**UBND TỈNH HÀ NAM KỲ THI TUYẾN SINH LỚP 10 CHUYÊN**

 **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **NĂM HỌC 2023 – 2024**

 **Môn: Toán (Đề chung)**

 **ĐỀ CHÍNH THỨC** *Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề*

 *(Đề thi gồm 01 trang)*

**Câu I. (*2,0 điểm)***

1. Rút gọn biểu thức $A=2\sqrt{3}-3\sqrt{27}+7\sqrt{7+4\sqrt{3}.}$
2. Cho biểu thức $P=$ $\frac{1}{2\sqrt{x}-4}-\frac{1}{2\sqrt{x}+4}+\frac{\sqrt{x}}{x-4}$ (với $x\geq 0, x\ne 4$)
3. Rút gọn biểu thức *P.*
4. Tìm tất cả các số nguyên *x* để *P* đạt giá trị nguyên.

**Câu II. *(1,5 điểm)***

1. Giải phương trình $x^{2}+2x-15=0$.
2. Giải hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}x\left(4-2y\right)=7+y-2xy\\2x-14=2\left(y-3\right) \end{array}\right.$

**Câu III. *(1,5 điểm)*** Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho parabol (*P*) có phương trình $y-x^{2}$, đường thẳng (*d)* có phương trình $y=2x+m^{2}-4m+9$ (với *m* là tham số) và đường thẳng ($Δ$) có phương trình $y=(a-3)x+4$ (với *a* là tham số).

1. Tìm *a* để đường thẳng (*d*) và đường thẳng ($Δ$) vuông góc với nhau.
2. Chứng minh đường thẳng (*d*) luôn cắt parabol (*P*) tại hai điểm phân biệt *A, B* với mọi *m*. Gọi $A\left(x\_{1};y\_{1}\right), B(x\_{2};y\_{2})$ (với $x\_{1}<x\_{2}),$ tìm tất cả các giá trị của tham số *m* sao cho $\left|x\_{1}-2023\right|-\left|x\_{2}+2023\right|=y\_{1}+y\_{2}-48.$

**Câu IV. (*4,0 điểm*)** Cho đường tròn (*O*). Từ điểm *M* bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến *MA, MB* với đường tròn (*O*) (*A, B* là các tiếp điểm). Lấy điểm *C* trên cung nhỏ *AB* (*C* không nằm chính giữa cung *AB, C* khác *A* và *B*). Gọi *A, E, F* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *C* trên các đường thẳng *AB, AM, BM.*

1. Chứng minh tứ giác *AECD* nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh rằng $\hat{CDE}=\hat{CFD}.$
3. Gọi I là giao điểm của *AC* và *ED, K* là giao điểm của *CB* và *DF*. Chứng minh $CD⊥IK$.
4. Đường tròn ngoại tiếp hai tam giác *CIE* và *CKF* cắt nhau tại điểm thứ hai *N* (*N* khác *C*). Chứng minh đường thẳng *NC* đi qua trung điểm của đoạn thẳng *AB*.

**Câu V. *(1,0 điểm)*** Cho $a,b, c$ là các số không âm thỏa mãn $a+b+c=1011.$ Chứng minh:

$\sqrt{2022a+\frac{\left(b-c\right)^{2}}{2}}+\sqrt{2022b+\frac{\left(c-a\right)^{2}}{2}}+\sqrt{2022c+\frac{\left(a-b\right)^{2}}{2}}\leq 2022\sqrt{2}$.

- - - **HẾT**- - -

*Thí sinh được sử dụng máy tính bỏ túi không có chức năng soạn thảo văn bản*

*và không có thẻ nhớ.*

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2023 – 2024**

**MÔN TOÁN CHUYÊN BIÊN HÒA (Đề chung) – HÀ NAM**

**THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM**

**Câu I. (2,0 điểm)**

**Cách giải:**

**1. *Rút gọn biểu thức*** $A=2\sqrt{3}-3\sqrt{27}+7\sqrt{7+4\sqrt{3}.}$

Ta có:

$A=2\sqrt{3}-3\sqrt{27}+7\sqrt{27}-7\sqrt{7+4\sqrt{3}}$*.*

$$A=2\sqrt{3}-3\sqrt{3^{3}.3}+7\sqrt{2^{2}+2.2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^{2}}$$

$$A=2\sqrt{3}-3.3\sqrt{3}+7\sqrt{2^{2}+2.2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^{2}}$$

$$A=2\sqrt{3}-9\sqrt{3}+7\left|2.\sqrt{}3\right|$$

$A=-7\sqrt{3}+7.\left(2+\sqrt{3}\right) $*(Do 2+*$\sqrt{3}>0)$

$$A=-7\sqrt{3}+14+7\sqrt{3}$$

$$A=14$$

Vậy A = 14.

***2. Cho biểu thức*** $P=$$\frac{1}{2\sqrt{x}-4}-\frac{1}{2\sqrt{x}+4}+\frac{\sqrt{x}}{x-4}$ ***(với*** $x\geq 0, x\ne 4$***)***

***a) Rút gọn biểu thức P.***

Với $x\geq 0, x\ne 4$ ta có:

$$P=\frac{1}{2\sqrt{x}-4}-\frac{1}{2\sqrt{x}+4}+\frac{\sqrt{x}}{x-4}$$

$$P=\frac{1}{2(\sqrt{x}-2)}-\frac{1}{2(\sqrt{x}+2)}+\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$P= \frac{\left(\sqrt{x}+2\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)+2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}+2-\sqrt{x}+2+2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$P=\frac{2\sqrt{x}+4}{2(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}=2)}$$

$$P=\frac{2(\sqrt{x}+2)}{2(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$P=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy với $x\geq 0,x\ne 4$ thì $P=$ $\frac{1}{\sqrt{x}-2}.$

***b) Tìm tất cả các số nguyên x để P đạt giá trị nguyên.***

Để $P=$ $\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ đạt giá trị nguyên thì $\sqrt{x}-2\in $ Ư(1) = $\left\{1;-1\right\}$.

TH1: $\sqrt{x}-2=1⇔\sqrt{x}=3⇔x=9 (tm)$.

TH2: $\sqrt{x}-2=-1⇔\sqrt{x}=1⇔x=1 \left(tm\right).$

Vậy để P đạt giá trị nguyên thì $x\in \left\{1;9\right\}$.

**Câu II. (1,5 điểm)**

***1. Giải phương trình*** $x^{2}+2x-15=0$*.*

***Cách 1:***

$$x^{2}+2x-15=0$$

$$⇔x^{2}+5x-3x-15=0$$

$$⇔x\left(x+5\right)-3\left(x+5\right)=0$$

$$⇔\left(x-3\right)\left(x+5\right)=0$$

$$⇔\left[\begin{array}{c}x-3=0\\x+5=0\end{array}⇔\left[\begin{array}{c}x=3\\x=-5\end{array}\right.\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{-5;3\right\}$.

***Cách 2:***

Ta có $∆^{'}=1^{2}-(-15)=16>0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{c}x\_{1}=\frac{-1+\sqrt{16}}{1}=3\\x\_{2}=\frac{-1-\sqrt{16}}{1}=-5\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{-5;3\right\}$.

***2. Giải hệ phương trình***$\left\{\begin{array}{c}x\left(4-2y\right)=7+y-2xy\\2x-14=2\left(y-3\right) \end{array}\right.$

Ta có:

$$\left\{\begin{array}{c}x\left(4-2y\right)=7+y-2xy\\2x-14=2\left(y-3\right) \end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}4x-2xy=7+y-2xy\\2x-14=2\left(y-3\right) \end{array}\right.\right.$$

$$⇔\left\{\begin{array}{c}4x-y=7\\x-y=4\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}3x=3\\y=x-4\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}x=1\\y=-3\end{array}\right.\right.\right.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x;y)=(1;-3)$.

**Câu III. (1,5 điểm)**

***Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình*** $y-x^{2}$***, đường thẳng (d) có phương trình*** $y=2x+m^{2}-4m+9$ ***(với m là tham số) và đường thẳng (***$Δ$***) có phương trình*** $y=(a-3)x+4$ ***(với a là tham số).***

**Cách giải:**

***1. Tìm a để đường thẳng (d) và đường thẳng (***$Δ$***) vuông góc với nhau.***

Để đường thẳng (d) và đường thẳng ($Δ$) vuông góc với nhau thì

$$2.\left(a-3\right)=-1⇔a-3=\frac{-1}{2}⇔a=\frac{5}{2}.$$

Vậy để $\left(d\right)⊥\left(∆\right)⇒a=\frac{5}{2}$.

***2. Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m. Gọi*** $A\left(x\_{1};y\_{1}\right), B(x\_{2};y\_{2})$ ***(với*** $x\_{1}<x\_{2}),$ ***tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho*** $\left|x\_{1}-2023\right|-\left|x\_{2}+2023\right|=y\_{1}+y\_{2}-48.$

Tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^{2}=2x+m^{2}-4m+9$$

$⇔x^{2}-2x-m^{2}+4m-9=0$ (\*)

Ta có:

$$∆^{'}=\left(-1\right)^{2}-1.\left(-m^{2}+4m-9\right)$$

$$=m^{2}-4m+10$$

$$=m^{2}-4m+4+6$$

$$=\left(m-4\right)^{2}+6>0, ∀x\in R$$

Suy ra phương trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$ hay đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B với mọi m.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}x\_{2}=-m^{2}+4m-9\\x\_{1}+x\_{2}=2\end{array}\right.$

Ta có: $x\_{1}x\_{2}=-m^{2}+4m-9=-\left(m-2\right)^{2}-5<0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $⇒x\_{1}<0<x\_{2}$.

Khi đó ta có:

$$\left|x\_{1}-2023\right|-\left|x\_{2}+2023\right|=y\_{1}+y\_{2}-48$$

$$⇔-x\_{1}+2023-x\_{2}-2023=y\_{1}+y\_{2}-48 (do x\_{1}-2023<0, x\_{2}+2023>0)$$

$$⇔-x\_{1}-x\_{2}=x\_{1}^{ 2}+x\_{2}^{ 2}-48$$

$$⇔\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-2x\_{1}x\_{2}+(x\_{1}+x\_{2})-48=0$$

$$⇔4+2m^{2}-8m+18+2-48=0$$

$$⇔2m^{2}-8m-24=0$$

$$⇔m^{2}-4m-12=0$$

$$⇔m^{2}+2m-6m-12=0$$

$$⇔m\left(m+2\right)-6\left(m+2\right)=0$$

$$⇔\left(m+2\right)\left(m-6\right)=0$$

$$⇔\left[\begin{array}{c}m=6 \\m=-2\end{array}\right.$$

Vậy $m\in \left\{6;-2\right\}$

**Câu IV. (4,0 điểm)**

***Cho đường tròn (O). Từ điểm M bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Lấy điểm C trên cung nhỏ AB (C không nằm chính giữa cung AB, C khác A và B). Gọi A, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên các đường thẳng AB, AM, BM.***

**Cách giải:**

******

***1) Chứng minh tứ giác AECD nội tiếp đường tròn.***

Do $CE⊥MA, CD⊥AB$ (giả thiết)

$$⇒∠CEA=∠CDA=90^{0}$$

Xét tứ giác AECD có $∠CEA+∠CDA=90^{0}+90^{0}=180^{0}$.

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác AECD là tứ giác nội tiếp (dhnb) (đpcm)

***2) Chứng minh rằng*** $∠CDE=∠CFD.$

Do AECD là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $∠CDE=∠CAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE (1)

Ta có $CD⊥AB⇒∠CDB=90^{0}, CF⊥MB⇒∠CFB=90^{0}$ (gt)

Xét tứ giác CDBF có $∠CFB+∠CDB=90^{0}+90^{0}=180^{0}$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên CDBF là tứ giác nội tiếp (dhnb)

$⇒∠CFD=∠CBD$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung CD) (2)

Mà $∠CBD=∠CAE$ (góc nội tiếp và góc tạo bới tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC của (O)) (3)

Từ (1), (2), (3) $⇒∠CDE=∠CFD$ (đpcm)

***3) Gọi I là giao điểm của AC và ED, K là giao điểm của CB và DF. Chứng minh*** $CD⊥IK$***.***

Do CDBF nội tiếp (cmt) nên $∠CDF=∠CBF=\frac{1}{2}sdBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CF)

Mà $∠CDE=∠CAE=\frac{1}{2}sdAC$ (theo ý 2)

$⇒∠CDE+CDF=\frac{1}{2}sdACB$ hay $∠IDK=\frac{1}{2}sdACB$

$$⇒∠IDK+∠ICK=∠IDK+∠ACB=\frac{1}{2}sdACB+\frac{1}{2}sdAB=\frac{1}{2}.360^{0}=180^{0}$$

$⇒$ tứ giác CIDK là tứ giác nội tiếp (dhnb)

$⇒∠IKC=∠IDC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IC)

Mà $∠IDC=∠DBC\left(=∠CFD\right)$ (chứng minh trên)

$⇒∠IKC=∠DBC=∠ABC$. Mà hai góc này ở vị trí hai góc đồng vị bằng nhau

$⇒IK∥AB$ (dhnb)

Mà $CD⊥AB (gt)⇒IK⊥CD$ (từ vuông góc đến song song0 (đpcm)

***4) Đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CIE và CKF cắt nhau tại điểm thứ hai N (N khác C). Chứng minh đường thẳng NC đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB.***

Gọi P, H lần lượt là giao điểm của NC với IK và AB.

Ta có $∠INC=∠iec$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IC)

Mà $∠IEC=∠CED=∠CAD$ (AECD nội tiếp – hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

 $∠CAD=∠PIC$ (hai góc đồng vị do $IK∥AB$)

$$⇒∠PIC=∠INC$$

Xét $∆IPC$ và $∆NPI$ có

$∠IPN$ chung;

$∠PIC=∠INC$ (cmt)

$⇒∆IPC∽∆NPI$ (*g.g*) $⇒\frac{PI}{PN}=\frac{PC}{PI}$ (hai cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$⟺PI^{2}=PN.PC$$

Chứng minh tương tự $∆PKC∽∆PNK$ (*g.g*)$ ⇒\frac{PK}{PN}=\frac{PC}{PK}$ $⇔PK^{2}=PN.PC$

$$⇒PI^{2}=PK^{2}⇔PI=PK$$

Do $IK∥AB (cmt)$ $⇒\frac{IP}{AH}=\frac{PK}{HB}\left(=\frac{CP}{CH}\right)$ (định lí Talet)

Mà $PI=PK \left(cmt\right)⇒Ah=HB$ hay H là trung điểm của AB.

Vậy chứng toe NC đi qua trung điểm H của AB (đpcm).

**Câu V. (1,0 điểm)**

***Cho*** $a,b, c$ ***là các số không âm thỏa mãn*** $a+b+c=1011.$ ***Chứng minh:***

$\sqrt{2022a+\frac{\left(b-c\right)^{2}}{2}}+\sqrt{2022b+\frac{\left(c-a\right)^{2}}{2}}+\sqrt{2022c+\frac{\left(a-b\right)^{2}}{2}}\leq 2022\sqrt{2}$***.***

**Cách giải:**

Ta có:

$$2022a+\frac{\left(b-c\right)^{2}}{2}=2a.1011+\frac{b^{2}}{2}-bc+\frac{c^{2}}{2}$$

$$=2a\left(a+b+c\right)+\frac{b^{2}-2bc-c^{2}}{2}$$

$$=2a^{2}+2ab+2ac+\frac{b^{2}-2bc+c^{2}}{2}$$

$$=\frac{4a^{2}+b^{2}+c^{2}+4ab+4ac-2bc}{2}$$

$$=\frac{4a^{2}+b62+c^{2}+4ab+4ac+2ab}{2}-2bc$$

$$=\frac{\left(2a+b+c\right)^{2}}{2}-2bc\leq \frac{\left(2a+b+c\right)^{2}}{2} (do b, c\geq 0)$$

Suy ra $\sqrt{2022a+\frac{\left(b-c\right)^{2}}{2}}\leq \frac{2a+b+c}{\sqrt{2}}$

Chứng minh tương tự ta có

$$\sqrt{2022b+\frac{\left(c-a\right)^{2}}{2}}\leq \frac{2b+c+a}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2022c+\frac{\left(a-b\right)^{2}}{2}}\leq \frac{2c+a+b}{\sqrt{2}}$$

Khi đó ta có:

$$\sqrt{2022a+\frac{\left(b-c\right)^{2}}{2}}+\sqrt{2022b+\frac{\left(c-a\right)^{2}}{2}}+\sqrt{2022c+\frac{\left(a-b\right)^{2}}{2}} $$

$$\leq \frac{2b+c+a}{\sqrt{2}}+\frac{2a+b+c}{\sqrt{2}}+\frac{2c+a+b}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{4(a+b+c)}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\left(a+b+c\right)=2022\sqrt{2} (dpcm)$$

Dầu “=”xảy ra khi và chỉ khi : $\left\{\begin{array}{c}ab=bc=ca=0\\a+b+c=1011\end{array}\right.$

Suy ra 2 trong 3 số a, b, c bằng 0, số còn lại bằng 1011.

**-----HẾT-----**