|  |  |
| --- | --- |
|  | **Giải chi tiết đề HỌC SINH GIỎI**  **LỚP 11, SỞ VĨNH PHÚC NĂm 2019**  **MÔN TOÁN**  **Time: 180 Phút** |

**Câu 1:** Giải phương trình

**Câu 2:** Cho khai triển nhị thức Newton . Tìm hệ số 

Biết rằng 

**Câu 3:** Một tấm vải hình chữ nhật được cuốn 100 vòng (theo chiều dài tấm vải) quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm sao cho mép vải luôn song song với trục của hình trụ. Biết rằng bề dày tấm vải là 0,3 cm. Tính chiều dài tấm vải đó.

**Câu 4:** Chứng minh rằng phương trình  có duy nhất một nghiệm thực.

**Câu 5:** Từ  số nguyên dương đầu tiên lấy ra  số xếp thành một dãy số có dạng . Hỏi có bao nhiêu dãy số dạng trên biết  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

**Câu 6:** Cho dãy số  xác định bởi .

Đặt . Tính .

**Câu 7:** Cho hình hộp . Gọi là một điểm trên cạnh sao cho  là một điểm trên đường thẳng  là điểm trên đường thẳng  sao cho 3 điểm  thẳng hàng. Tính tỉ số 



**Câu 8:** Cho hình chóp có đáylà hình thoi cạnh *a,* , và . Gọi là trung điểm của, điểm trên cạnh sao cho . Mặt phẳng qua  và song song với  Tính theo *a, b* diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng hình chóp 

**Câu 9:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác cân tại , phương trình đường thẳng , lần lượt là ,. Gọi là trung điểm của , là trung điểm của , là hình chiếu vuông góc của trên . Tìm tọa độ các điểm ,,.



**Câu 10:** Cho ba số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Giải chi tiết đề HỌC SINH GIỎI**  **LỚP 11, SỞ VĨNH PHÚC NĂm 2019**  **MÔN TOÁN**  **Time: 180 Phút** |

**Câu 1:** Giải phương trình

**Lời giải**

.

**Câu 2:** Cho khai triển nhị thức Newton . Tìm hệ số 

Biết rằng 

**Lời giải**

***Tác giả:Võ Văn Trung; Fb: Van Trung***

Giải phương trình tìm n: .

Ta có: 

Mà  nên  là hệ số của 

Suy ra: 

Vậy hệ số  là: 

***nguyennhuhunggh@gmail.com***

**Câu 3:** Một tấm vải hình chữ nhật được cuốn 100 vòng (theo chiều dài tấm vải) quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm sao cho mép vải luôn song song với trục của hình trụ. Biết rằng bề dày tấm vải là 0,3 cm. Tính chiều dài tấm vải đó.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Như Hưng; Fb: Nguyen Hung***

Chiều dài của vòng thứ 1 là 

Chiều dày của vòng thứ 2 là 

Chiều dày của vòng thứ 3 là 

….

Chiều dày của vòng thứ 100 là 

Suy ra chiều dài tấm vải là



vantrung38@gmail.com

chucnguyen29796@gmail.com

**Câu 4:** Chứng minh rằng phương trình  có duy nhất một nghiệm thực.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Chúc; Fb:Chuc Nguyen***

**Cách 1: (sử dụng kiến thức lớp 12).**

Xét hàm số  liên tục trên .

Ta có .

Suy ra phương trình  có tối đa một nghiệm  .

Ta có .

Suy ra phương trình  có ít nhất một nghiệm .

Từ  suy ra phương trình  có nghiệm duy nhất .

Do vậy, phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm thực.

**Cách 2: (sử dụng kiến thức lớp 11).**

Xét hàm số  liên tục trên .

Ta có .

Suy ra phương trình  có ít nhất một nghiệm 

Giả sử phương trình  có nghiệm .

Ta có .

Nếu thì . Suy ra .

Do vậy  (vô lí).

Nếu . Suy ra .

Do vậy (vô lí).

Vậy điều giả sử là sai.

Do vậy, phương trình  có nghiệm duy nhất  (đpcm).

**Câu 5:** Từ  số nguyên dương đầu tiên lấy ra  số xếp thành một dãy số có dạng . Hỏi có bao nhiêu dãy số dạng trên biết  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

**Lời giải**

***Tác giả: Võ Quang Anh; Fb:Anh Võ Quang.***

 là cấp số cộng nên . Suy ra  cùng tính chẵn lẻ.

TH1:  cùng lẻ.

 chọn trong các số  nên số cách là .

 nên  có  cách.

 chọn trong  số loại đi ba số  nên số cách là .

Do đó số cách là .

TH2:  cùng chẵn.

Làm tương tự TH1 có  cách.

Vậy có  cách lập thành dãy số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[***Thuanchy@gmail.com***](mailto:Thuanchy@gmail.com)

**Câu 6:** Cho dãy số  xác định bởi .

Đặt . Tính .

**Lời giải**

***Tác giả:Vũ Thị Thuần; Fb:Xu Xu***

Ta chứng minh bằng quy nạp .

Thật vậy, với  thì .

Với  thì 

Giả sử khẳng định đúng với  tức là . Khi đó



Vậy .

Khi đó 

Vậy , vì .

vietanhhda1983@gmail.com

**Câu 7:** Cho hình hộp . Gọi là một điểm trên cạnh sao cho  là một điểm trên đường thẳng  là điểm trên đường thẳng  sao cho 3 điểm  thẳng hàng. Tính tỉ số 



**Lời giải**



Vì 2 đường thẳng  cắt nhau tại điểm nên 4 điểm đồng phẳng.

Xét 3 mặt phẳng đôi một cắt nhau theo 3 giao tuyến là . Mà cắt . Do đó 3 đường thẳng  đồng quy.

Trong mặt phẳng .

Trong mặt phẳng .

Trong mặt phẳng .

Trong mặt phẳng .

Ta có .

Mặt khác .

.

Từ (1), (2), (3) ta có .

**Câu 8:** Cho hình chóp có đáylà hình thoi cạnh *a,* , và . Gọi là trung điểm của, điểm trên cạnh sao cho . Mặt phẳng qua  và song song với  Tính theo *a, b* diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng hình chóp 

**Lời giải**

 ***Fb: Nguyenduytinh***

Xét hình thoi ABCD cạnh *a* và .

Gọi giao điểm của  với  lần lượ là N. R, Q.

Gọi I, J là giao điểm của MR với AD và 

Thiết diện là ngũ giác 

Ta có 

Mặt khác, 

Ta có, tam giác  cân, gọi K là trung điểm của

IJ ta có 

Xét tam giác ABC có M là trung điểm của BC,

MR là đường trung bình của tam giác ABC và K là trung điểm của 

; .

Xét tam giác DIJ ta có 



Mặt khác, 

Xét tam giác SBD có 



Xét tam giác DPJ

Gọi E là trung điểm của SD

Khi đó ta có 

Xét tam giác SCE có , P là trung điểm của SE

 NP là đường trung bình của tam giác SEC

 N là trung điểm của SC

 MN là đường trung bình của tam giác SBC 

Ta có:nên 



.

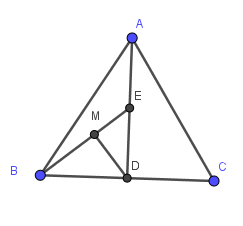
**Nguyenduymanh2@gmail.com**

**Câu 9:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác cân tại , phương trình đường thẳng , lần lượt là ,. Gọi là trung điểm của , là trung điểm của , là hình chiếu vuông góc của trên . Tìm tọa độ các điểm ,,.



**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Duy Mạnh; Fb: Nguyễn Mạnh Toán***



Tọa độ điểm là nghiệm của hệ Vậy .



Gọi ,.



Vì tam giác cân tại nên .



TH1: Với Ta có ,nên



Ta có ( vô nghiệm)



TH2: Với Ta có , nên



Ta có .



\*Với có thì , nên ,.



Kiểm tra có ,,thẳng hàng( thỏa mãn).



\*Với có thì , nên ,



Kiểm tra có ,,khôngthẳng hàng( không thỏa mãn).



Kết luận: Vậy ,,.



**Câu 10:** Cho ba số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

**Lời giải**

**Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com**

**https://www.vnteach.com**

***Tác giả: Võ Quang Anh; Fb:Anh Võ Quang.***

Ta có: .(\*)

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho hai số  ta được:

.(\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra:

.

Chứng minh tương tự, ta suy ra:

.

Áp dụng bất đẳng thức AM – HM ta suy ra: .

Do đó, .

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi .

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là  đạt tại .