## CHUYÊN ĐỀ 35.

**SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC**

## PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

1. **Đường trung trực của tam giác:**

Định nghĩa: Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh được gọi là đường trung trực của tam giác đó.

Định lí 1: Ba đường trung trực của tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm đó cách đều ba đỉnh của tam giác.

Nhận xét: Vì giao điểm của ba đường trung trực của tam giác cách đều ba đỉnh của tam giác nên là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh tam giác đó.

Tính chất: *ΔABC* cân tại *A* , *AM* là đường trung tuyến thì nó cũng là đường trung trực của *BC*

## Cụ thể:

1. Cho

*ABC* , *d*  là đường trung trực của cạnh *BC* thì *d*  gọi là đường trung trực của

*ABC*

ứng với cạnh *BC* .

*B C*

*A*

*d*

1. Trong hình sau, điểm *O* là giao điểm các đường trung trực của *ABC*. Ta có *OA*  *OB*  *OC*.

Điểm *O* là tâm đường tròn ngoại tiếp *ABC*.

*A*



*O*

*B C*

1. *ΔABC* cân tại *A* , *AM* là đường trung tuyến thì cũng là đường trung trực của *BC*

*A*

*C M B*

## Đường cao của tam giác:

Định nghĩa: Đoạn thẳng kẻ từ một đỉnh tam giác và vuông góc với cạnh đối diện gọi là đường cao của tam giác đó.

Định lí 2: Ba đường cao của tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm đó được gọi là trực tâm của tam giác.

## Cụ thể:

1. *AH* là một đường cao của *ABC*  *AH*  *BC*

***A***

***B H C***

1. Trong hình vẽ *AD*, *BE*,*CF* là các đường cao, *H* là trực tâm của *ABC* .

***A***

***B D C***

***E***

***F***

***H***

## Chú ý:

1. *ABC* là tam giác nhọn thì *H* nằm trong tam giác.

*A*

*B H C*



*K*

*L*

*H*

1. *ABC* là tam giác vuông tại *A* thì điểm *H* trùng với điểm *A* .

*B*



|  |  |
| --- | --- |
| *I* | |
|  |  |

*A≡H C*

1. *ABC* là tam giác tù thì điểm *H* nằm ngoài tam giác.

*H*

*B I C*



*K*

*L*

*A*

## Bổ sung:

Tính chất trong tam giác cân: *ΔABC* cân tại A, *AM* là đường cao thì nó cũng là đường trung trực, đường trung tuyến, đường phân giác.

*A*

*B M C*



## PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC**

## Dạng 1. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

1. **Phương pháp giải:**

* Dựa vào định nghĩa và sự đồng quy của ba đường trung trực trong tam giác.
* Sử dụng tính chất giao điểm các đường trung trực trong tam giác thì cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

1. Cho

*ABC* , *d*  là đường trung trực của cạnh *BC* thì *d*  gọi là đường trung trực của

*ABC*

ứng với cạnh *BC* .

*B C*

*A*

*d*

1. Điểm *O* là giao điểm các đường trung trực của *ABC*. Ta có *OA*  *OB*  *OC*. Điểm *O* là tâm

đường tròn ngoại tiếp *ABC*.

*A*



*O*

*B C*

## Bài toán.

**Bài 1.** Chọn đáp án đúng. Điểm cách đều 3 đỉnh của tam giác là giao điểm của:

1. 3 đường trung tuyến.
2. 3 đường phân giác.
3. 3 đường trung trực.
4. 3 đường cao.

## Lời giải:

Điểm nằm trong và cách đều 3 đỉnh của tam giác là giao điểm của 3 đường trung trực. Chọn đáp án C.

**Bài 2.** Chọn đáp án đúng.

1. Cho

*ABC*

tù, giao điểm 3 đường trung trực của tam giác nằm:

1. trong *ABC* .
2. ngoài *ABC* .
3. trên 1 cạnh của *ABC* .
4. trùng với 1 đỉnh của *ABC* .
5. Cho

*ABC* có

*A*  90 thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác:

1. nằm trong
2. nằm ngoài

*ABC*

*ABC*

1. là trung điểm của cạnh *BC*
2. trùng với đỉnh *A* của *ABC*
3. Cho

*ABC*

nhọn, giao điểm 3 đường trung trực của tam giác nằm:

1. trong
2. ngoài

*ABC*

*ABC*

1. trên một cạnh của *ABC*
2. trùng với một đỉnh của *ABC*

## Lời giải:

1. Cho án B

*ABC*

nhọn, giao điểm 3 đường trung trực của tam giác nằm trong

*ABC* . Chọn đáp

1. Cho

*ABC* có

*A*  90thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của cạnh *BC* .

Chọn đáp án C.

1. Cho án A.

*ABC*

nhọn, giao điểm 3 đường trung trực của tam giác nằm trong

*ABC* . Chọn đáp

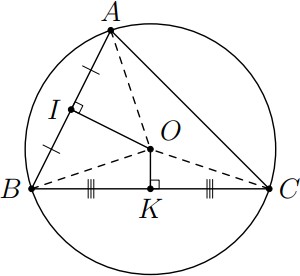
**Bài 3.** Cho *ΔABC* . Vẽ điểm *O* cách đều ba đỉnh *A*, *B*, *C* và vẽ đường tròn đi qua 3 đỉnh của tam giác trong mỗi trường hợp sau:

a, *ΔABC* là tam giác nhọn. b, *ΔABC* vuông tại *A* .

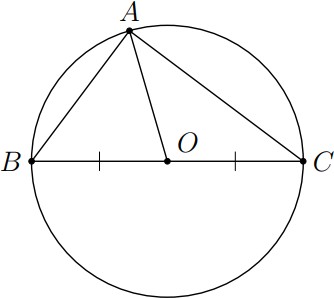
c, *ΔABC* là tam giác tù.

## Lời giải:

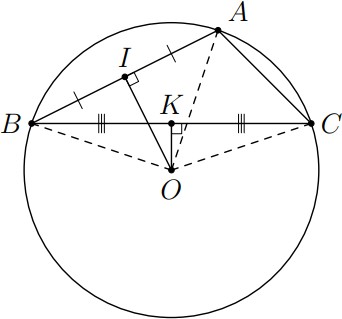
a, *ΔABC* là tam giác nhọn.



b, *ΔABC* vuông tại *A* .



c, *ΔABC* là tam giác tù.



**Bài 4.** Cho đó.

*A*, *B*, *C* là ba điểm phân biệt không thẳng hàng. Xác định đường tròn đi qua ba điểm

**Lời giải:**

# A

*B*

*C*

*O*

Gọi đường tròn đi qua ba điểm *A*, *B*, *C* có tâm *O* ta có *OA*  *OB*  *OC*.

Ba điểm phân biệt

*A*, *B*, *C* không thẳng hàng tạo thành tam giác

*ABC*.

Vì *OA*  *OB*  *OC*

nên *O* là giao điểm ba đường trung trực của tam giác

*ABC*.

Vậy đường tròn đi qua ba điểm và bán kính bằng *OA*.

*A*, *B*, *C* có tâm *O* là giao của ba đường trung trực của

*ABC*

**Bài 5.** Cho

*ABC* có

*A*  90 . Các đường trung trực của *AB* và của *AC* cắt nhau ở *O* và cắt

*BC* theo thứ tự ở *D* và *E* . Nối

*AD*, *AE*,*OB*,*OC* . Tìm tam giác bằng

## Lời giải:

*OAD* , bằng

*OAE*.

***A***

***B C***

***D***

***E***

***O***

*OD* là đường trung trực của *AB*

suy ra

*DA*  *DB*,

*OA*  *OB* .

Do đó *OAD*  *OBD* (c.c.c)

Tương tự *OAE*  *OCE*.

**Bài 6.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , đường cao *AH* . Tia phân giác của các góc *BAH* và *CAH* cắt

*BC* lần lượt ở *D* và *E* . Gọi *O* là giao điểm các đường phân giác của tam giác *ABC* .

1. Chứng minh rằng đường tròn tâm *O* , bán kính *OA* đi qua ba điểm
2. Tính số đo góc *DOE* .

*A*, *D*, *E* .

## Lời giải:

***A***

***B D H E C***



***O***

***x***

1. Ta có

*BAE*  *BAC*  *EAC*  900  *EAC* 1

*AEB*  900  *HAE*

2

Mà *EAC*  *HAE*  *gt* , do đó từ 1, 2 suy r *BAE*  *AEB* nên

*AEB*

cân tại *B* .

Vì *O* là giao điểm các đường phân giác của tam giác *ABC* nên *BO* là đường phân giác của

tam giác cân *ABE* , do đó *BO* là đường trung trực của *AE* , suy ra *OA*  *OE*

Chứng minh tương tự, *CO* là đường trung trực của *AD* , suy ra *OA*  *OD*

3

4

Từ 3

và 4

suy ra *OA*  *OD*  *OE* . Điều này chứng tỏ ba điểm

*A*, *E*, *D* nằm trên đường tròn

tâm *O* , bán kính *OA* hay đường tròn tâm *O* bán kính *OA* đi qua 3 điểm *A*, *E*, *D* .

1. Từ 3

suy ra

*OAE*

cân tại *O* , nên *OAE*  *OEA* . Vẽ tia *Ox* là tia đối của tia *OA* , ta có

*EOx*  *OAE*  *OEA*  2*xAE* .

Tương tự, *xOD*  2*xAD*.

Do đó,

*DOE*  2*xAD*  *xAE*   2*DAE*  2*DAH*  *HAE* 

 2. *BAH*  *HAC*  2. *BAC*  900.

2 2

Vậy *DOE*  90

**Bài 7.** Tam giác *ABC* có *A* là góc tù. Các đường trung trực của các cạnh *AB* và *AC* cắt nhau ở *O*. Các điểm *B* và *C* có thuộc đường tròn tâm *O* bán kính *OA* hay không? Vì sao?

**Lời giải**

# A

*B*

*C*

*O*

Từ giả thiết suy ra

*OA*.

*OA*  *OB*  *OC*. Vậy các điểm *B* và *C* có thuộc đường tròn tâm *O* bán kính

**Bài 8.** Cho

*ABC*

có ba góc nhọn, *O* là giao điểm hai đường trung trực của *AB* và *AC* . Trên

tia đối của tia *OB* lấy điểm *D* sao cho *OB*  *OD* .

1. Chứng minh *O* thuộc đường trung trực của *AD* và *CD* .
2. Chứng minh các

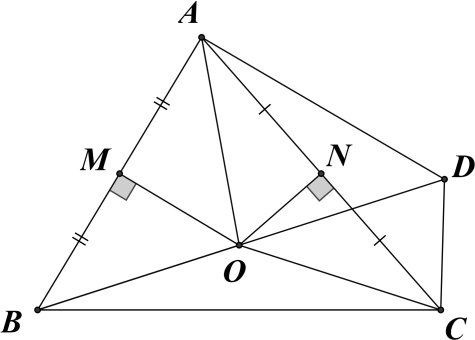
*ABD* ,

*CBD* vuông.

1. Biết

*ABC*  70 . Hãy tính số đo *ADC* .

## Lời giải



1. Vì *O* là giao điểm hai đường trung trực của AB và AC nên *OA*  *OB*  *OC* .

Mà *OD*  *OB*

nên *OD*  *OA*

và *OD*  *OC*

 *O* thuộc đường trung trực của *AD* và *CD* .

1. Xét

*OAB* cân tại *O*

 *OAB*  *OBA* 

1800  *AOB*

2

Xét

*OAD* cân tại *O*

 *OAD*  *ODA*  180 *AOD*

2

 *OAB*  *OAD*  180  *AOB*  180  *AOD*

2 2

 180  *AOB*  *AOD*  180  180  90

2 2

 *BAD*  90

 *ABD* vuông tại *A* .

Chứng minh tương tự

*CBD* vuông tại *C* .

1. Ta có

*ABD* vuông tại *A* nên

*ADB*  90  *ABD*

Ta có

*BCD* vuông tại *C* nên *BDC*  90  *CBD*

 *ADO*  *ODC*  180 *ABO*  *CBO*

 *ADC*  180  *ABC*  180  70  110

**Bài 9.** Tam giác *ABC* có ba đường trung tuyến cắt nhau tại *O* . Biết rằng điểm *O* cũng là giao điểm của ba đường trung trực trong tam giác *ABC* . Chứng minh tam giác *ABC* đều.

*A*



*F*

*E*

*O*

*B C*

*D*

## Lời giải:

**Cách 1:**

Cho *AO* cắt *BC* tại *F* , *BO* cắt *AC* tại *E* , *CO* cắt *AB* tại *D* .

Suy ra

*D*, *E*, *F* lần lượt là trung điểm của

*AB*, *AC*, *BC* .

Vì *O* là giao điểm 3 đường trung trực nên *OD*  *AB* tại *D* , *OE*  *AC*

tại *E* , *OF*  *BC*

tại *F* .

Suy ra

*AD*, *BE*,*CF* là 3 đường trung trực của

*ABC* .

Vì *AD* đường trung trực của Vì *BE* đường trung trực của

*ABC* nên *AB*  *AC*

*ABC* nên *BA*  *BC*

(1)

(2)

Từ (1) (2) suy ra *AB*  *AC*  *BC*

## Cách 2:

suy ra

*ABC* đều.

Cho *AO* cắt *BC* tại *F* , *BO* cắt *AC* tại *E* , *CO* cắt *AB* tại *D* .

Suy ra

*D*, *E*, *F* lần lượt là trung điểm của

*AB*, *AC*, *BC* .

Vì *O* là giao điểm 3 đường trung trực nên *OD*  *AB* tại *D* , *OE*  *AC*

tại E, *OF*  *BC*

tại *F* .

Suy ra

*AD*, *BE*,*CF* là 3 đường trung trực của

*ABC* .

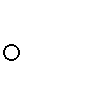
Xét

*AFB* và *AFC*

có:

*AF* chung

*AFB*  *AFC*  90





*BF*  *CF* (vì *AF* là trung trực của *BC* ) Do đó : *AFB*  *AFC* (c.g.c)

 *AB*  *AC*

Chứng minh tương tự ta được: *BA*  *BC*

Do đó: *AB*  *AC*  *BC*

Vậy *ABC* là tam giác đều.

**Bài 10.** Cho

*ABC*

đều. Trên cạnh

*AB*, *BC*,*CA* lấy theo thứ tự ba điểm

*M* , *N*, *P* sao cho

*AM*  *BN*  *CP*

1. Chứng minh

*MNP*

là tam giác đều

1. Gọi *O* là giao điểm các đường trung trực của *ABC* .

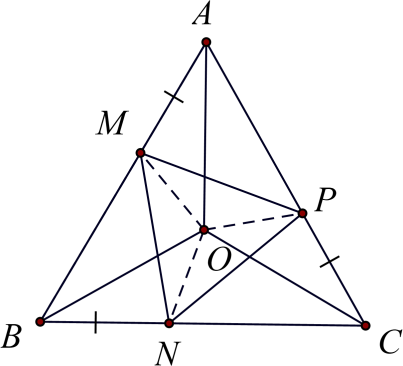
Chứng minh rằng điểm *O* cũng là giao điểm các đường trung trực của

## Lời giải:

*MNP*

1. *ABC* đều nên *AB*  *BC*  *CA*

Mà *AM*  *BN*  *CP* => *BM*  *CN*  *AP*



Xét

*AMP*

và *BNM* có

*AM*  *BN* (gt)

*MAP*  *NBM* ( *ABC* đều)

Do đó,

*AP*  *BM* (cmt)

*AMP*  *BNM* (c.g.c)

=> *MP*  *MN* (hai cạnh tương ứng) (1)

Tương tự: *AMP*  *CPN* (c.g.c)

Suy ra *MP*  *PN* (2)

Từ (1) và (2) ta có *MP*  *MN*  *PN*

Vậy *MNP* là tam giác đều.

1. Điểm *O* là giao điểm các đường trung trực của tam giác đều *ABC* nên *OA*  *OB*  *OC* đồng

thời

*AO*, *BO*, *CO* cũng lần lượt là các tia phân giác của

*BAC*, *ABC*, *ACB* .

Xét

*MAO* và

*NBO* có:

*AM*  *BN* (gt)

*MAO*  *NBO*   1 *BAC*  1 *ABC* 

 2 2 

 

*OA*  *OB* (cmt)

 *MAO*  *NBO*(c.g.c)  *OM*  *ON*

(hai cạnh tương ứng)

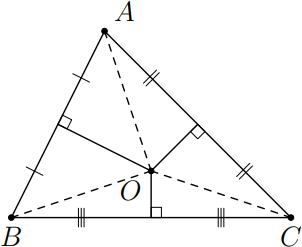
Tương tự : *MAO*  *PCO*(c.g.c)  OM  OP .

Vậy *OM*  *ON*  *OP* . Do đó *O* là giao điểm các đường trung trực của *MNP* .

**Bài 11.** Trong một buổi tổng vệ sinh sân trường, 3 tổ cần dọn cỏ và rác của 3 bồn cây *A*, *B*, *C*

ở 3 góc sân trường. Em hãy giúp 3 tổ chọn một vị trí *O* để đặt chiếc xe đẩy rác sao cho vị trí chiếc xe cách đều 3 bồn cây đó.

## Lời giải:



Vì điểm *O* cách đều ba điểm *A*, *B*, *C* nên *O* là giao của ba đường trung trực của tam giác

*ABC* hay *O* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* .

Để xác định vị trí điểm *O* ta chỉ cần xác định giao điểm của hai trong ba đường trung trực của tam giác *ABC* .

## Dạng 2. Chứng minh ba đường thẳng đồng quy, ba điểm thẳng hàng

1. **Phương pháp giải:**

Dựa vào định lí, tính chất về đường trung trực và sự đồng quy của ba đường trung trực trong tam giác.

## Bài toán.

**Bài 1.** Cho

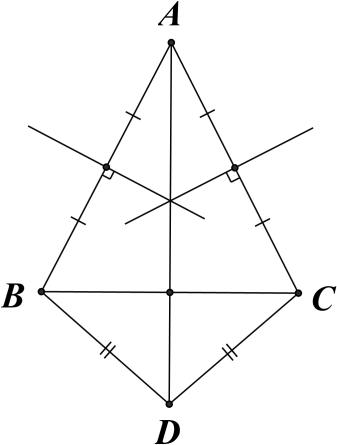
*ABC*

cân tại *A* . Dựng tam giác *BCD* cân tại *D* biết *D* khác phía với *A* đối với

đường đường thẳng *BC* . Gọi O là giao điểm của *AB* và *AC* . Chứng minh rằng hàng.

*A*,*O*, *D* thẳng

## Lời giải:



*ABC* cân tại *A*  *AB*  *AC* .

*BCD* cân tại *D*  *DB*  *DC* .

Suy ra *AD* là đường trung trực của *BC* .

Xét *ABC* , theo tính chất ba đường trung trực trong tam giác ta có các đường trung trực của

*AB* và *AC* đồng quy với đường thẳng *AD* , hay *A*,*O*, *D* thẳng hàng.

**Bài 2.** Cho

*ABC*

cân tại *A* . Gọi *M* là trung điểm của *BC* . Các đường trung trực của *AB* và

*AC* cắt nhau ở *E* . Chứng minh ba điểm

*A*, *E*, *M* thẳng hàng.

## Lời giải:

*B M C*



*A*

*E*

Theo gt, *M* là trung điểm của *BC*

 *AM*

 *AM*

là đường trung tuyến của tam giác cân *ABC*

cũng là đường trung trực của *BC* (1)

Xét

*ABC*

cân tại *A* có đường trung trực của *AB* và *AC* cắt nhau ở *E*

 *E* thuộc đường trung trực của *BC* (theo tính chất ba đường trung trực của tam giác) (2)

Từ (1) và (2) suy ra, ba điểm *A*, *E*, *M* thẳng hàng.

**Bài 3.** Cho tam giác *ABC* cân tại *A* . Gọi *G* là trọng tâm, *O* là giao điểm ba đường trung trực của tam giác *ABC* .

1. Tam giác *BOC* là tam giác gì?
2. Chứng minh ba điểm

*A*,*O*,*G* thẳng hàng?

## Lời giải:

A

O

G

B C

1. Do *O* là giao điểm ba đường trung trực của tam giác *ABC* nên ta có: *OA*  *OB*  *OC*

Suy ra tam giác *BOC* là tam giác cân tại *O*

1. Do *O* là giao điểm ba đường trung trực của tam giác *ABC* nên *O* thuộc đường trung trực của *BC* (1)

Do *G* là trọng tâm nên *G* thuộc đường trung tuyến của *BC* đi qua *A* (2)

Mà tam giác *ABC* cân tại *A* nên trung tuyến ứng với cạnh *BC* cũng là đường trung trực của

*BC*

Suy ra *G* thuộc đường trung trực của *BC* (3)

Từ (1), (2) và (3) Suy ra ba điểm *A*,*O*,*G* thẳng hàng

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* cân ở *A* . Gọi *M* là trung điểm của *BC* . Các đường trung trực của

*AB*, *AC* cắt nhau ở *E* . Chứng minh ba điểm *A*, *E*, *M* thẳng hàng.

## 56Lời giải:

Chứng minh được:

*ABM*  *ACM*

(c.c.c).

Từ đó, suy ra *AM* là đường trung trực của *BC* .

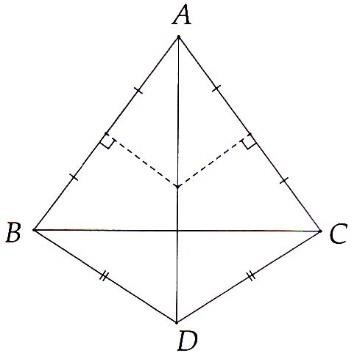
Theo tính chất ba đường trung trực của tam giác, ta suy ra điểm *E* thuộc đường trung trực của

*BC* .

Vậy ba điểm *A*, *E*, *M* thẳng hàng.

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* cân tại *A* . Lấy điểm *D* sao cho tam giác *BCD* cân tại *D* ( *D* và *A* nằm khác phía đối với đường thẳng *BC* ). Chứng minh các đường trung trực của *AB* và *AC* đồng quy với đường thẳng *AD*

## Lời giải:



Từ giả thiết, ta có: *AB*  *AC*, *DB*  *DC* .

 *AD* là đường trung trực của *BC* .

Xét *ABC* , theo tính chất ba đường trung trực trong tam giác ta có các đường trung trực của

*AB* và *AC* đồng quy với đường thẳng *AD* .

**Bài 6.** Cho *ABC* vuông ở *A* , *D* là giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh *AB* và *AC* .

Chứng minh

*B*, *D*,*C* thẳng hàng.

## Lời giải:

*B*

*4 D*

*3 2 1*

*I*

*A K C*

Gọi *I* là trung điểm của *AB* , *K* là trung điểm *AC* ta có *DI*  *AB*

và *DK*  *AC* .

Xét

*DAK*

và *DCK*

có:

*DK* cạnh chung *DKA*  *DKC*  90º *AK*  *CK* (hình vẽ)

 *DAK*

 *D*1  *D*2

 *DCK*

(c.g.c)

CM tương tự:

*D*3  *D*4

Ta lại có

*D*2  90º *DAK* (hai góc phụ nhau)

*D*3  90º *DAI*

(hai góc phụ nhau)

 *D*2  *D*3  180º *DAI*  *DAK*   180º 90º  90º

 *D*1  *D*2  *D*3  *D*4  2*D*2  *D*3   2.90º  180º

 *BCD* 

180º

 *B*, *D*,*C* thẳng hàng.

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* cân tại *A* . *M* là trung điểm của *BC* . Kẻ *ME* vuông góc *AB* tại

*E*, *MF* vuông góc với *AC* tại *F* .

1. Chứng minh rằng *AM* là đường trung trực của *EF* ?
2. Kẻ đường thẳng *d* vuông góc *AB* tại *B* , kẻ đường thẳng *d* / vuông góc với *AC* tại *C* , hai

đường thẳng *d* và *d* /

giao nhau giao tại *D* . Chứng minh rằng ba điểm

## Lời giải:

*A*, *M* , *D* thẳng hàng?

A

E

H

F

B

M

C

D

1. Gọi *H* là giao điểm của *AM* và *EF*

Xét tam giác *ABC* cân tại *A* .

*M* là trung điểm *BC*  *AM* là trung tuyến ứng với *BC*

 *AM* là đường trung trực, cũng là đường phân giác của góc *A*

 *AE*  *AF* và *EAH*  *FAH*

Xét hai tam giác *EAH* và *FAH* , có:

*AE*  *AF* (cmt)

*AH* là cạnh chung

*EAH*  *FAH* (cmt)

Suy ra *EAH*  *FAH* (c.g.c)

 *HE*  *HF*

(2 cạnh tương ứng) (1) và *AHE*  *AHF*

(2 góc tương ứng)

Mà *AHE*  *AHF*  180 (hai góc kể bù) *AHE*  *AHF*  90 (2)

Từ (1) và (2) suy ra *AH* là đường trung trực của *EF*

Hay *AM* là đường trung trực của *EF* (đpcm)

1. Xét hai tam giác vuông *ABD* và *ACD*

*AD* là cạnh chung.

*BAD*  *CAD* ( *AM* là phân giác của góc *A* )

Suy ra *ABD*  *ACD* (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra *DB*  *DC* (2 cạnh tương ứng)

Suy ra *D* nằm trên đường trung trực *AM* của *BC*

Suy ra ba điểm *A*, *M* , *D* thẳng hàng (đpcm)

**Bài 8.** Cho tam giác nhọn *ABC* . Gọi *H* ,*G*,*O* theo thứ tự là trực tâm, trọng tâm, giao điểm ba

đường trung trực của tam giác. Tia *AG* cắt *BC* ở *M* . Gọi *I* là trung điểm của điểm của *GH* . Chứng minh:

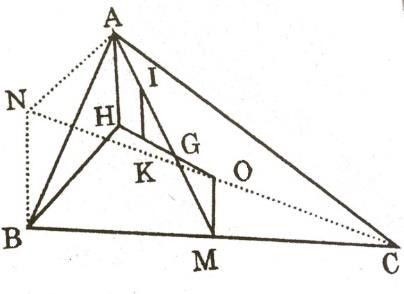
1. *OM*  1 *AH*

2

*GA*, *K* là trung

1. *IGK*  *MGO*
2. Ba điểm *H* ,*G*,*O* thẳng hàng
3. *GH*  2*GO*

## Lời giải:



1. Trên tia đối của tia *OC* lấy điểm *N* sao cho *O* là trung điểm của *NC* .

Ta có: *OM* //*BN* và

*OM*  1 *BN* .

2

Vì *OM* //*AH* (cùng vuông góc với *BC* ) nên

*AH* //*NB*

Chứng minh tương tự *NA*//*BH* .

*ANB*  *BHA* (c.g.c) do đó *AH*  *NB*

Mà *OM*  1 *BN*

2

vì thế *OM*  1 *AH* .

2

1. Tam giác *AGH* có *I* là trung điểm của *GA*, *K* là trung điểm của *GH* nên *IK* //*AH* và

*IK*  1 *AH*

2

Suy ra

*IK* //*OM* và *IK*  *OM* .

Vì *G* là trọng tâm của tam giác *ABC* nên *GM*  1 *GA* , do đó *GM*  *GI*

2

 *IKG*  *MGO* (c.g.c).

1. Vì *IKG*  *MGO* (theo phần b) nên *IKG*  *MGO* mà

*IGK* 

*KGM*  180 do đó

*KGM* 

*MGO*  180

Vậy ba điểm

*K*,*G*,*O* thẳng hàng, suy ra ba điếm

*H* ,*G*,*O* thẳng hàng.

1. *IGK*  *MGO* nên *GO*  *GK*

mà *HG*  2*GK*

do đó

*HG*  2*GO* .

***Chú ý:*** Đường thẳng đi qua ba điểm *H* ,*G*,*O* được gọi là đường thẳng Ơle

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* cân ở *A* , đường phân giác *AK* . Các đường trung trực của *AB* và

*AC* cắt nhau tại *O* . Kéo dài *CO* cắt *AB* ở *D* , kéo dài *BO* cắt *AC* ở *E* .

1. Chứng minh ba điểm *A*, *K* ,*O* thẳng hàng.
2. Chúng minh *AK* và các đường trung trực của *AD* và *AE* đồng quy.

## Lời giải:

***A***

1. ***K C***

***D***

***E***

***O***

1. Ta có:

*AD*  1 *AB*

2

( *CD* là trung trực của *AB* )

*AE*  1 *AC*

2

( *BE* là trung trực của *AC* )

Mà *AB*  *AC* (tam giác *ABC* cân ở *A* )

 *AD*  *AE*

Xét hai tam giác vuông *ADO* và *AEO* có: *AD*  *AE*

 *ADO*  *AEO* (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

(cmt);

*AO* : cạnh huyền chung

Suy ra *DAO*  *EAO* (hai góc tương ứng)

 *AO* là đường phân giác của *BAC* .

Vậy ba điểm *A*, *K* ,*O* thẳng hàng.

1. Ta có: *AD*  *AE* (chứng minh phần a) (1).

Mặt khác, có

*ADO*  *AEO*

(chứng minh phần a) *OD*  *OE*

(hai cạnh tương ứng) (2).

Từ (1) và (2) suy ra *AO* là đường trung trực của *DE* , hay *AK* là đường trung trực của *DE* .

Xét *ADE* , theo tính chất ba đường trung trực của tam giác, ta có *AK* và các đường trung trực

của *AD* và *AE* đồng quy.

## Dạng 3. Vận dụng tính chất ba đường trung trực trong tam giác để giải quyết các bài toán khác

1. **Phương pháp giải:**

Dựa vào tính chất về đường trung trực và sự đồng quy của ba đường trung trực trong tam giác.

* 1. Điểm M nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó:

*d*

*M*

*A*

*I*

*B*

* 1. *ΔABC* cân tại A, *AM* là đường trung tuyến thì cũng là đường trung trực của *BC*

*A*

1. *M B*

## Bài toán.

**Bài 1.** Cho

*ABC*

cân tại *A* , đường trung tuyến *AM* . Đường trung trực của *AC* cắt đường

thẳng *AM* tại *D* . Chứng minh rằng *DA*  *DB* .

## Lời giải:

*A*



*D*

*K*

*B M C*

Cách 1:

Ta có *ABC*

cân ở *A* nên trung tuyến *AM* cũng là đường trung trực của *BC* .

Vì *D* thuộc đường trung trực của *AC* nên *DA*  *DC* Vì *D* thuộc đường trung trực của *BC* nên *DB*  *DC* Từ (1), (2) suy ra *DA*  *DB* .

Cách 2:

(1).

(2).

*ABC* cân tại *A* có *AM* là đường trung tuyến của cạnh đáy *BC* nên *AM* cũng là đường trung trực của *BC* .

Ta lại có đường trung trực của *AC* cắt *AM* tại *D*

 *D* là giao điểm của hai đường trung trực của cạnh *BC* và *AC*

 *D* thuộc đường trung trực của *AB* . Vậy *DA*  *DB* .

**Bài 2.** Cho tam giác cân *ABC* có *AB*  *AC* . Hai đường trung trực của hai cạnh nhau tại *O* . Chứng minh: *AOB*  *AOC* .

*AB*; *AC* cắt

## Lời giải:

Vì điểm *O* là giao điểm các đường trung trực của

*BC* .

*ABC*

nên *O* thuộc đường trung trực của

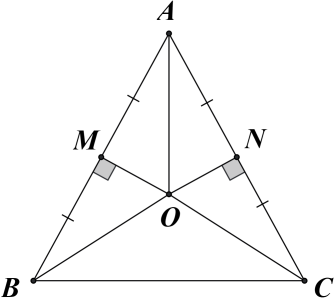
*ABC*

cân tại *A*

 *AB*  *AC*  *A*

thuộc đường trung trực của *BC* .

Do đó *AO* là đường trung trực của *BC* .



*ABC* cân tại *A* nên đường trung trực *AO* đồng thời là đường phân giác của *A*

Xét

*AOB*

và *AOC*

có:

*OA* chung

*AB*  *AC* ( *ABC* cân tại *A* )

*OAB*  *OAC* ( *AO* là tia phân giác của *BAC* )

Do đó,

*AOB*  *AOC* (c.g.c)  *AOB*  *AOC*

(hai góc tương ứng)

**Bài 3.** Cho

*ABC* , *M* là trung điểm của

*BC*. Các đường trung trực của *AB* và *AC* cắt nhau

tại *O*. Tính số đo góc *OMB*.

## Lời giải:

*B M C*



*A*

*O*

Từ giả thiết suy ra *O* thuộc đường trung trực của

*BC*.

 *OM*

là đường trung trực của

*BC*.

 *OMB*  90.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

có góc

*A*  110. Đường trung trực của các cạnh *AB* và *AC* cắt nhau tại *I*.

1. Chứng minh

*BIC*

cân.

1. Chứng minh

*BIC*  2180 *BAC* và tính số đo góc

## Lời giải:

*BIC*.

*A*



*2 1*

*B C*

*I*

1. Từ giả thiết suy ra *I* thuộc đường trung trực của *BC*

 *IB*  *IC*  *BIC* cân.

1. Có

*BIA*  180  2*A*2;

*AIC*  180  2*A*1.

 *BIC*  *BIA*  *AIC*  180  2*A*1 180  2*A*2  2180  *BAC* .

Từ đó, suy ra *BIC*  140.

**Bài 5.** Cho

*ABC* có

*A*ˆ  60 . Các đường trung trực của cạnh *AB* và *AC* lần lượt cắt *BC* ở *E*

và *F* . Tính *EAF* .

## Lời giải:

*A*



*I*

*K*

*B F C E*

Trước hết, do *E* nằm trên đường trung trực của *AB* nên

*EAB*

cân ở *E*  *BAE*  *ABE* .

Tương tự, ta có

*FAC*

cân ở *F*  *FAC*  *FCA* . Ta có *BCA*  *FCA*  *FAB*  *BAC*

 *FAB*  *BCA*  *BAC*

Khi đó *EAF*  *BAE*  *FAB*  *ABC*  *BCA*  *BAC*  *EAF*  180  2*BAC*  180 120  60.

**Bài 6.** Cho

*ABC*

cân tại *A* . Đường trung tuyến *AM* cắt đường trung trực của *AC* tại *K* .

Chứng minh rằng

*KA*  *KB*  *KC*.

## Lời giải

A

B M C



K

*ABC* cân tại *A* nên đường trung tuyến *AM* cũng là đường trung trực.

*K* là giao điểm các đường trung trực của

*BC*, *AC* nên

*KA*  *KB*  *KC*. .

**Bài 7.** Cho

*ABC*

cân tại *A* ,

*A*  900 . Các đường trung trực của *AB* và của *AC* cắt nhau tại *O*

và cắt *BC* tại *D* và *E* . Chứng minh rằng:

1. *OA* là đường trung trực của *BC* .
2. *BC*  *CE* .
3. *ODE*

là tam giác cân.

## Lời giải:

A



H

K

B

D

E

C

O

*O* là giao điểm các đường trung trực của *ABC*  *OB*  *OC*.

*ABC*

cân tại *A*

 *AB*  *AC*.

Vậy *AO* là đường trung trực của *BC* .

1. Gọi *H* là trung điểm của *AB*, *K* là trung điểm của *AC* .

*HBD*  *KCE*  *g*.*c*.*g*   *BD*  *CE*.

1. *HBD*  *KCE*  *HBD*  *KEC*

 *ODE*  *OED*  *ODE* cân tại *O* .

**Bài 8.** Chứng minh rằng các đường trung trực của tam giác vuông cắt nhau tại trung điểm của cạnh huyền.

## Lời giải:

A



I

H

d2

d1

2 3

1

4

B

O

C

Xét

*ABC*

vuông tại A.

Vẽ đường trung trực *d*1

AC tại H

của cạnh AB, cắt *AB* tại I. vẽ đường trung trực *d*2

của cạnh AC, cắt

Giả sử *d*1

và *d*2

cắt nhau tại O. Ta có *OA*  *OB* , do đó

*OAI*  *OBI*

(c.g.c)

Nên *O*1  *O*2 . Tương tự *O*3  *O*4 .

Ta có *OI* //*AC* mà *OH*  *AC*

nên

*IOH*  90.

Do đó *O*  *O*

* *O*  *O*

 2*O*

 *O*   2*IOH*  1800.

Vậy ba điểm *B*, *O*, *C* thẳng hàng.

1 2 3 4 2 3

Mặt khác, *OB*  *OC* nên *O* thuộc đường trung trực của *BC* .

Vậy các đường trung trực của tam giác vuông cắt nhau tại trung điểm của cạnh huyền.

**Bài 9.** Cho tam giác đều *ABC* . Gọi *D* và *E* là hai điểm lần lượt trên hai cạnh *AB* và *AC* sao cho *BD*  *AE* . Chứng minh rằng các đường trung trực của đoạn thẳng *DE* luôn đi qua một điểm cố định khi *D* và *E* di chuyển trên các cạnh *AB* và *AC* .

## Lời giải:

A



E

H

I

D

O

B C

Ta nhận thấy rằng:

Nếu *D* trùng với *B* thì *E* trùng với *A* , đường trung trực của *DE* là đường trung trực của *AB* . Nếu *D* trùng với *A* thì *E* trùng với *C* , đường trung trực của *DE* là đường trung trực của *AC*

.

Do đó, ta vẽ các đường trung trực của *AB* và cạnh *AC* , chúng ta cắt nhau tại *O* .

Ta sẽ chứng tỏ rằng đường trung trực của *DE* đi qua *O* bằng cách chứng minh *OD*  *OE*.

Gọi *H* và *I* theo thứ tự là trung điểm của *AB* và *AC* .

Từ đó suy ra *HD*  *IE*

rồi suy ra

*OHD*  *OIE*

(c.g.c) để có *OD*  *OE*.

Hoặc chứng minh *OAE*  *OBD*

rồi suy ra

*OAE*  *OBD* (c.g.c) để có *OD*  *OE*.

**Bài 10.** Cho *ABC* , *AC*  *AB* . Hai điểm *D* và *E* theo thứ tự di chuyển trên các cạnh *AB* và

*AC* sao cho *BD*  *CE* . Chứng minh rằng các đường trung trực của *DE* luôn đi qua một điểm cố định.

## Lời giải:

I

A



D

G

E

B

Trên cạnh *AC* lấy điểm *G* với *CG*  *AB*

Ta nhận thấy rằng:

C

thì điểm *G* cố định.

Khi *D* trùng với *B* thì *E* trùng với *C* , đường trung trực của *DE* là đường trung trực của *BC* . Khi *D* trùng với *A* thì *E* trùng với *G* , đường trung trực của *DE* là đường trung trực của *AG*

.

Vẽ đường trung trực của *BC* và *AG* chúng cắt nhau tại *I* thì *I* là điểm cố định.

Vì vậy nếu các đường trung trực của *DE* đi qua một điểm cố định thì điểm cố định đó phải là điểm *I* nói trên.

Thật vậy, *I* thuộc các đường trung trực của *BC* và *AG* nên *IB*  *IC*, *IA*  *IG*.

*IAB*  *IGC*

(c.c.c), nên

*ID*  *IE*.

Điều này chứng tỏ rằng đường trung trực của *DE* luôn đi qua điểm *I* cố định.

## BA ĐƯỜNG CAO

**Dạng 1. Xác định trực tâm của một tam giác**

## Phương pháp giải:

* Để xác định trực tâm của một tam giác, ta cần tìm giao điểm hai đường cao của tam giác đó
* Dựa vào định nghĩa, định lí và nhận xét, tính chất về đường cao và sự đồng quy của ba đường cao trong tam giác.
  1. *AH* là một đường cao của *ABC*  *AH*  *BC*

***A***

***B H C***

* 1. Trong hình vẽ *AD*, *BE*,*CF* là các đường cao, *H* là trực tâm của *ABC* .

***A***

***B D C***

***E***

***F***

***H***

## Chú ý:

1. *ABC* là tam giác nhọn thì *H* nằm trong tam giác.

*A*

*B H C*



*K*

*L*

*H*

1. *ABC* là tam giác vuông tại *A* thì điểm *H* trùng với điểm *A* .

*B*



|  |  |
| --- | --- |
| *I* | |
|  |  |

*A≡H C*

1. *ABC* là tam giác tù thì điểm *H* nằm ngoài tam giác.

*H*

*B I C*



*K*

*L*

*A*

## Bài toán.

**Bài 1.** Cho

*ABC* có

*ABC*  90 , *AH*  *BC* . Em chọn phát biểu đúng:

1. *H* là trực tâm của
2. *A* là trực tâm của
3. *B* là trực tâm của
4. *C* là trực tâm của

*ABC*

*ABC*

*ABC*

*ABC*

## Lời giải:

Vì *ABC* có

*ABC*  90

nên

*ABC* là tam giác vuông tại *B*  *B*

là trực tâm của

*ABC* .

Đáp án đúng là C.

**Bài 2.** Cho *ABC* , hai đường cao *AM* và *BN* cắt nhau tại *H* . Em chọn phát biểu đúng:

1. *H* là trọng tâm của *ABC* .
2. *HA*  2 *AM*

3

và *HB*  2 *BN*

3

1. *H* là trực tâm của

*ABC* ; *CH* là đường cao của

*ABC* .

1. *CH* là đường trung trực của

*ABC* .

## Lời giải:

*ABC* , hai đường cao *AM* và *BN* cắt nhau tại *H*  *CH*

là đường cao của

*ABC*  *H* là trực

tâm của *ABC* .

Đáp án đúng là C.

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân tại *A* có *AM*  *BC*

tại *M* . Chọn phát biểu đúng:

1. *AM* là đường trung tuyến của *ABC*
2. *AM* là đường trung trực của *BC* .
3. *AM* là đường phân giác của *BAC* .
4. Cả A, B, C đều đúng.

## Lời giải:

Vì *ABC*

cân tại *A* có *AM*  *BC* nên *AM* là đường cao

 *AM* cũng là đường trung tuyến,

đường trung trực và đường phân giác của Chọn đáp án D

*ABC* .

**Bài 4.** Cho

*D* . Khi đó

*ABC*

vuông tại *A* . Lấy *H* thuộc *AB* , vẽ *HE*  *BC* ở *E* . Tia *EH* cắt tia *CA* tại

1. *H* là trọng tâm của *BCD* .
2. *H* là trực tâm của *BCD* .
3. *H* là giao ba đường trung trực của
4. *H* là giao ba đường phân giác của

*BCD* .

*BCD* .

## Lời giải:

*D*



*A*

*H*

*B E C*

Trong *BCD* có:

*BA*  *CD* tại *A* (do

*ABC* vuông tại *A* )  *BA* là một đường cao của

*BCD*

*DE*  *BC* tại *E* (do *HE*  *BC* )  *DE* là một đường cao của Mà *DE* giao *BA* tại *H*

*BCD*

Do đó *H* là giao điểm của hai đường cao trong Suy ra *H* là giao điểm của ba đường cao trong

*BCD*

*BCD*

Vậy *H* là trực tâm của Chọn đáp án B

*BCD* .

**Bài 5.** Cho tam giác

*AHB*, *AHC* .

*ABC*

vuông tại

*A*, đường cao *AH* . Tìm trực tâm của các giác

*ABC*,

## Lời giải:

*A*



*B C*

*H*

Tam giác

*ABC*

có hai đường cao là *BA* và *AH* . Từ đó suy ra trực tâm của tam giác

*ABC* là

1. Chứng minh tương tự ta có trực tâm của tam giác

*AHB* ,

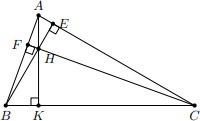
*AHC* đều là điểm *H*.

*Nhận xét: Trực tâm của tam giác vuông là đỉnh góc vuông của tam giác.*

**Bài 6.** Cho *H* là trực tâm của tam giác *ABC* không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác

*HBC*, *HAB*, *HAC*

## Lời giải



Gọi các đường cao tam giác là *AK*, *BE*,*CF* . Ta có:

*HBC*

có hai đường cao là

*HK*, *BF* . Từ đó suy ra trực tâm của tam giác

*HBC* là *A*.

Chứng minh tương tự ta được trực tâm của tam giác *HAB*, *HAC* lần lượt là *C* và *B*.

**Bài 7.** Cho

*ABC* có

*A*  700 , *AB*  *AC* , đường phân giác góc *A* cắt *BC* tại *D* , *BF*  *AC*

tại

*F* , *H* là giao điểm của *BF* và *AD* , *E* thuộc *AC* sao cho *AE*  *AB* .

1. Xác định trực tâm của
2. Tính số đo *DHF* .

*ABE* .

## Lời giải

*B*

*D*

*H*

*I*

*A F E C*

1. Gọi *AD* giao *BE* tại *I*

Xét

*ABE*

có *AE*  *AB* (gt)

⇒ *ABE* cân tại *A* .

Lại có: *AD* là tia phân giác góc *A* của *ABC* (gt)

 *AI*  *BE* (tính chất của tam giác cân)

Mặt khác: *BF*  *AE* và *AD* giao *BE* tại *H* nên *H* là trực tâm của trong tam giác).

1. Ta có: *AD* là tia phân giác của *BAC* (gt)

*ABE*

(tính chất 3 đường cao

⇒ *HAF*  1 *BAC*  350 2

Vì *AHF* vuông tại *F* nên:

*AHF*  900  *HAF*  900  350  550

Vì *DHF* và *AHF* là 2 góc kề bù nên:

*DHF*  1800  *AHF*  1800  550  1250

## Dạng 2. Sử dụng tính chất trực tâm của tam giác để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, ba đường thẳng đồng quy

1. **Phương pháp giải:**

Nếu *H* là giao điểm hai đường cao kẻ từ *B* và *C* của tam giác *ABC* thì *AH*  *BC* . Nếu ba đường thẳng là ba đường cao của một tam giác thì chúng cùng đi qua một điểm.

## Bài toán.

**Bài 1.** Cho

*ABC*

cân tại *A* , đường cao *BE* cắt đường trung tuyến *AD* ở *H* . Chứng minh *CH*

tạo với *AB* một góc 90.

## Lời giải

*A*



*H*

*E*

*B C*

*D*

Xét *ABC* cân tại *A* có: *AD* là đường trung tuyến (gt)  *AD* cũng là đường trung cao.

Lại có *BE* là đường cao mà *BE* cắt *AD* tại *H*

 *H* là trực tâm của *ABC*

 *CH*  *AB* hay *CH* tạo với *AB* một góc 90.

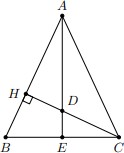
**Bài 2.** Cho tam giác

*ABC*

cân tại *A* . đường cao *CH* cắt tia phân giác của góc *A* tại *D* .

Chứng minh rằng *BD*  *AC* .

## Lời giải



Kéo dài *AD* cắt *BC* tại *E* .

Từ giả thiết suy ra *AE*  *BC* . Do đó *D* là trực tâm của tam giác

*ABC* . Vậy

*BD*  *AC*.

**Bài 3.** Cho

*MNP*

vuông tại *M* . Trên cạnh *MN* lấy điểm *Q* , kẻ *QR*  *NP*  *R* *NP* . Gọi *O* là

giao điểm của các đường thẳng *PM* và *RQ* . Chứng minh *PQ*  *ON* .

## Lời giải:

*O*



*M*

*Q*

*N R P*

Ta có:

*NM*  *PQ* ,

*OR*  *PN*

Mà *NM* giao *OR* tại *Q*

 *Q* là trực tâm của

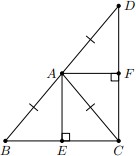
*PON*

 *PQ*  *ON* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* cân tại *A* . Lấy điểm *D* sao cho *A* là trung điểm của *BD*. Kẻ đường

cao *AE* của tam giác *ABC* , đường cao *AF* của tam giác *ACD* . Chứng minh rằng *AE*  *AF*.

## Lời giải:

Xét tam giác cân *ABC* có *AE* là  đường cao, suy ra *AE* cũng là đường phân giác của *BAC* hay *BAE*  *EAC* .

Tương tự trong tam giác cân *ACD* ta có *CAF*  *FAD* . Từ đó ta được

*EAF*  *EAC*  *CAF*  1 (*BAC*  *CAD*)  90

2

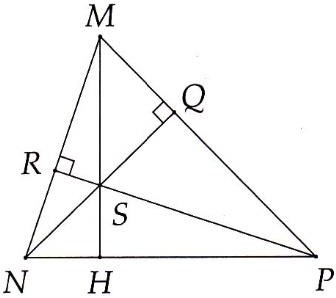
hay *AE*  *AF*.

**Bài 5.** Cho tam giác *MNP* có ba góc nhọn, các đường cao

1. Chứng minh *MS*  *NP* .
2. Cho *MNP* = 65°. Tính *SMR* .

*NQ*, *PR* cắt nhau tại *S* .

## Lời giải:



1. Vì *S* là trực tâm *MNP* , do đó *MS*  *NP* .
2. Gọi *H* là giao điểm của *MS* với *NP* .

Chú ý

*MHN*

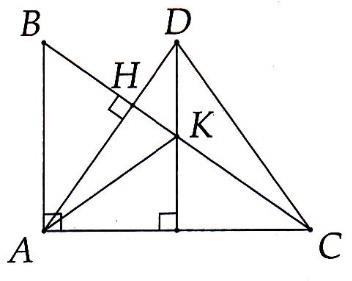
vuông, từ đó tính được

*SMR*  25

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* , kẻ đường cao *AH* . Lấy điểm *K* thuộc đoạn thẳng

*HC* . Qua *K* kẻ đường thẳng song song với *AB* , cắt *AH* tại *D* . Chứng minh *AK*  *CD* .

## Lời giải:



Vì *AB*  *AC* , do đó *DK*  *AC* .

Bởi vậy *K* là trực tâm *ADC* , suy ra *AK*  *CD* .

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* vuông cân tại

1. Trên cạnh *AB* lấy điểm

*H*.Trên tia đối của tia *BC*

lấy điểm *D* sao cho *BH*  *BD* . Chứng minh

a) *DH*  *AC*. b) *CH*  *AD*.

## Lời giải:

30

1. Kéo dài *DH* cắt *AC* tại *M* .

Do *BH*  *BD* và

*DBA*  90

nên tam giác *DBH* vuông cân tại *B*.

Suy ra *MDC*  *C*  45  *MDC*  *C*  90  *MDC*  90  *DH*  *AC*

1. *ADC* có hai đường cao *AB* và *DM* cắt nhau tại *H* nên *H* là trực tâm của tam giác đó. Do

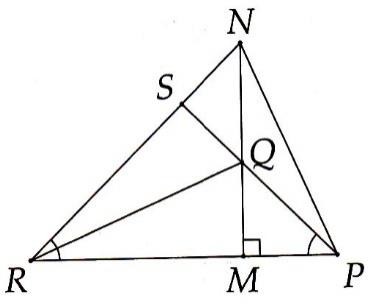
vậy, *CH*  *AD* .

**Bài 8.** Cho tam giác *MNP* vuông tại *M* *MP*  *MN*  . Trên cạnh *MN* lấy điểm *Q* sao cho

*MQ*  *MP* , trên tia đối của tia *MP* lấy điểm *R* sao cho *MR*  *MN* . Chứng minh:

1. *PQ*  *NR* .
2. *RQ*  *NP* .

## Lời giải:



1. Gọi *S* là giao điểm của *PQ* và *NR* . Tính được *SPR*  *SRP*  45 , từ đó *PQ*  *NR* .
2. Từ kết quả ý a, ta có *Q* là trực tâm

*PNR*

 *RQ*  *NP*

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* , kẻ đường phân giác *BM* . Trên cạnh *BC* lấy điểm *D*

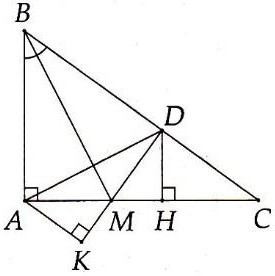
sao cho *BD*  *BA* .

1. Chứng minh *BM*  *AD* .
2. Gọi H là hình chiếu vuông góc của *D* trên *AC*, *K* là hình chiếu vuông góc của *A* trên *DM* .

Chứng minh ba đường thẳng

*AK*, *BM* , *DH* đồng quy.

## Lời giải:



1. Chú ý tam giác *ABD* cân tại *B* nên *BM* là đường phân giác cũng là đường cao, từ đó

*BM*  *AD* .

1. Chú ý

*AK*, *BM* , *DH* là ba đường cao của

*AMD* .

**Bài 10.** Đoạn thẳng *AB* và điểm *M* nằm giữa *A* và *B* (*MA*  *MB*). Vẽ tia đó lấy hai điểm *C* và

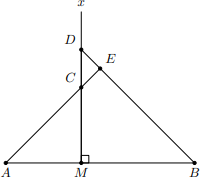
*D* sao cho

1. *AE*  *BD*

*MA*  *MC* , *MD*  *MB*. Tia *AC* vuông cắt *BD* tại *E* . Chứng minh:

1. *C* là trực tâm của tam giác *ABD*

## Lời giải:



1. Do tia *AC* cắt *BD* tại *E* nên hai điểm *C* và *D* nằm cùng phía với *AB*.

Do *MA*  *MC*

vuông cân tại

và *AMC*  90 nên tam giác *AMC* vuông cân tại

*M* .

*M* . Tương tự ta có

*BMD*

Từ đó suy ra *EDC*  *DCE*  45  *CED*  90  *AC*  *BD*.

1. Trong tam giác *ABD* , hai đường cao *AE* và *DM* cắt nhau nên *C* là trực tâm của tam giác

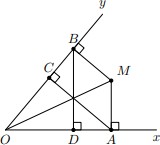
*ABD* .

**Bài 11.** Cho góc nhọn *xOy* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* sao cho

*OA*  *OB*. Kẻ *AC*  *Oy*, *BD*  *Ox* (*C* *Ox*, *D* *Oy*) . Đường thẳng vuông góc với *Ox* tại *A* và

đường thẳng vuông góc với *Oy* tại *B* cắt nhau tại *M* . Chứng minh: *OM* , *AC*, *BD* đồng quy.

## Lời giải:



Xét hai tam giác vuông

*AOM*

và *BOM* có:

*OM* là cạnh chung.

*OA*  *OB* (giả thiết)

Suy ra

*AOM*  *BOM*

(cạnh huyền - cạnh góc vuông). Do đó,

*AOM*  *BOM* .

Vậy *OM* là tia phân giác của tam giác cân *AOB* . Suy ra *OM* là đường cao hay *OM*  *AB*.

Xét trong tam giác *AOB* có ba đường cao *OM* , *AC*, *BD* do đó *OM* , *AC*, *BD* đồng quy.

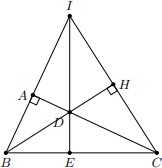
**Bài 12.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* có *BD* là đường phân giác. Trên cạnh *BC* lấy điểm *E*

sao cho

*BA*  *BE*. Vẽ *CH*  *DB*. Chứng minh rằng

*BA*, *DE*,*CH* đồng quy.

## Lời giải:



Gọi *I* là giao điểm của *CH* và

*AB*.

Ta có *D* là trực tâm của tam giác *IBC* suy ra *ID*  *BC*

(1)

Xét

*BAD*

và *BED*

có:

*AB*  *AE* (gt);

*ABD*  *EBD* ( *BD* là đường phân giác)

*BD* : cạnh chung

 *BAD*  *BED* (c.g.c)

 *BED*  *BAD*  90 (hai góc tương ứng)

 *DE*  *BC* (2)

Từ (1) và (2) suy ra

*I* , *D*, *E* thẳng hàng hay

*BA*, *DE*,*CH* đồng quy.