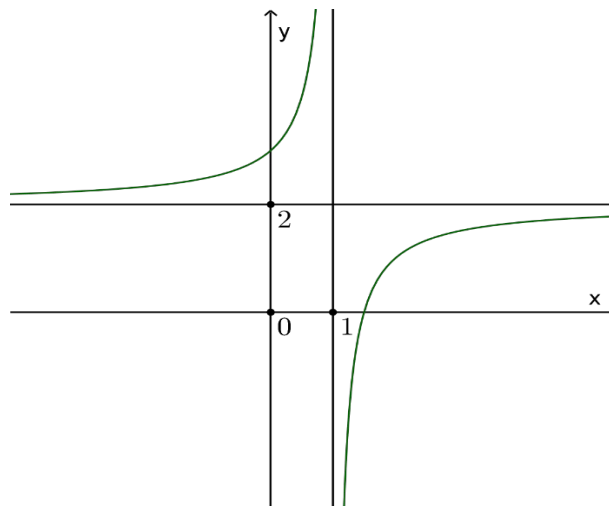
Câu 27: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 2$

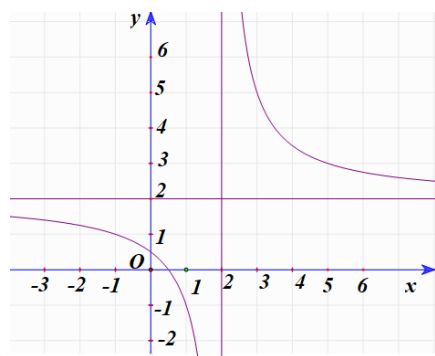
B. $y' > 0, \forall x \neq 1$

C. $y' < 0, \forall x \neq 2$

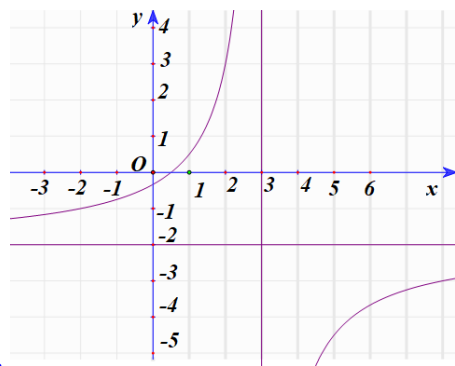
D. $y' < 0, \forall x \neq 1$



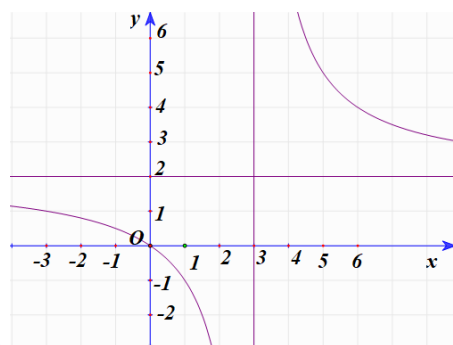
Câu 28: Tìm đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ trong các hàm dưới đây.



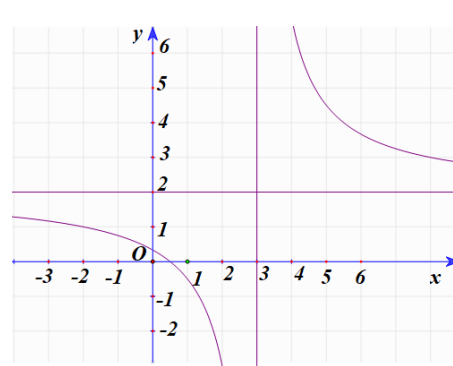
A.



C.



B.



D.

Câu 29: Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại điểm $x = 1, f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 30: Cho hàm số $y = -x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$ và có điểm cực đại là $M(2; 3)$. Tính $Q = a + 2b + c$.

A. $Q = 2$.

B. $Q = -4$.

C. $Q = 0$.

D. $Q = 1$.

Câu 31: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y = \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$?

A. $m = -1$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 32: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m+1)x^2 + (1-5m)x + 3m+2$ đi qua điểm $A(2; 3)$.

A. $m = 10$.

B. $m = -10$.

C. $m = 13$.

D. $m = -13$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

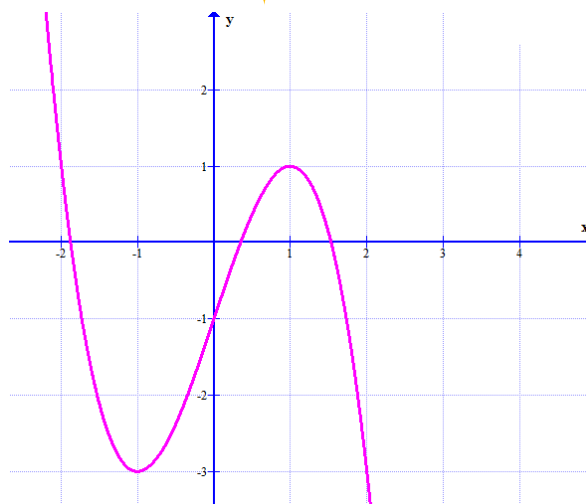
A. $m = -2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m \in [2; -2; 0]$.

D. $m = 2$.

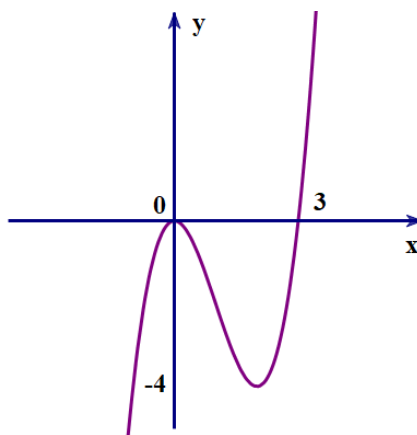
Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $m \in (-3; 1)$ B. $m \in [-3; 1]$ C. $m \in (-1; 3)$ D. $m \in [-1; 3]$

Câu 35: Cho đồ thị $y = f(x)$. Tìm m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm?



- A. $-3 < m < 1$ B. $-4 < m < 0$ C. $-5 < m < 1$ D. $-4 < m < 1$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$-$
y	-5	2	1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 8

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d_m) có phương trình $y = mx + 2m + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d_m) cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

- A. $m < -\frac{4}{3}$ hoặc $m \geq 0$. B. $m < -\frac{4}{3}$ hoặc $m > 0$.
C. $-\frac{4}{3} < m < 0$. D. $m \leq -\frac{4}{3}$ hoặc $m > 0$.

Câu 38: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2 + x + 2019)$ với trục hoành là:
A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 39: Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.
A. $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$
C. $(16; +\infty)$ D. $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$

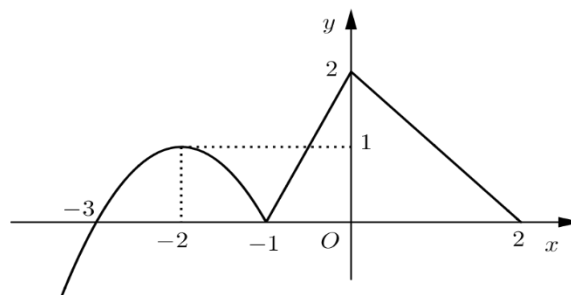
Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 41: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				4		
				-1			$-\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=0$ có bao nhiêu điểm chung.

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			3				3		
	$-\infty$				-1				$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			0				$+\infty$
	$-\infty$				-4		

Số nghiệm của phương trình $2^{f(x)-1}=4$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			5				6
	2			-1			

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

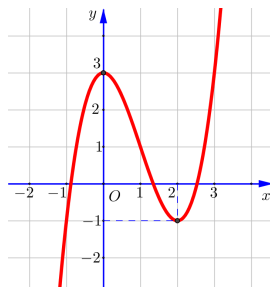
A. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m+1$ có nghiệm là $-2 \leq m < 5$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=6$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



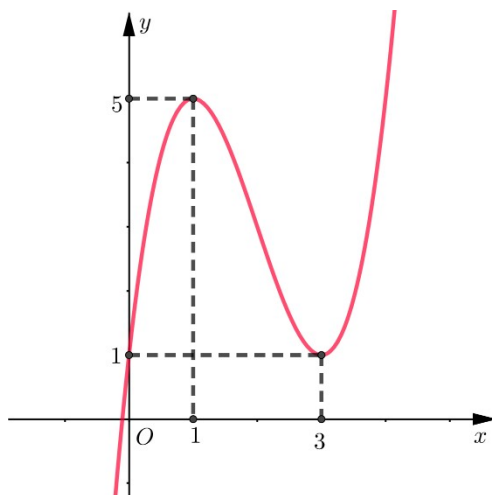
A. Điểm cực đại của hàm số là 3.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là -1.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m > 5$, $0 < m < 1$.

B. $m < 1$.

C. $m = 1$, $m = 5$.

D. $1 < m < 5$.

Câu 48: Đồ thị hàm số nào dưới đây nằm phía dưới trục hoành.

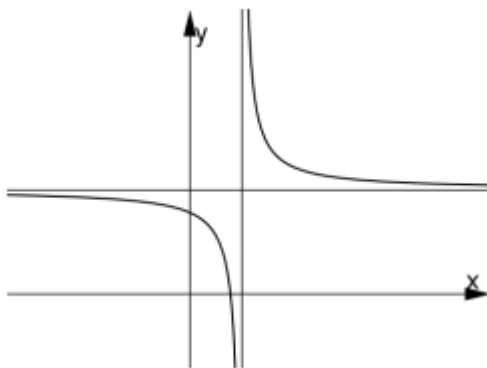
A. $y = x^4 + 5x^2 - 1$

B. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$

C. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



- A. $ac > 0$. B. $cd < 0$. C. $bc < 0$. D. $ad > 0$.

Câu 50: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) , tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi nào?

- A. $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$ B. $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$
C. $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$ D. $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$

Câu 51: Đường thẳng $x + y = 2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = -x^3 + 2x + 4$ khi m bằng

- A. -3 hoặc 1 . B. 1 hoặc 3 . C. -1 hoặc 3 . D. -3 hoặc -1 .

Câu 52: Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C) . Biết rằng khi $m = m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng $x_0 = -1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $-1 < m_0 < 0$ B. $0 < m_0 < 1$ C. $1 < m_0 < 2$ D. $-2 < m_0 < -1$

Câu 53: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + mx + m + 1$ và (d) là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x = -1$. Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;8)$.

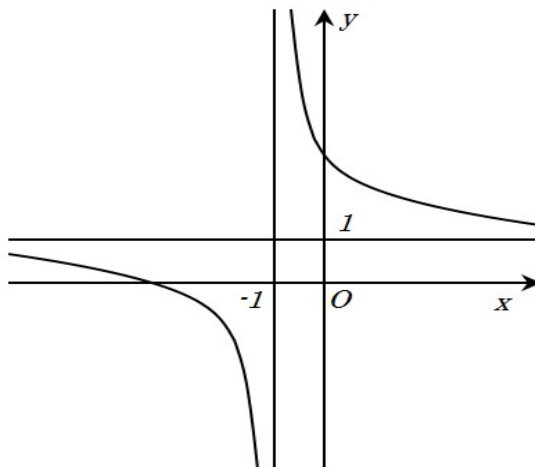
- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) luôn có tâm đối xứng.
b) Đồ thị (C) luôn có điểm cực trị.
c) Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành.
d). $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Câu 2: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y' < 0, \forall x \neq -1$

b) $y' > 0, \forall x \neq -1$

c) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

d) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành

b) Hàm số có hai điểm cực trị

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	1	0		$+\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất.
- Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.
- Hàm số có cực trị.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	2	5	-1	6	

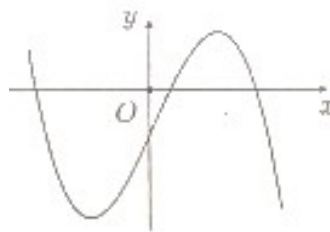
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m+1$ có nghiệm là $-2 \leq m < 5$.
- Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=6$.
- Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $y = x(1-x)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.
- b) (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
- c) (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.
- d) (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d, (a; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 0, d > 0$
- b) $a < 0, d > 0$
- c) $a < 0, d < 0$
- d) $a > 0, d < 0$

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ cắt đường thẳng $x=3$ tại điểm M .

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $OM = \sqrt{10}$
- b) $OM = 1$
- c) $OM = 2$
- d) $OM = \sqrt{5}$

Câu 10: Cho (C_1) là đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3x + 1$ và (C_2) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x + 1$. Gọi n là số điểm chung phân biệt của (C_1) và (C_2) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

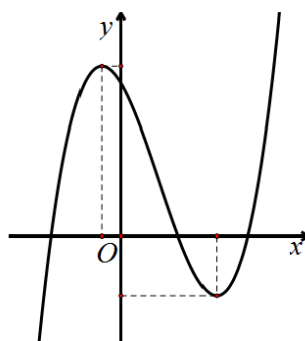
a) $n = 0$

b) $n = 1$

c) $n = 2$

d) $n = 3$

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

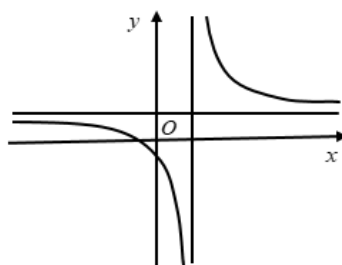
a) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$

b) $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$

c) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

d) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.

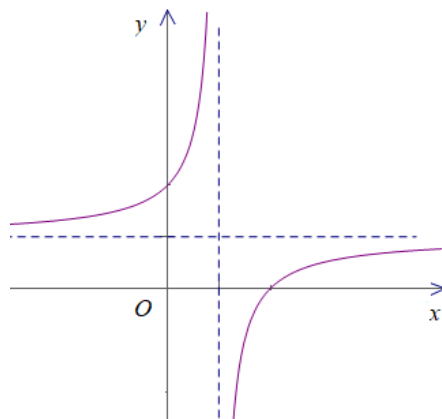


Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $ac > 0; bd > 0$

- b) $ab < 0; cd < 0$
- c) $bc > 0; ad < 0$
- d) $ad > 0; bd < 0$

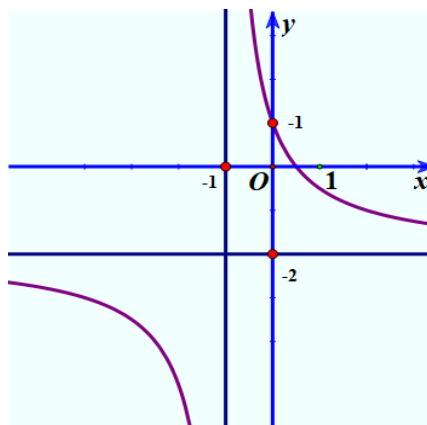
Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 1$
- b) $a \leq -3$
- c) $a < -1$
- d) $a \geq 1$

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

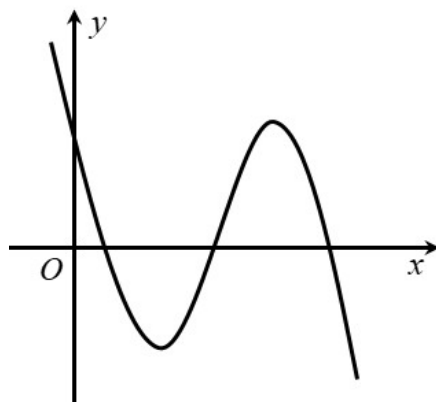
- a) $a=2, b=c=-1$

b) $a = b = 2, c = -1$

c) $a = -2, b = -1, c = 1$

d) $a = -2, b = c = 1$

Câu 15: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

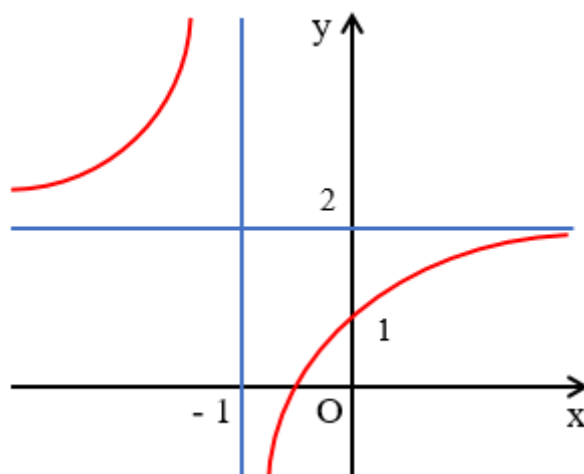
a) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

b) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

c) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$

d) $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ.

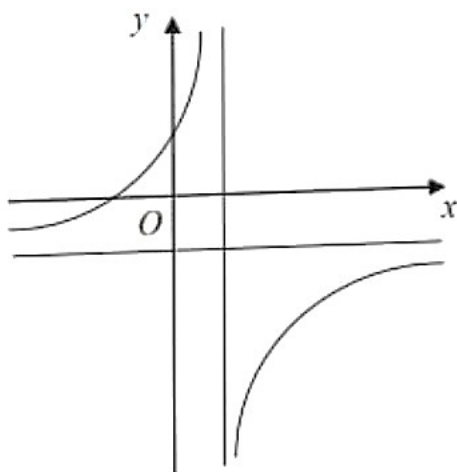


Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Giáo viên:.....

- a) $a < b$
- b) $ab < 0$
- c) $ab > 0$
- d) $b < a < 0$

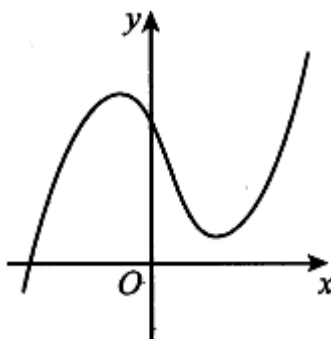
Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a < 0, 0 < b < 4, c < 0$
- b) $a > 0, b > 0, c < 0$
- c) $a > 0, b > 4, c < 0$
- d) $a > 0, 0 < b < 4, c < 0$

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$
- b) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$
- c) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$
- d) $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$

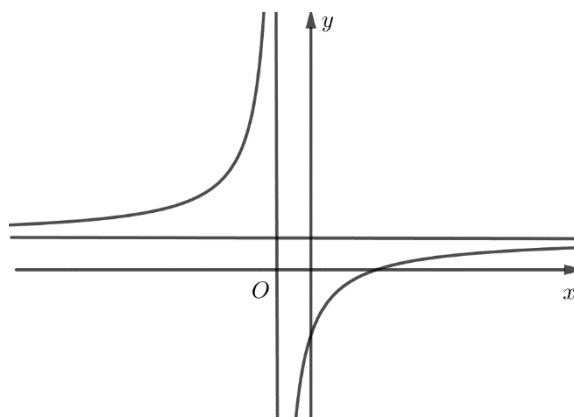
Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a < 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	2		$+\infty$		2
			$-\infty$		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $b > 0, c > 0, d > 0$
- b) $b < 0, c > 0, d < 0$
- c) $b < 0, c < 0, d < 0$
- d) $b > 0, c < 0, d > 0$

Câu 20: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$



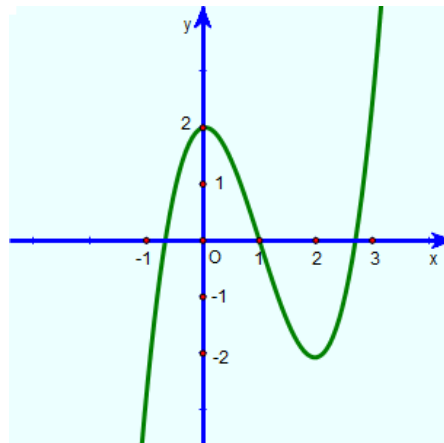
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $ad < 0$ và $ab < 0$.
- b) $bd < 0$ và $ab > 0$.

c) $ad > 0$ và $ab < 0$.

d) $ad > 0$ và $bd > 0$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m là số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $m = 6$.

b) $m = 7$.

c) $m = 5$.

d) $m = 9$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + f(1-x) = x^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Đồ thị

hàm số $y = f(x+2)$ có tâm đối xứng $I(a; b)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $a = -\frac{5}{3}$

b) $a = -\frac{3}{2}$

c) $a = -\frac{5}{2}$

d) $a = -\frac{7}{3}$

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ ($x_0 \neq 0$). Biết rằng khoảng cách từ $I(-2; 2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

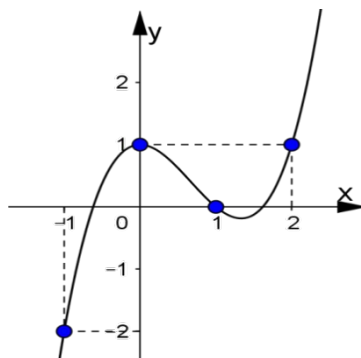
- a) $2x_0 + y_0 = 0$
- b) $2x_0 + y_0 = 2$
- c) $2x_0 + y_0 = -2$
- d) $2x_0 + y_0 = -4$

Câu 24: Cho hàm số $y = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + m$ (m là tham số) có đồ thị (C) . Biết rằng (C) cắt trục

hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2, x_3 với $x_1 < x_2 < x_3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $1 < x_1 < 2 < x_2 < 3 < x_3$
- b) $1 < x_1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$
- c) $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2 < x_3 < 3$
- d) $x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3 < 2$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R . Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f(-3) < f(-2)$
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

c) $f(0) < f(1)$

d) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

• **Dạng 9: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$		$\nearrow 5$		$\searrow -2$		$\nearrow 5$		$\searrow -\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 7 = 0$ là

Trả lời:.....

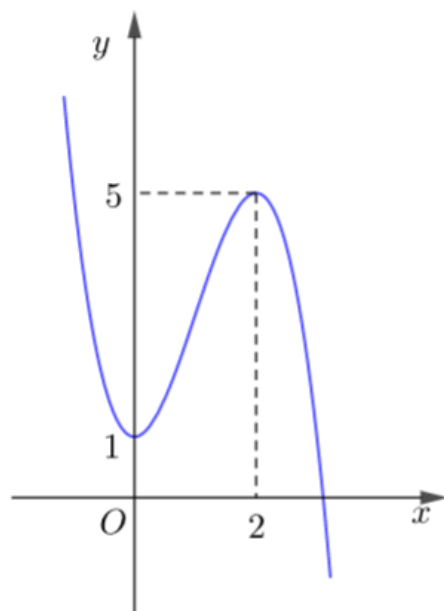
Câu 2: Đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2-4x+4)$ có bao nhiêu điểm chung với trục Ox ?

Trả lời:.....

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị. Phương trình tiếp tuyến của tại điểm $M(1; \frac{1}{3})$ là

Trả lời:.....

Câu 4: Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=2$ là



Trả lời:.....

Câu 5: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

Trả lời:.....

Câu 6: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là.

Trả lời:.....

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

Trả lời:.....

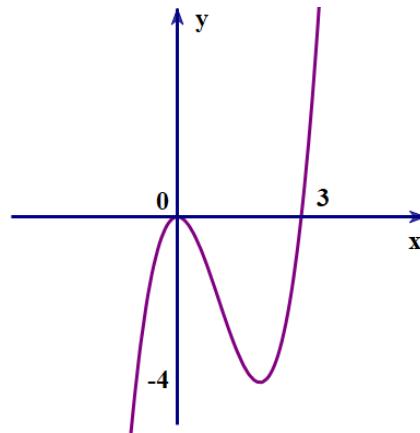
Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y = 3$ là

Trả lời:.....

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ

Trả lời:.....

Câu 10: Cho đồ thị $y = f(x)$. Tìm m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm?



Trả lời:.....

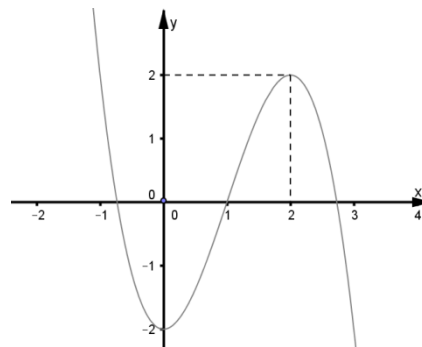
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+		-	
y	-5		2		1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

Trả lời:.....

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



Trả lời:.....

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ có hệ số góc k bằng

Trả lời:.....

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua điểm $A(4;1)$?

Trả lời:.....

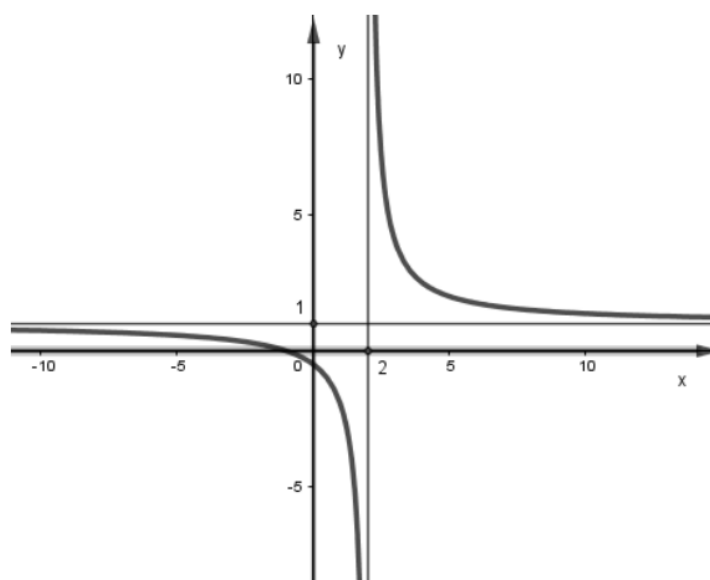
Câu 15: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$ tại điểm có hoành độ 0 là đường thẳng

Trả lời:.....

Câu 16: Đường thẳng $d: y = 3x + 1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB .

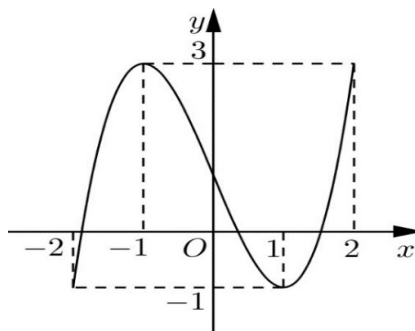
Trả lời:.....

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a + b$.



Trả lời:.....

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

Trả lời:.....

Câu 19: Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

Trả lời:.....

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

Trả lời:.....

Câu 21: Số giao điểm đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$ và đường thẳng $y = -2$ là:

Trả lời:.....

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = 2m - 4$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$		$- \quad 0 \quad +$	
y	$-\infty$	2	$+\infty \quad -4 \quad +\infty$	$+\infty$

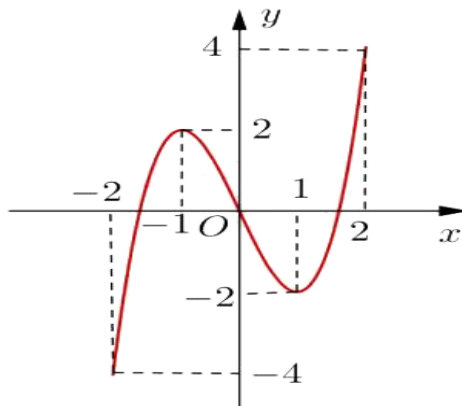
Trả lời:.....

Câu 23: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+1}{x-2} \text{ tại hai điểm phân biệt là.}$$

Trả lời:.....

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.



Trả lời:.....

Câu 25: Sau đây là bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 3 = 0$ là

Trả lời:.....

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - m$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

Trả lời:.....

Câu 27: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ và đường thẳng $y = -x+2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B , tìm tung độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

Trả lời:.....

Câu 28: Trong 20 phút theo dõi, lưu lượng nước của một con sông được tính theo công thức

$Q(t) = \frac{-1}{5}t^3 + 5t^2 + 100$, trong đó Q được tính theo m^3/l phút, t tính theo phút, $0 \leq t \leq 20$ (Nguồn: A.

Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016). Khi lưu lượng nước của con sông lên đến $550 \text{ m}^3/\text{l}$ phút thì cảnh báo lũ được đưa ra.



Trong thời gian theo dõi, lưu lượng nước của con sông lớn nhất là bao nhiêu? Cảnh báo lũ được đưa ra vào thời điểm nào?

Trả lời:.....

Câu 29: Khi một vật lạ mắc kẹt trong khí quản khiến ta phải ho, cơ hoành đẩy lên trên gây ra tăng áp lực trong phổi, theo đó cuống họng co thắt làm hẹp khí quản khiến không khí đi qua mạnh hơn. Đối với một lượng không khí bị đẩy ra trong một khoảng thời gian cố định, khí quản càng nhỏ thì luồng không khí càng đẩy ra nhanh hơn. Vận tốc luồng khí thoát ra càng cao, lực tác động lên vật lạ càng lớn. Qua nghiên cứu một số trường hợp, người ta nhận thấy vận tốc v của luồng khí liên hệ với bán kính x của khí quản theo công thức:

$v(x) = k(x_0 - x)x^2$ với $\frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0$. Trong đó k là hằng số ($k > 0$) và x_0 là bán kính khí quản ở trạng

thái bình thường. Tìm x theo x_0 để vận tốc của luồng khí một cơn ho trong trường hợp này là lớn nhất.

Trả lời:.....

Câu 30: Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (Hình 1.36). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m , hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



Hình 1.36

Trả lời:.....

Câu 31: Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b . Theo mô hình này, điều gì xảy ra với quần thể nấm men về lâu dài?

Trả lời:.....

Câu 32: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 1 lít. Tìm các kích thước của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimét và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Trả lời:.....

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và OB bằng 60° (O là gốc tọa độ)?

Trả lời:.....

Câu 34: Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $0; 1; a; b$. Tính $S = ab - a - b$.

Trả lời:.....