

# **MỤC LỤC**

## **Phần 1: Mở đầu**

1.1 Đặt vấn đề, lý do chọn đề tài

1.2 Mục đích nghiên cứu

## **Phần 2: Nội dung**

Chương 1: Tóm tắt lý thuyết về Các định luật bảo toàn trong Cơ chất điểm

I. Hệ vật. Nội lực và ngoại lực

II. Động lượng. Định luật bảo toàn động lượng

III. Động năng. Thế năng. Định luật bảo toàn cơ năng

IV. Va chạm

Chương 2: Hệ thống bài tập về biến thiên và bảo toàn động lượng

Chương 3: Hệ thống bài tập về bảo toàn cơ năng

Chương 4: Hệ thống bài tập về biến thiên cơ năng

Chương 5: Hệ thống bài tập về va chạm

Chương 6: Hệ thống bài tập về chuyển động của hệ vật

## **Phần 3: Kết luận và kiến nghị**

## **Phần 4: Phụ lục và tài liệu tham khảo**

## PHẦN I. MỞ ĐẦU

### 1.1. Đặt vấn đề- lý do chọn đề tài

Cơ chất điểm là một bộ phận của Vật lí mà đối tượng được nghiên cứu là các vật có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách được đề cập tới, khi đó vật được coi là chất điểm, tức là một điểm có chứa vật chất. Trong nội dung nghiên cứu, cơ chất điểm đề cập tới các bài toán trong đó chất điểm đứng yên hoặc chuyển động. Khi giải các bài toán về cơ chất điểm, có hai phương pháp chủ yếu đó là phương pháp động lực học và phương pháp các định luật bảo toàn. Phương pháp lực học là vận dụng các định luật của Newton. Phương pháp các định luật bảo toàn là vận dụng các định luật bảo toàn động lượng, cơ năng hoặc định lí biến thiên động lượng, định luật bảo toàn năng lượng (trong trường hợp cơ năng không được bảo toàn). So với các định luật của Newton thì các định luật bảo toàn có tính tổng quát hơn, chúng được áp dụng với cả các vật chuyển động với tốc độ lớn. Trong một số trường hợp, phương pháp các định luật bảo toàn lại đơn giản hơn phương pháp động lực học vì chỉ cần xét các trạng thái liên quan tới bài toán mà không phải xét cả quá trình. Sự vận dụng linh hoạt các định luật của Newton và các định luật bảo toàn giúp người học giải quyết tốt các bài toán về cơ chất điểm.

Đề nâng cao hiệu quả bồi dưỡng học sinh giỏi thì việc xây dựng những hệ thống bài tập phù hợp là điều hết sức cần thiết. Do phần cơ chất điểm được đề cập nhiều tới trong chương trình vật lí phổ thông nên việc sưu tầm các tập về cơ chất điểm là khá dễ dàng. Nhưng để có được hệ thống bài tập tốt thì giáo viên cũng phải bỏ ra rất nhiều thời gian và công sức. Với mong muốn được chia sẻ và học hỏi với các đồng nghiệp, trong chuyên đề Duyên hải lần này, tôi xin được trình bày về “Xây dựng hệ thống các bài tập về định luật bảo toàn trong Cơ chất điểm”

### 1.2. Mục đích nghiên cứu

- Hệ thống kiến thức phần Các định luật bảo toàn trong Cơ chất điểm.
- Xây dựng các hệ thống bài tập theo từng vấn đề bao gồm:
  - +) Hệ thống bài tập về định lý biến thiên và định luật bảo toàn động lượng.
  - +) Hệ thống bài tập về định luật bảo toàn cơ năng.
  - +) Hệ thống bài tập về biến thiên cơ năng
  - +) Hệ thống bài tập về va chạm
  - +) Hệ thống bài tập về chuyển động của hệ vật
- Trong mỗi hệ thống bài tập, các bài tập được sắp xếp theo mức độ khó tăng dần. Các bài tập dễ giúp học sinh củng cố kiến thức. Các bài tập khó giúp học sinh hiểu sâu kiến thức, tăng kĩ năng giải bài tập và phát triển khả năng tư duy của mình.

## PHẦN II. NỘI DUNG CHUYÊN ĐỀ

### CHƯƠNG 1: TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### I. Hệ vật. Nội lực và ngoại lực

Hệ vật là một tập hợp hai hay nhiều vật mà giữa chúng có tương tác. Lực tương tác giữa các vật trong hệ gọi là *nội lực*. Lực do vật ở ngoài hệ tác dụng lên vật trong hệ gọi là *ngoại lực*.

Hệ được gọi là *cô lập* khi không có ngoại lực tác dụng vào hệ hoặc khi các ngoại lực này cân bằng nhau.

Hệ được gọi là *kín* khi không có vật chất đi vào hoặc đi ra khỏi hệ.

#### II. Động lượng. Định luật bảo toàn động lượng

##### II.1. Động lượng

Động lượng của một vật chuyển động là đại lượng được đo bằng tích của khối lượng và vận tốc của vật:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Động lượng của hệ vật là tổng vector các động lượng của từng vật trong hệ:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots$$

##### II.2. Định lý biến thiên động lượng

Độ biến thiên động lượng của một vật (hệ vật) trong khoảng thời gian  $\Delta t$  bằng xung lượng của tổng các lực tác dụng lên vật (hệ vật) trong khoảng thời gian đó:

$$\Delta \vec{p} = \sum \vec{F} \Delta t$$

##### II.3. Định luật bảo toàn động lượng

Véc tơ động lượng của một hệ vật cô lập và kín được bảo toàn:

$$\vec{p} = \vec{p}'$$

#### III. Động năng. Thế năng. Định luật bảo toàn cơ năng

##### III.1. Động năng. Định lý biến thiên động năng

###### a) Động năng

Động năng của một vật là năng lượng do vật chuyển động mà có. Động năng có giá trị bằng một nửa tích của khối lượng và bình phương của vận tốc:  $W_d = \frac{1}{2} m v^2$

###### b) Định lý biến thiên động năng

Độ biến thiên động năng của một vật bằng công toàn phần của các lực tác dụng lên vật:

$$W_{d2} - W_{d1} = A_{12} = \sum \vec{F} \cdot \vec{s}$$

### III.2. Thế năng

#### a) Lực thế

Một lực được gọi là lực thế nếu công mà nó thực hiện trên một vật không phụ thuộc vào hình dạng đường đi của vật mà chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối của đường đi.

Trong các lực cơ học thì lực hấp dẫn (trường hợp riêng là trọng lực) và lực đàn hồi là lực thế, còn lực ma sát là lực không thế.

#### b) Thế năng

Thế năng là một dạng năng lượng gắn với lực thế. Khi một hệ vật tương tác với nhau bằng lực thế thì hệ vật dự trữ một thế năng.

#### c) Thế năng trọng trường

Trái Đất và một vật tương tác với nhau bằng trọng lực, nên hệ “Trái Đất – vật” dự trữ thế năng trọng trường, thường gọi đơn giản là thế năng của vật, được xác định bằng công thức:

$$W_t = m g z$$

Với  $m$  là khối lượng của vật;  $z$  là độ cao của vật so với mốc thế năng.

#### d) Thế năng đàn hồi

Khi một lò xo bị biến dạng, các phần tử của lò xo tương tác với nhau bằng lực đàn hồi, vì thế lò xo dự trữ một thế năng đàn hồi. Khi một lò xo tương tác với một vật khác gắn với đầu tự do của nó thì thế năng đàn hồi của lò xo cũng là thế năng đàn hồi của hệ “lò xo – vật”.

Công thức xác định thế năng đàn hồi:  $w_t = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2$

Với  $k$  là độ cứng (hệ số đàn hồi);  $\Delta l$  là độ biến dạng (độ dãn hoặc độ nén) của lò xo.

### III.3. Cơ năng. Định luật bảo toàn cơ năng

#### a) Cơ năng

Cơ năng là tổng động năng và thế năng:  $w = w_d + w_t$

#### b) Định luật bảo toàn cơ năng

Nếu chỉ có lực thế tác dụng giữa các vật trong một hệ cô lập và kín thì cơ năng của hệ được bảo toàn:

$$w_1 = w_2$$

#### c) Biến thiên cơ năng

Khi ngoài lực thế, các vật trong hệ còn chịu tác dụng của lực không phải lực thế, cơ năng của hệ không bảo toàn và độ biến thiên cơ năng bằng công của lực không phải lực thế:

$$w_2 - w_1 = A_{12} \text{ (lực không thế)}$$

## ***IV. Va chạm***

### ***IV.1. Định nghĩa va chạm***

Va chạm cơ học là một hiện tượng trong đó hai vật gặp nhau trong chuyển động tương đối và tương tác qua tiếp xúc trực tiếp.

### ***IV.2. Đặc điểm chung của va chạm***

+) Va chạm giữa hai vật xảy ra trong khoảng thời gian rất ngắn nên coi vị trí các vật trong khoảng thời gian này là không đổi.

+) Lực va chạm rất lớn nên làm thay đổi đột ngột động lượng của các vật.

+) Coi hệ hai vật va chạm là hệ kín và cô lập nên động lượng của hệ được bảo toàn.

### ***IV.3. Các kiểu va chạm***

a) Va chạm trực diện và va chạm xiên

Va chạm được gọi là *trực diện* nếu trước và sau khi va chạm hai vật luôn chuyển động trên một đường thẳng trùng với pháp tuyến của hai mặt tiếp xúc khi va chạm. Với hai vật là hai quả cầu thì va chạm trực diện còn gọi là *va chạm xuyên tâm*.

Nếu va chạm không phải là trực diện thì gọi là *va chạm xiên*.

b) Va chạm đàn hồi và va chạm không đàn hồi

Va chạm đàn hồi là va chạm trong đó động năng của hệ được bảo toàn.

Va chạm không đàn hồi là va chạm trong đó động năng của hệ không được bảo toàn. Phần động năng mất đi chủ yếu chuyển thành nhiệt năng. Trường hợp đặc biệt là va chạm hoàn toàn không đàn hồi là *va chạm mềm* nếu sau va chạm hai vật dính vào nhau và chuyển động với cùng vận tốc.

## CHƯƠNG 2

### HỆ THỐNG BÀI TẬP VỀ BIẾN THIÊN VÀ BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

#### 2.1. Các bài tập có lời giải

##### Bài 1. (Định nghĩa động lượng, độ biến thiên động lượng)

Một vật có khối lượng 800g, chuyển động trên trục Ox theo phương trình  $x = t^2 - 5t + 2$  (m), (t có đơn vị là giây). Xác định độ biến thiên động lượng của vật kể từ thời điểm  $t_0=0$  đến thời điểm  $t_1=2s$ ,  $t_2=4s$ .

##### Đáp án

Áp dụng phương trình chuyển động tổng quát:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \text{ ta có } a=2\text{m/s}^2, v_0=-5\text{m/s}, x_0=2\text{m}.$$

phương trình vận tốc của vật là  $v = v_0 + at = -5 + 2t$

Sau 2s, vận tốc của vật là  $v=-5+4=-1\text{m/s}$

Như vậy sau 2s thì vật vẫn chuyển động ngược chiều dương, nên độ biến thiên động lượng của vật là  $\Delta \vec{P} = \vec{P}_1 - \vec{P}_0 \rightarrow \Delta P = P_1 - P_0 = 0,8 \cdot (-1) - 0,8 \cdot (-5) = 3,2 \left( \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right)$

Sau 4s, vận tốc của vật là  $v=-5+8=3\text{m/s}$ .

Như vậy sau 4s thì vật đổi chiều chuyển động và chuyển động cùng chiều dương, nên độ biến thiên động lượng của vật là  $\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_0 \rightarrow \Delta P = P_2 - P_0 = 0,8 \cdot 3 - 0,8 \cdot (-5) = 6,4 \left( \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right)$ .

##### Bài 2. (Định lý biến thiên động lượng)

Một tên lửa có khối lượng 16 tấn được phóng thẳng đứng nhờ lượng khí phụt ra phía sau với vận tốc 800m/s trong một thời gian tương đối dài. Tính khối lượng khí im ả tên lửa cần phụt ra phía sau mỗi giây trong những giây đầu tiên để cho tên lửa đó bay lên rất chậm. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua sức cản của không khí

##### Đáp án

Bởi vì khí phụt rầm tên lửa trong một thời gian tương đối dài nên ta không thể coi tên lửa như một hệ kín và không thể áp dụng định luật bảo toàn động lượng mà phải áp dụng định luật II Niu-ton viết dưới dạng khác:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad (1)$$

Tên lửa bay lên rất chậm có nghĩa là gia tốc của tên lửa rất nhỏ ( $a \approx 0$ ) và có thể coi lực đẩy tên lửa xấp xỉ bằng trọng lực P của tên lửa, nghĩa là:

$$F = P = Mg \quad (2)$$

(M là khối lượng của tên lửa)

Biến thiên động lượng của khí là

$$\Delta p = mv - 0 = mv \quad (3)$$

với  $v = 800\text{m/s}$ ,  $m$  là khối lượng của khí

Thay (2) và (3) vào (1) ta tìm được khối lượng khí cần phun ra mỗi giây:

$$Mg \cdot \Delta t = mv \Rightarrow m = \frac{Mg}{v} = 200 \text{ kg}$$

### Bài 3. (Định luật bảo toàn động lượng)

Trên một tấm ván đủ dài, khối lượng  $M = 450\text{g}$ , đặt một vật nhỏ khối lượng  $m = 30\text{g}$ . Ban đầu  $M$  đang đứng yên trên một mặt ngang nhẵn, truyền cho vật  $m$  một tốc độ ban đầu  $v_0 = 3\text{m/s}$  theo phương ngang (hình bên). Xác định tốc độ của vật  $M$  khi  $m$  dừng lại trên  $M$ ?



### Đáp án

Ngoại lực tác dụng lên hệ 2 vật chỉ có phương thẳng đứng  $\Rightarrow$  Động lượng hệ bảo toàn theo phương ngang.

Khi  $m$  dừng lại trên  $M$  thì 2 vật chuyển động với cùng tốc độ  $v_M$ .

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng:

$$mv_0 = (m + M)v_M \Rightarrow v_M = \frac{mv_0}{m + M} = 0,1875\text{m/s}$$

### Bài 4. (Định luật bảo toàn động lượng, chuyển động của vật bị ném)

Viên đạn khối lượng  $m = 0,8\text{kg}$  đang bay ngang với vận tốc  $v_0 = 12,5\text{m/s}$  ở độ cao  $H = 20\text{m}$  thì vỡ thành hai mảnh. Mảnh I có khối lượng  $m_1 = 0,5\text{kg}$ , ngay sau khi nổ bay thẳng đứng xuống và khi bắt đầu chạm đất có vận tốc  $v_1' = 40\text{m/s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- Tìm độ lớn và hướng vận tốc của mảnh đạn II ngay sau khi vỡ. Bỏ qua sức cản của không khí
- Mảnh II chạm đất sau mảnh I khoảng thời gian bao nhiêu ?
- Vị trí chạm đất của hai mảnh cách nhau bao xa?

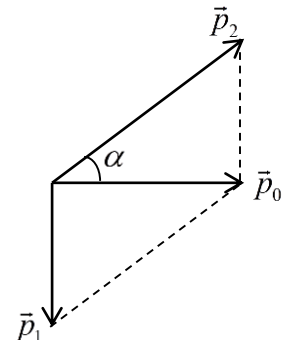
### Đáp án

a) Động lượng của hệ bảo toàn:

$$m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad (1)$$

Trong đó,  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$  là vận tốc các mảnh đạn ngay sau khi vỡ,

$\vec{v}_1$  có chiều thẳng đứng hướng xuống.



Ta có  $v_1'^2 - v_1^2 = 2gH \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_1'^2 - 2gH} = 20\sqrt{3}\text{m/s}$

$$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{p}_1 \perp \vec{p}_0 \text{ nên: } p_2^2 = p_1^2 + p_0^2 \Rightarrow m_2 v_2 = \sqrt{(m_0 v_0)^2 + (m_1 v_1)^2} = 20 \text{ kg.m/s} .$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{200}{3} \approx 66,7 \text{ m/s} .$$

$$\vec{v}_2 \text{ hợp với } \vec{v}_0 \text{ góc } \alpha , \tan \alpha = \frac{p_1}{p_0} = \frac{m_1 v_1}{m v_0} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

b) Kể từ lúc đạn nổ, thời gian mảnh I chạm đất là nghiệm của phương trình:

$$H = v_1 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 \Leftrightarrow 20 = 20\sqrt{3}t_1 + 5t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = 0,53 \text{ s } (>0 \text{ thỏa mãn})$$

Thời gian mảnh II chạm đất là nghiệm của phương trình:

$$-H = y_2 = (v_2 \sin \alpha) . t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \Leftrightarrow -20 = \frac{200}{3} . \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 - 5t_2^2 \Leftrightarrow t_2 = 11,88 \text{ s} \text{ Vậy mảnh II chạm đất}$$

sau mảnh I thời gian là

$$\Delta t_{21} = t_2 - t_1 = 11,88 - 0,53 = 11,35 \text{ s}$$

c) Hai mảnh sau khi chạm đất cách nhau:  $L = L_2 = (v_2 \cos \alpha) . t_2 = 396,12 \text{ m}$

### **Bài 5. (Định luật bảo toàn động lượng theo một phương, chuyển động của vật bị nén)**

Con ếch khối lượng  $m_1 = 300 \text{ g}$  ngồi trên đầu một tấm ván khối lượng  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , chiều dài  $l = 1,375 \text{ m}$ ; tấm ván nổi trên mặt hồ. Ếch nhảy lên theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha = 15^\circ$  dọc theo tấm ván. Tìm vận tốc ban đầu  $v_0$  của con ếch để nó nhảy trúng đầu kia của tấm ván. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

#### **Đáp án**

Bỏ qua mọi ma sát, theo phương ngang động lượng của hệ ếch và ván được bảo toàn.

$m_1 v_0 \cos \alpha + m_2 v_2 = 0$ . ( với  $v_2$  là vận tốc của tấm ván.), suy ra độ lớn vận tốc của ván:

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_0 \cos \alpha .$$

Gọi quãng đường ếch nhảy tới là  $s_1$ ; quãng đường tấm ván chuyển động lui là  $s_2$ .

Thời gian ếch nhảy quãng đường  $s_1$ , cũng là thời gian tấm ván di chuyển quãng đường  $s_2$ .

$$\text{Thời gian đó là: } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\text{Để ếch nhảy trúng ván thì ta có } s_1 + s_2 = l$$

$$\text{Với } s_1 = v_0 \cos \alpha . t \text{ và } s_2 = v_2 . t$$

$$\Rightarrow v_0 \cos \alpha . \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{m_1}{m_2} v_0 \cos \alpha . \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = l \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{l \cdot g}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \sin 2\alpha}} = 5 \text{ m/s}$$



## 2.2. Các bài tập tự giải

**Bài 1:** Một dây xích sắt khối lượng  $M$ , độ dài  $L$  được treo thẳng đứng mà đầu dưới (đầu thấp nhất) của nó vừa chạm đất. Bây giờ thả nhẹ để nó rơi trên mặt đất. Hỏi khi dây xích rơi xuống một đoạn  $x$  thì áp lực của dây xích tác dụng lên mặt đất là bao nhiêu?

**Đáp số:**  $N = 3 \frac{Mgx}{L}$

**Bài 2:** Từ một tàu chiến có khối lượng  $M=600$  tấn đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc  $V=2\text{m/s}$  người ta bắn một phát đại bác về phía sau nghiêng góc  $30^\circ$  so với phương ngang. Quả đại bác có khối lượng  $m=60\text{kg}$  và bay với vận tốc  $v=300\text{m/s}$  đối với tàu. Tính vận tốc của tàu sau khi bắn. Bỏ qua lực cản và ma sát.

**Đáp số:**  $V'=2,026\text{m/s}$

**Bài 3:** Một chiếc xe nhỏ có khối lượng  $M$  và chiều dài  $l$  đứng trên một mặt phẳng nằm ngang trơn nhẵn. Trên xe có hai người khối lượng là  $m_1$  và  $m_2$  ngồi ở hai đầu. Hỏi chiếc xe sẽ dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu, nếu như hai người này đổi chỗ cho nhau?

**Đáp số:**  $s = l \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}$

### Bài 4:

Một chiếc thuyền có chiều dài  $\ell$ , khối lượng  $m_1$ , đứng yên trên mặt nước. Một người có khối lượng  $m_2$  đứng ở đầu thuyền nhảy lên với vận tốc  $v_2$  xiên góc  $\alpha$  so với mặt nước và rơi vào chính giữa thuyền.

a) Thiết lập biểu thức tính  $v_2$ .

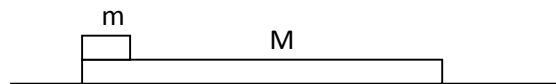
b) Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Tính  $v_2$ ; khi  $\ell = 4 \text{ (m)}$ ,  $m_1 = 160 \text{ (kg)}$ ,  $m_2 = 40 \text{ (kg)}$ ,  $\alpha = 15^\circ$ .

**Đáp số:** a)  $v_2 = \sqrt{\frac{m_1 g \ell}{2 \cdot \sin 2\alpha (m_1 + m_2)}}$ ; b)  $v_2 = 4\sqrt{2} \text{ (m/s)}$

**Bài 5:** Một người khối lượng  $m$  đứng ở đầu xe trượt có khối lượng  $M$  chiều dài  $L$ . Người đó phải nhảy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo hướng nào để đến đầu kia của xe trượt nếu

a) Xe trượt được giữ chặt

b) Xe trượt được thả tự do trên mặt băng



**Đáp số:** a)  $v_{\min} = \sqrt{gl}$  và nhảy hợp với phương ngang một góc  $\alpha = 45^\circ$

b)  $v_{\min} = \sqrt{\frac{gL}{2}} \sqrt{\frac{M^2}{(M+m)^2} + 1}$  và góc nhảy thỏa mãn  $\tan \alpha = \frac{m+M}{M}$

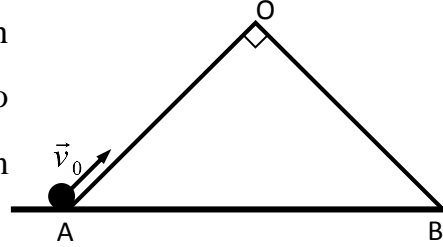
### CHƯƠNG 3

#### HỆ THỐNG BÀI TẬP VỀ BẢO TOÀN CƠ NĂNG

##### 3.1. Các bài tập có lời giải

###### Bài 1. (Chuyển động của vật bị ném)

Một quả cầu nhỏ nằm ở chân nêm AOB vuông cân, cố định, cạnh  $OA = a = 2\sqrt{2}$  (m) (hình vẽ). Cần truyền cho quả cầu vận tốc  $\vec{v}_0$  bằng bao nhiêu hướng dọc mặt nêm để quả cầu rơi đúng điểm B trên nêm. Bỏ qua mọi ma sát.



###### Đáp án

Khi vật lên đến đỉnh O có vận tốc là  $v$ .

Chọn trục Ox theo phương ngang, theo Ox:  $x = v \cdot \cos 45^\circ \cdot t$

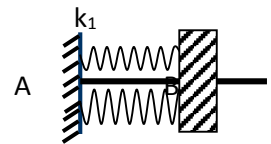
Chọn trục Oy theo phương ngang, theo Oy:  $y = 2\sqrt{2} + v \cdot \sin 45^\circ \cdot t - 5 \cdot t^2$

$$\text{Khi vật đến B: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2\sqrt{2}}{v} \\ 2 + 2 - 5 \cdot \frac{8}{v^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow v^2 = 10$$

$$\text{Áp dụng bảo toàn cơ năng: } \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + m g \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_0 = 5\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

###### Bài 2. (Chuyển động của con lắc lò xo)

Cho cơ hệ như hình vẽ: vật khối lượng  $m=250\text{g}$  gắn với 2 lò xo có độ cứng  $k_1=150\text{N/m}$  và  $k_2=250\text{N/m}$ . Vật  $m$  có thể chuyển động không ma sát dọc theo một thanh cứng AB nằm ngang xuyên qua vật. Ban đầu vật  $m$  được giữ ở vị trí im à lò xo



$k_1$  bị giãn một đoạn  $l_1=1\text{cm}$ , còn lò xo  $k_2$  bị nén vào một đoạn  $l_2=3\text{cm}$ . Người ta buông vật để nó dao động.

1. Vật  $m$  sẽ chuyển động theo chiều nào? Tìm quãng đường vật đi được từ vị trí ban đầu đến vị trí cân bằng.

2. Tìm vận tốc và động năng cực đại của vật  $m$ .

###### Đáp án

1. Ta có  $F_1=k_1l_1=1,5\text{N}$ ;  $F_2=k_2l_2=7,5\text{N}$

Do  $F_1 < F_2$  nên sau khi buông vật sẽ chuyển động về B

Khi về đến vị trí cân bằng, lò xo  $k_1$  giãn thêm một đoạn  $x$ , lò xo  $k_2$  bớt nén một đoạn  $x$ . Ta có:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \text{ suy ra } -k_1(l_1+x) + k_2(l_2-x) = 0$$

Từ đó:  $x = \frac{k_2 l_2 - k_1 l_1}{k_1 + k_2} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,5 \text{ (cm)}$

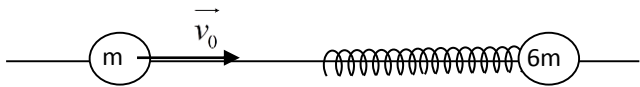
2. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng. Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 \Rightarrow v_m = x \sqrt{\frac{k}{m}} = x \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 0,6 \text{ m/s} = 60 \text{ cm/s}$$

Động năng cực đại của vật:  $W_{dMax} = \frac{1}{2} m v_m^2 = 0,045 \text{ (J)}$

**Bài 3. ( Chuyển động của hệ hai vật li ên kết với nhau bằng lò xo)**

Một sợi dây thép mảnh, trơn nhẵn, đặt nằm ngang xuyên qua tâm 2 quả cầu đồng chất có khối lượng lần lượt là  $m$  và  $6m$ . Giữa 2 quả cầu có một lò xo độ cứng  $k$ .



Quả cầu khối lượng  $m$  lao đến quả cầu khối lượng  $6m$  với vận tốc  $v_0$ . Tính độ biến dạng cực đại của lò xo trong các trường hợp:

- a) Quả cầu khối lượng  $6m$  được cố định.
- b) Quả cầu khối lượng  $6m$  được thả tự do.

**Đáp án**

a) Tại thời điểm lò xo biến dạng cực đại thì vận tốc của vật  $m = 0$ . Toàn bộ động năng trước va chạm chuyển hết thành thế năng đàn hồi của lò xo

$$m v_0^2 / 2 = k \Delta l_{max}^2 / 2 \Rightarrow \Delta l_{max} = v_0 \sqrt{m / k}$$

b) vật  $6m$  được thả tự do thì tại thời điểm lò xo biến dạng cực đại thì vật có vận tốc  $= 0$  trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm

Vận tốc của khối tâm là  $V = m v_0 / (m + 6m) = V_0 / 7$

Lúc đầu cơ năng của hệ có dưới dạng động năng của quả cầu khối lượng  $m$ . Khi  $\Delta l_{max}$  thì cơ năng dưới dạng động năng của khối tâm (vì 2 vật lúc đó chuyển động với vận tốc của khối tâm) và thế năng đàn hồi của lò xo:  $m v_0^2 / 2 = 7 m V^2 / 2 + k \Delta l_{max}^2 / 2$

Kết quả:  $\Delta l_{max} = \Delta l_{max} = v_0 \sqrt{\frac{6m}{7k}}$

#### Bài 4. ( Chuyển động của con lắc đơn)

Quả cầu nhỏ ( được xem là chất điểm) có khối lượng  $m = 500$  gam được treo vào điểm cố định O bằng dây treo mảnh, nhẹ, có chiều dài  $L = 1,0$  m. Kéo quả cầu tới vị trí dây treo tạo với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  rồi buông nhẹ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát

1. Cho  $\alpha = 90^\circ$ . Hãy xác định lực căng dây, vận tốc và gia tốc của quả cầu khi nó đi qua vị trí mà dây treo tạo với phương thẳng đứng góc  $\beta = 30^\circ$ .

2. Khi quả cầu qua vị trí cân bằng, dây treo vướng đinh ở điểm I cách O một khoảng  $b = 0,7\text{m}$ . Xác định góc  $\alpha$  để quả cầu thực hiện được chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh I

#### Đáp án

1. Áp dụng bảo toàn cơ năng với góc thế năng ở vị trí cân bằng:

$$mgL - mgL(1 - \cos \beta) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gL \cos \beta} = \sqrt{10\sqrt{3}} = 4,16\text{m/s}$$

Áp dụng định luật II Niu-ton:

$$T - mg \cos \beta = \frac{mv^2}{l} \Rightarrow T = mg \cos \beta + \frac{m}{l} 2gl \cos \beta = 3mg \cos \beta = 13\text{N}$$

Gia tốc tiếp tuyến :  $a_t = g \sin \beta = 5\text{m/s}^2$

Gia tốc pháp tuyến:  $a_n = \frac{v^2}{l} = 2g \cos \beta = 10\sqrt{3}\text{m/s}^2$

Gia tốc toàn phần:  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 18\text{m/s}^2$

Hướng của  $\vec{a} : \vec{a}$  tạo với bán kính nối vật với tâm O một góc  $\varphi$  với  $\tan \varphi = \frac{a_t}{a_n} = 0,29$

2. Gọi  $v_1$  là vận tốc quả cầu ở vị trí cao nhất của quỹ đạo tròn tâm I, bán kính R, ta có

$$mgl(1 - \cos \alpha) - mg2R = \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_1^2 = 2gl(1 - \cos \alpha) - 4gR \quad (1)$$

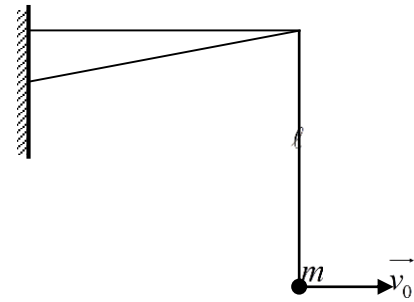
Điều kiện để quả cầu quay được quanh I trong mặt phẳng thẳng đứng là

$$T = \frac{mv_1^2}{R} - mg \geq 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :  $\cos \alpha \leq 1 - \frac{5R}{2l} = 0,25 \Rightarrow \alpha \geq 75,5^\circ$

**Bài 5. ( Chuyển động của con lắc đơn và của một vật bị nén )**

Một sợi dây mảnh được nối với một viên bi  $v$  và nối vào giá đỡ như hình vẽ. Hỏi phải truyền cho viên bi một vận tốc nằm ngang nhỏ để nó chạm vào đúng điểm treo trong quá trình chuyển động? cho chiều dài dây là  $l = 10\text{cm}$ . lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



**Đáp án**

Giả sử ban đầu vật nhận được  $v_0$  khi lên đến B

vật có vận tốc  $v$  khi đó dây chùng lại  $\vec{v}$  của vật  $\perp$  phương AB và hợp với phương ngang góc  $\alpha$

Chọn hệ Axy Ta có  $\vec{g} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$  trong đó  $a_x = g \cos \alpha; a_y = -g \sin \alpha$

$$X = g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{t^2}{2}. \text{ Phương trình chuyển động của vật theo Ax: } X = g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$\text{và Ay là } Y = v \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot \cos \alpha t^2.$$

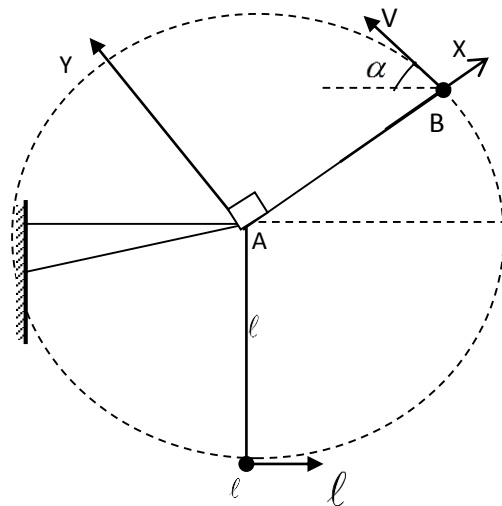
$$\text{Khi vật tới A thì } Y = 0 \text{ suy ra } t = \frac{2v}{g \cdot \sin \alpha}$$

$$\text{Khi đó } X=L \text{ suy ra } v^2 = \frac{L \cdot g \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot \cos \alpha} \quad (1)$$

Mặt khác tại B sức căng  $T = 0$  nên

$$mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{l} \rightarrow v^2 = gl \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}; \sin^2 \alpha = \frac{2}{3} \quad (3)$$



Ngoài ra định luật bảo toàn năng lượng cho ta:

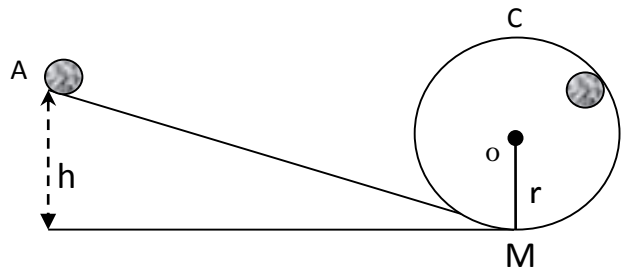
$$\frac{mv^2}{2} + mgl(1 + \cos \alpha) = \frac{mv_{0\min}^2}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{lg \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot \cos \alpha} + gl(1 + \cos \alpha) = \frac{v_{0\min}^2}{2} \quad (4). \text{ Thay (3) vào (4) có}$$

$$\Leftrightarrow \frac{lg}{2} \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} + 2gl \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = v_{0\min}^2$$

$$\Leftrightarrow lg \left( \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) = v_{0\min}^2 \text{ Rút gọn ta có } v_{0\min} = \sqrt{Lg(\sqrt{3} + 2)}$$

**Bài 6. ( Chuyển động của một vật theo m ặt phẳng nghiêng và m ặt tròn )**

Một vật trượt không ma sát và không có vận tốc ban đầu. Từ độ cao  $h$  theo một m ặt nghiêng nối với một m ặt tròn bán kính  $r$  (Hình vẽ). Tính độ cao  $h$  tối thiểu để vật đi đến điểm cao nhất của m ặt tròn mà không tách ra khỏi m ặt.



**Đáp án**

Tại vị trí C cao nhất vật m chịu tác dụng :  $\vec{N}$  ,  $\vec{P}$

Áp dụng định luật II Niu Tơn

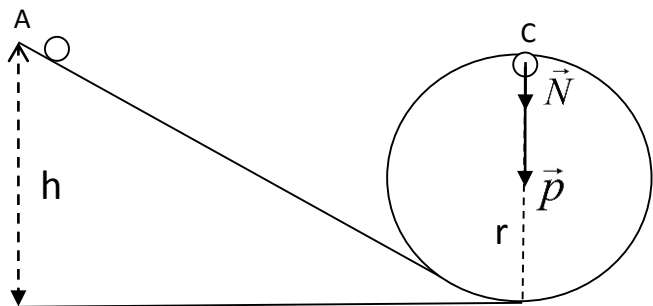
cho vật tại vị trí cao nhất :

$$\vec{N} + \vec{P} = m\vec{a} \quad (1)$$

Chiều (1) lên phương hướng tâm

$$N + P = ma_{ht} = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

Để vật đi qua điểm cao nhất C không tách ra khỏi m ặt với điều kiện :  $N \geq 0$



Nghĩa là vật đạt vận tốc tối thiểu tại C khi  $N = 0$  tức là :

$$(2) \Rightarrow P = m \frac{v_{\min}^2}{r} \Rightarrow v_{\min}^2 = gr \quad (3)$$

Chọn mốc thế năng tại chân m ặt nghiêng :

Lúc đó : Áp dụng luật bảo toàn cơ năng :

Cơ năng của vật tại A bằng cơ năng tối thiểu tại C :

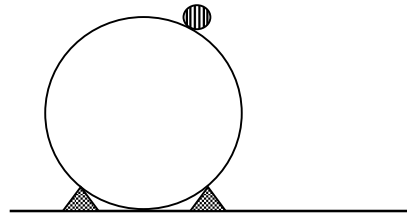
$$W_A = W_{\min C} \Leftrightarrow mgh_{\min} = mg2r + m \frac{v_{\min}^2}{2} \quad (4)$$

Từ (3) thay vào (4) ta được:  $gh_{\min} = g2r + \frac{gr}{2} \Rightarrow h_{\min} = \frac{5}{2} r$ .

Vậy vật cần đặt tại vị trí trên mặt phẳng nghiêng có độ cao tối thiểu  $h_{\min} = 2,5r$

**Bài 7. ( Chuyển động của vật tr ên mặt cầu)**

Một vật nhỏ trượt không vận tốc đầu  $v$  và không ma sát từ điểm cao nhất của một quả cầu có bán kính  $R$  bị giữ chặt tr ên bề mặt nằm ngang của một cái bàn (Hình vẽ). Khi vật rời đến bàn thì hướng rơi tạo với bề mặt bàn một góc bằng bao nhiêu?



**Đáp án**

Trước khi rời khỏi quả cầu thì chuyển động của vật là chuyển động tròn không đều, trước hết ta tìm góc  $\alpha$  và vận tốc  $v$  của vật ở thời điểm nó rời quả cầu.

Phương trình động lực học cho phương xuyên tâm:

$$mg \cos \alpha - N = ma_n = mv^2/R$$

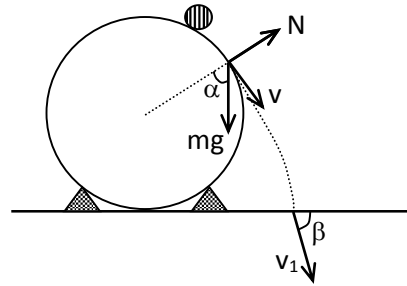
ở thời điểm vật rời quả cầu thì  $N = 0$  nên:

$$v^2 = gR \cos \alpha \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$mv^2/2 = mgR(1 - \cos \alpha) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $\cos \alpha = 2/3$ ,  $v = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$ .



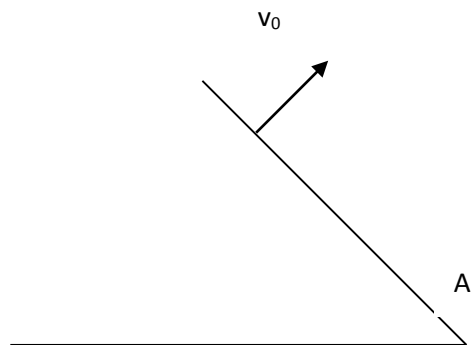
Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có, vận tốc của vật khi chạm bàn là  $v_1$  thỏa mãn:

$$\frac{mv_1^2}{2} = 2mgR \rightarrow v_1 = 2\sqrt{gR}.$$

Sau khi rời quả cầu, vật tham gia chuyển động ném xiên xuống nên thành phần vận tốc theo phương ngang là không đổi. Do đó:  $v \cos \alpha = v_1 \cos \beta \rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{9} \rightarrow \beta = 74^\circ$ .

**3.2. Các bài tập tự giải**

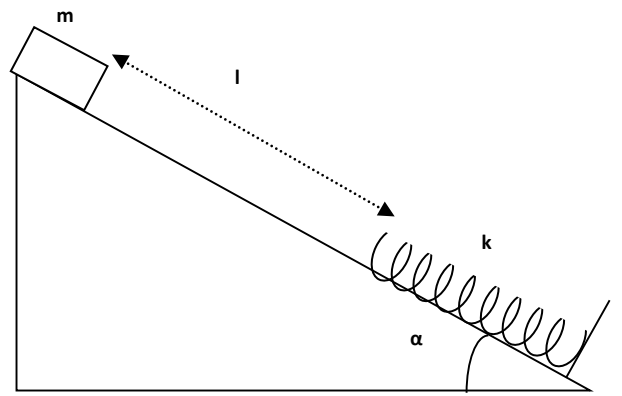
**Bài 1:** Một mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang một góc  $\alpha = 45^\circ$ . Tại điểm O tr ên mặt phẳng nghiêng một viên bi được ném xiên lên với vận tốc ban đầu  $v_0$  có phương vuông góc với mặt phẳng nghiêng, thì viên bi rơi lên mặt phẳng nghiêng lần thứ nhất tại A. Biết  $OA = 2\sqrt{2}$  m. Bỏ qua sức cản không khí lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- a) Tìm độ lớn vận tốc ban đầu  $v_0$ .
- b) Xác định vận tốc bi ngay trước lúc chạm A.

**Đáp số:** a)  $v_0 = \sqrt{10}$  m/s; b)  $v_A = \sqrt{50}$  m/s

**Bài 2:** Một vật  $m = 2 \text{ Kg}$  trượt không ma sát không vận tốc ban đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng được một đoạn  $l$  thì chạm và dính vào lò xo nhẹ  $k = 200 \text{ N/m}$ . Trục lò xo nằm theo mặt phẳng nghiêng (hình vẽ), đầu dưới cố định. Đến khi lò xo bị nén  $30 \text{ cm}$  thì vật dừng lại lần thứ nhất. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .



a) Tìm  $l$ .

b) Khoảng cách từ điểm tiếp xúc đầu tiên giữa vật với lò xo đến vị trí tại đó vận tốc của vật cực đại.

**Đáp số:** a)  $l = 0,6 \text{ m}$  ; b)  $x = 0,05 \text{ m}$

**Bài 3:** Một con lắc đơn dao động với biên độ góc  $\alpha_0 < 90^\circ$ , có mốc thế năng được chọn tại vị trí cân bằng của vật nặng.

a) Tính tỉ số giữa thế năng và động năng của vật nặng tại vị trí mà lực căng dây treo có độ lớn bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng.

b) Gọi độ lớn vận tốc của vật nặng khi động năng bằng thế năng là  $v_1$ , khi độ lớn của lực căng dây treo bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng là  $v_2$ . Hãy so sánh  $v_1$  và  $v_2$ .

**Đáp số:** a)  $\frac{W_t}{W_d} = 2$  ; b)  $v_1 > v_2$

**Bài 4:** Một quả cầu A có kích thước nhỏ và khối lượng  $m = 50 \text{ g}$ , được treo dưới một sợi dây mảnh, không giãn có chiều dài  $l = 1 \text{ m}$ . Ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng  $0,8 \text{ m}$ . Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây lập với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 60^\circ$ , rồi buông cho nó chuyển động không vận tốc ban đầu. Bỏ qua lực cản của môi trường. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1. Tính tốc độ của quả cầu khi nó qua vị trí cân bằng O.

2. Nếu khi đến O dây bị đứt, hãy mô tả chuyển động của quả cầu và viết phương trình quỹ đạo chuyển động của quả cầu sau khi dây bị đứt.

3. Xác định vận tốc của quả cầu khi chạm đất và vị trí điểm chạm.

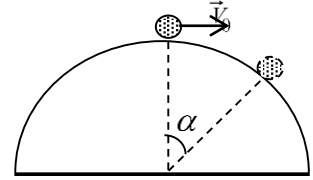
**Đáp số:** 1.  $v_0 = 3,16 \text{ m/s}$ ;

2.  $y = \frac{1}{2} x^2$ , quả cầu chuyển động theo quỹ đạo Parabol

3. Quả cầu chạm đất tại M có tọa độ  $y_M = h = 0,8 \text{ m}$ , từ đó  $x_M = 1,26 \text{ m}$  và  $v_M \approx 5,09 \text{ m/s}$



**Bài 5:** Vật nhỏ nằm trên đỉnh của bán cầu nhẵn, cố định, bán kính  $R$ . Vật được truyền vận tốc đầu  $\vec{v}_0$  theo phương ngang (hình vẽ).



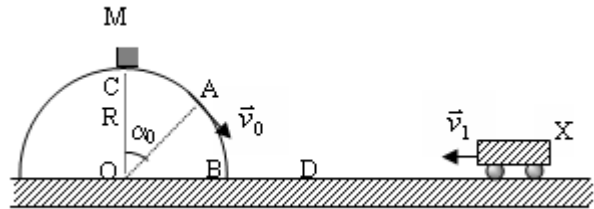
a) Xác định  $v_0$  để vật không rời khỏi bán cầu ngay tại thời điểm ban đầu

b) Khi  $v_0$  thỏa mãn điều kiện câu a), xác định vị trí  $\alpha$  nơi vật rời khỏi bán cầu.

**Đáp số:** a)  $v_0 \leq \sqrt{gR}$

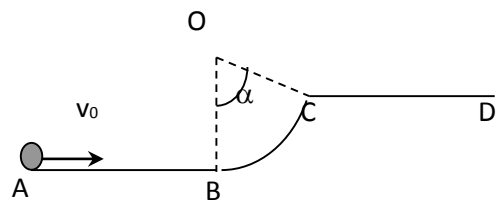
$$b) \cos \alpha = \frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}$$

**Bài 6:** Từ đỉnh C của một tháp hình bán cầu bán kính  $R = 15\text{m}$ , một vật M trượt xuống không vận tốc ban đầu. Cùng lúc đó cách chân B của tháp  $20\text{m}$  một xe X đang tiến về chân tháp B với vận tốc  $v_1 = 36\text{km/h}$ . Hỏi vật có rơi vào xe không? Bỏ qua mọi ma sát và lực cản không khí coi vật và xe rất nhỏ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



**Đáp số:** Xe đã đi đến chân tháp B trước khi vật chạm đất nên vật không thể rơi vào xe.

**Bài 7:** Vật nhỏ  $m$  được truyền vận tốc ban đầu theo phương ngang  $v_0 = 10\text{m/s}$  từ A sau đó đi lên theo đoạn đường tròn BC tâm O, bán kính  $OC = 2\text{m}$  phương OB thẳng đứng, góc  $\alpha = 60^\circ$  và rơi xuống tại D (hình bên). Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



a) Tính vận tốc của  $m$  tại C, độ cao cực đại của  $m$  so với B.

b) Tính khoảng cách CD.

c) Khi thay đổi góc  $\alpha$  trong khoảng  $60^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  thì độ cao cực đại của  $m$  so với B thay đổi như thế nào?

**Đáp số:** a)  $v_c = \sqrt{80} = 8,94 \text{ m/s}$ ;  $h_{\max} = 4\text{m}$ .

b)  $CD = 6,93\text{m}$ .

c) Vậy  $4\text{m} \leq h_{\max} \leq 5\text{m}$ .

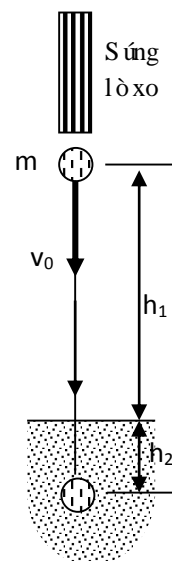
## CHƯƠNG 4

### HỆ THỐNG BÀI TẬP VỀ BIẾN THIÊN CƠ NĂNG

#### 4.1. Các bài tập có lời giải

##### Bài 1. (Vật chuyển động bị nén chịu thêm tác dụng của lực cản)

Một hòn bi thép khối lượng  $m = 5,2\text{g}$  được bắn xuống theo phương thẳng đứng từ độ cao  $h_1 = 18\text{m}$  với tốc độ đầu  $v_0 = 14\text{m/s}$  (hình vẽ). Nó đi sâu vào cát một đoạn  $h_2 = 21\text{cm}$ .



- Hỏi độ thay đổi cơ năng của hòn bi là bao nhiêu?
- Độ thay đổi nội năng của hệ hòn bi - Trái Đất - cát là bao nhiêu?
- Độ lớn của lực trung bình mà cát tác dụng lên hòn bi là bao nhiêu?

##### Đáp án

a) Ở độ sâu  $h_2$  tốc độ hòn bi bằng không. Độ thay đổi cơ năng của quả cầu là  $\Delta W = \Delta W_d + \Delta W_t$

$$\text{hay } \Delta W = \left(0 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) - mg(h_1 + h_2)$$

Thay số:  $\Delta W = -1,4\text{J}$

b) Đây là hệ cô lập, vì khi hòn bi bắn ra chỉ có trọng lực và lực trung bình hướng lên của cát tác dụng vào nó.

$$\Delta W + \Delta U = 0 \text{ hay } \Delta U = -\Delta W = 1,4\text{J}$$

c) Ta có  $-Fh_2 = \Delta W$

$$F = \frac{\Delta W}{-h_2} = \frac{-1,4}{0,21} \approx 6,7\text{N}$$

##### Bài 2. (Công của người nén)

Một người có độ cao  $h = 1,8\text{m}$  đứng trên mặt đất ném hòn đá khối lượng  $m = 200\text{g}$  dưới góc nào đó đối với phương ngang và rơi đến đất ở nơi cách vị trí ném theo phương ngang  $s = 5\text{m}$  sau thời gian  $t = 2\text{s}$ . Tìm công nén của người? Biết sức cản không khí không đáng kể. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$

##### Đáp án

Áp dụng định lý động năng cho hòn đá trước và sau khi nén thì công người

$$A_{\text{người}} = \Delta W_D = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Giả sử hòn đá được ném theo phương xiên 1 góc  $\alpha$  :

Theo phương ngang hòn đá chuyển động đều vận tốc  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$  .

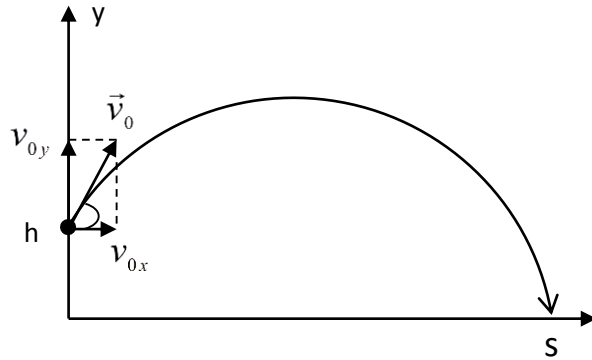
Theo phương đứng hòn đá chuyển động biến đổi đều với gia tốc  $-g$  và vận tốc đầu  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ :

Ta có:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = h + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Vật rơi tại vị trí có tọa độ :  $\begin{cases} x = s \\ y = 0 \end{cases}$



Do đó :  $v_{0x} = \frac{s}{t}$  ;  $v_{0y} = (\frac{1}{2}gt^2 - h)/t$

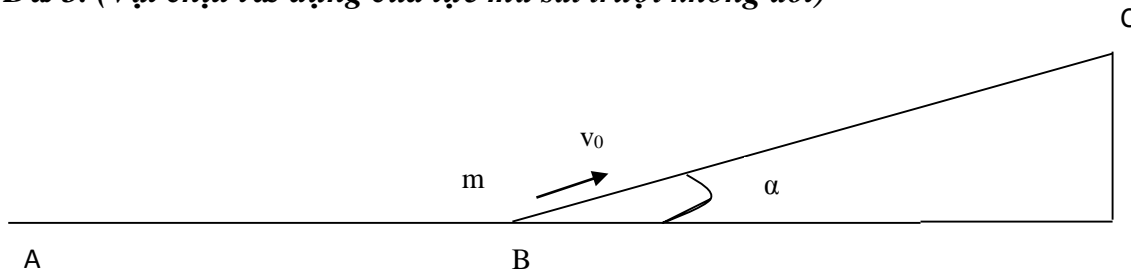
$$\Rightarrow v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = (\frac{s}{t})^2 + ((\frac{1}{2}gt^2 - h)/t)^2$$

Công người ném là:

$$A_{\text{người}} = \frac{1}{2}m((\frac{s}{t})^2 + ((\frac{1}{2}gt^2 - h)/t)^2)$$

$$= \frac{1}{2}0,2((5:2)^2 + ((\frac{1}{2}10.2^2 - 1,8):2)^2) = 8,906J$$

**Bài 3. (Vật chịu tác dụng của lực ma sát trượt không đổi)**



Một vật có khối lượng  $m = 1kg$  nằm ở B (chân mặt phẳng nghiêng BC). Ta truyền cho vật vận tốc  $v_0 = 16m/s$ , hướng theo mặt phẳng nghiêng đi lên. Lấy  $g = 10 m/s^2$ , hệ số ma

sát trượt trong quá trình chuyển động không đổi  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$ , góc tạo bởi mặt phẳng nghiêng

và mặt phẳng ngang  $\alpha = 30^\circ$ . Mặt phẳng nghiêng

BC = 20m, mặt phẳng ngang AB rất dài.

- Tìm độ cao cực đại vật đạt được so với mặt phẳng ngang trong quá trình chuyển động.
- Tính tổng quãng đường vật đi được từ lúc truyền vận tốc đến khi dừng lại.
- Tính công của lực ma sát trong quá trình chuyển động.

**Đáp án**

a) Chọn chiều dương theo chiều chuyển động.

Khi vật đi lên có gia tốc:  $a_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

$$= -10(0,5 + 0,3) = -8 \text{ m/s}^2$$

Quãng đường vật đi lên:  $S_1 = \frac{-v_0^2}{2a_1} = 16 \text{ m}$ . Vật dừng lại tại D rồi chuyển động đi xuống.

$$h_{\text{Max}} = BD \sin \alpha = 16 \cdot 0,5 = 8 \text{ m}$$

b) Gọi  $a_2$  là gia tốc lúc vật đi xuống trên mặt nghiêng.

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Vật tốc tại B khi đi xuống: } v_B = \sqrt{2a_2 s_2} = 8 \text{ m/s.}$$

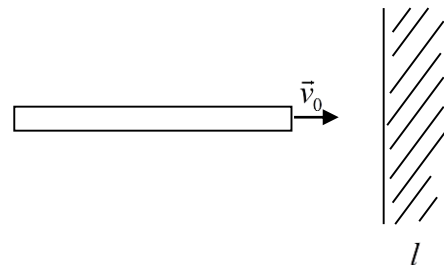
Gia tốc vật trên mặt phẳng ngang:  $a_3 = -\mu g = -2\sqrt{3} \text{ m/s}^2$

$$S_3 = \frac{-v_B^2}{2a_3} = 9,3 \text{ m.} \Rightarrow S = S_1 + S_2 + S_3 = 41,3 \text{ m}$$

c) Áp dụng định lý biến thiên động năng  $\Rightarrow A_{\text{ms}} = 0 - W_{\text{od}} = -128 \text{ J}$ .

#### Bài 4. (Vật chịu tác dụng của lực ma sát trượt thay đổi)

Một ván trượt dài  $L = 4 \text{ m}$ , khối lượng phân bố đều theo chiều dài, đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 5 \text{ m/s}$  trên mặt băng nằm ngang thì gặp một dải đường nhám có chiều rộng  $l = 2 \text{ m}$  vuông góc với phương chuyển động (xem hình vẽ). Sau khi vượt qua dải nhám ván có vận tốc  $v = 3 \text{ m/s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tính hệ số ma sát trượt giữa ván trượt với dải đường nhám.



#### Đáp án

Chọn trục tọa độ  $Ox$  như hình

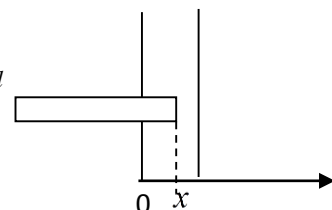
Khi đầu tấm ván có tọa độ:  $0 \leq x \leq l$ , lực ma sát

tác dụng lên xe có độ lớn:  $F_{\text{ms1}} = \frac{\mu m g}{L} x$

$$\Rightarrow \bar{F}_{\text{ms1}} = \frac{\mu m g}{2L} l$$

Khi  $l \leq x \leq L$ : lực ma sát không đổi và có độ lớn  $F_{\text{ms2}} = \frac{\mu m g}{L} l$

Khi đuôi của ván có tọa độ:  $0 \leq x \leq l$ :  $\bar{F}_{\text{ms3}} = \frac{\mu m g}{2L} l$

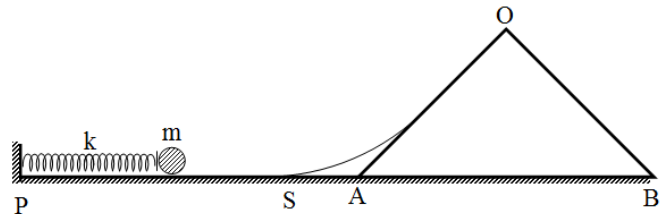


Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :  $\frac{m}{2}(v_0^2 - v^2) = \frac{\mu m g l^2}{L} + \frac{\mu m g l}{L}(L - l)$

$$\Rightarrow \mu = \frac{v_0^2 - v^2}{2 g l} = 0,4$$

**Bài 5. (Máy bắn bóng dùng lò xo)**

Một máy bắn bóng dùng lò xo: Quả bóng khối lượng  $m=100g$  được ép vào lò xo có độ cứng  $k=1N/cm$ , đang bị nén một đoạn  $\Delta l$ . Sau khi được thả ra, quả



bóng chuyển động với hệ số ma sát  $\mu=0,1$  trên đoạn đường nằm ngang PS. Khi đến S thì lò xo ở trạng thái tự nhiên, quả bóng rời lò xo và được định hướng chuyển động không ma sát lên một mặt AO của nêm cố định, nêm AOB có dạng một tam giác vuông cân tại O, cạnh  $OB=l=\sqrt{2}$  m. Cơ hệ được mô tả trên hình vẽ. Lấy  $g=10m/s^2$

1. Cho  $\Delta l=20cm$ . Hãy xác định:

- a) Vector vận tốc của quả bóng tại đỉnh O của nêm.
- b) Tốc độ lớn nhất của quả bóng trong toàn bộ quá trình chuyển động.

2. Xác định  $\Delta l$  để quả bóng sau khi vượt qua đỉnh O của mặt nêm thì chạm mặt OB đúng 1 lần tại điểm B.

**Đáp án**

Chọn mốc thế năng ở mặt phẳng chứa AB

Gọi  $\vec{v}$  là vận tốc của quả bóng khi lên đến đỉnh nêm,  $\vec{v}_0$  là vận tốc của bóng tại chân nêm S

1. a) Bảo toàn năng lượng cho quá trình chuyển động của bóng từ vị trí ban đầu đến đỉnh nêm O:

$$\frac{k \Delta l^2}{2} = \mu m g \Delta l + m g \frac{l}{\sqrt{2}} + \frac{m v^2}{2} \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \Delta l^2}{m} - 2 \mu g \Delta l - g l \sqrt{2}} \quad (*)$$

Thay số:  $v=4,43m/s$

$\vec{v}$  : Hướng lên dọc theo mặt nêm hợp với phương ngang góc  $45^0$

b) Trong quá trình chuyển động trên đoạn đường ma sát, ban đầu lực đàn hồi lớn hơn lực ma sát nên bóng chuyển động nhanh dần, đến thời điểm  $F_{dh}=F_{ms}$  vật chuyển động đều, và ngay sau đó  $F_{dh}>F_{ms}$  nên vận tốc cực đại của bóng đạt được tại vị trí  $F_{dh}=F_{ms}$

$$F_{ms} = F_{dh} \Leftrightarrow \mu m g = kx \Rightarrow x = \frac{\mu m g}{k}$$

Bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + F_{ms} \cdot S \Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \mu mg(\Delta l - x) \quad (1)$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{k\Delta l^2}{m} - 2\mu g(\Delta l - x) - \frac{kx^2}{m}} = 6,29 \text{ m/s}$$

## 2. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng

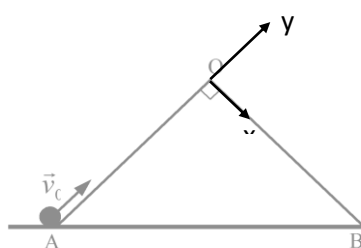
Sau khi rời O, quả cầu chuyển động như vật ném xiên với  $\vec{v}$  tạo với phương ngang một góc  $45^\circ$ .

Trục Oxy chọn như hình vẽ

$$\text{Theo trục Oy: } a_y = -\frac{g\sqrt{2}}{2} = \text{const};$$

$$v_y = v - \frac{g\sqrt{2}}{2}t; \quad y = vt - \frac{g\sqrt{2}}{4}gt^2$$

$$\text{Khi chạm B: } y = 0 \Rightarrow t = \frac{2\sqrt{2}v}{g}$$



$$\text{Theo trục Ox: } a_x = \frac{g\sqrt{2}}{2} = \text{const}; \quad v_{0x} = 0; \quad x = \frac{1}{2}a_x t^2:$$

$$\text{Khi chạm B: } x = \frac{1}{2}a_x t^2 = l \Rightarrow l = \frac{1}{2}g \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{2\sqrt{2}v}{g} \right)^2 \Rightarrow l = \frac{2\sqrt{2}}{g} v^2$$

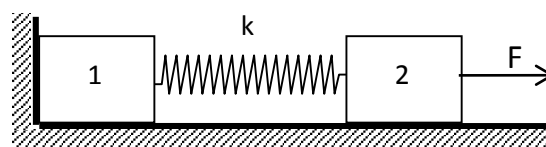
Thay (\*) vào ta có phương trình:  $50\Delta l^2 - 0,1\Delta l - 1,25 = 0$

Giải phương trình, chọn nghiệm:  $\Delta l = 0,1591 \text{ m} = 15,91 \text{ cm}$ .

## Bài 6. (Chuyển động của hệ vật li ên kết bởi lò xo)

Hai vật có cùng khối lượng  $m$  nối nhau bởi một lò xo đặt trên mặt bàn nằm ngang. Hệ số ma sát giữa các vật với mặt bàn là  $\mu$ . Ban đầu lò xo không biến dạng. Vật 1 nằm sát tường.

1. Tác dụng một lực không đổi  $F$  hướng theo phương ngang đặt vào vật 2 và hướng dọc theo trục lò xo ra xa tường (hình 5a). Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng, tìm điều kiện về độ lớn của lực  $F$  để vật 1 di chuyển được?

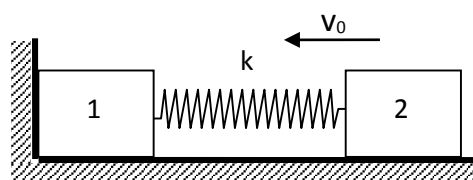


Hình 5a

2. Không tác dụng lực như trên mà truyền cho vật 2 vận tốc  $v_0$  hướng về phía tường (hình 5b).

Độ cứng của lò xo là  $k$ .

a) Tìm độ nén cực đại  $x_1$  của lò xo.



Hình 5b

b) Sau khi đạt độ nén cực đại, vật 2 chuyển động ngược lại làm lò xo bị giãn ra. Biết rằng vật 1 không chuyển động. Tính độ giãn cực đại  $x_2$  của lò xo.

c) Hỏi phải truyền cho vật 2 vận tốc  $v_0$  tối thiểu là bao nhiêu để vật 1 bị lò xo kéo ra khỏi tường?

**Đáp án**

1. Để vật 1 dịch chuyển thì lò xo cần giãn ra một đoạn là  $x = \frac{\mu m g}{k}$ .

Lực F nhỏ nhất cần tìm ứng với trường hợp khi lò xo giãn ra một đoạn là x thì vận tốc vật 2 giảm về 0. Công của lực F trong quá trình này có thể viết bằng tổng công mất đi do ma sát và thế năng của lò xo:  $F \cdot x = \frac{kx^2}{2} + \mu m g \cdot x$

$$F \cdot x = \frac{kx^2}{2} + \mu m g \cdot x$$

Vậy:  $F = \frac{3}{2} \mu m g$ .

2. Truyền cho vật 2 vận tốc  $v_0$  về phía tường.

a) Biến thiên cơ năng:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \mu mgx_1$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + \frac{2\mu mg}{k}x_1 - \frac{m}{k}v_0^2 = 0$$

Nghiệm dương của phương trình này là:  $x_1 = -\frac{\mu m g}{k} + \sqrt{\left(\frac{\mu m g}{k}\right)^2 + \frac{m v_0^2}{k}}$

b) Gọi  $x_2$  là độ giãn cực đại của lò xo:

$$\frac{kx_1^2}{2} = \mu mg(x_1 + x_2) + \frac{kx_2^2}{2}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{2\mu m g}{k} = \sqrt{\left(\frac{\mu m g}{k}\right)^2 + \frac{m v_0^2}{k}} - \frac{3\mu m g}{k}$$

c) Để vật 1 bị kéo khỏi tường thì lò xo phải giãn ra 1 đoạn  $x_3$  sao cho:

$$kx_3 = \mu mg \tag{1}$$

Vận tốc  $v_0$  nhỏ nhất là ứng với trường hợp khi lò xo bị giãn  $x_3$  như trên thì vật 2 dừng lại.

Phương trình bảo toàn năng lượng:

Cho quá trình lò xo bị nén  $x_1$ :

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \mu mgx_1 \tag{2}$$

Cho quá trình lò xo chuyển từ nén  $x_1$  sang giãn  $x_3$ :

$$\frac{kx_1^2}{2} = \mu mg (x_1 + x_3) + \frac{kx_3^2}{2} \quad (3)$$

Từ (3)  $\rightarrow x_1 - x_3 = \frac{2\mu mg}{k}$

Kết hợp với (1), ta được:  $x_1 = \frac{3\mu mg}{k}$ . Thay vào (2), ta được:  $v_0 = \mu g \sqrt{\frac{15m}{k}}$ .

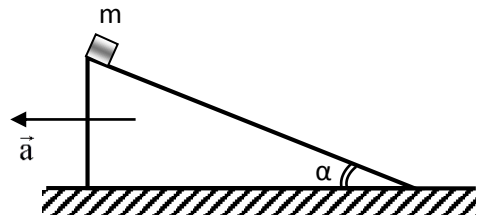
#### 4.2. Các bài tập tự giải

**Bài 1:** Một hòn đá có trọng lượng P được ném thẳng đứng lên trong không khí với vận tốc ban đầu  $v_0$ . Nếu f là lực cản không đổi tác dụng lên hòn đá trên suốt đường bay của nó, chứng minh rằng:

a) Độ cao cực đại của hòn đá là 
$$h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \frac{f}{P})}$$
.

b) Vận tốc hòn đá khi chạm đất là 
$$v = v_0 \sqrt{\frac{P - f}{P + f}}$$

**Bài 2:** Một vật nhỏ có khối lượng m trượt không vận tốc ban đầu từ đỉnh một nêm có góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  so với phương ngang (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa vật với mặt nêm là  $\mu = 0,2$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Mốc thế năng tại chân mặt phẳng nghiêng.



a) Nêm được giữ cố định. Khi vật đến chân nêm thì

có bao nhiêu phần trăm cơ năng của vật chuyển hóa thành nhiệt năng?

b) Nêm được kéo cho trượt sang trái với gia tốc không đổi  $a = 2 \text{ m/s}^2$  trên sàn nằm ngang.

Tìm gia tốc của m so với nêm khi nó được thả cho chuyển động.

**Đáp số:** a)  $\frac{A_{ms}}{W} = 34,6\%$ .

b)  $a_{12} = 5,2 \text{ m/s}^2$ .

**Bài 3:** Một ô tô có khối lượng 2,5 tấn đang chuyển động với vận tốc 36 km/h thì tắt máy và xuống dốc, đi hết dốc trong thời gian 10 (s). Khi xuống hết dốc, ô tô còn tiếp tục chuyển động trên một đường thẳng nằm ngang thêm một đoạn đường nữa mới dừng lại hẳn. Góc nghiêng của dốc là  $30^\circ$ . Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường trong suốt quá trình chuyển động là 0,2. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Hãy tính:

a) Chiều dài của dốc

b) Quãng đường mà ô tô đi được (kể từ chân dốc) cho đến khi dừng lại hẳn.

**Đáp số:** a) 263,5 m; b) 930,25 m



**Bài 4:** Cho hai vật khối lượng giống nhau nối bởi lò xo có độ cứng  $k$  đặt trên mặt phẳng ngang,  $m_2$  tiếp xúc với tường thẳng đứng. Hệ số ma sát giữa hai vật và mặt phẳng ngang là  $\mu$ . Tìm vận tốc  $v_0$  nhỏ nhất cần truyền cho  $m_1$  để khi chuyển động ngược lại nó kéo cả  $m_2$  chuyển động.



**Đáp số:**  $v_{0\min} = \mu g \sqrt{\frac{15m}{k}}$

## CHƯƠNG 5

### HỆ THỐNG BÀI TẬP VỀ VA CHẠM

#### 5.1. Các bài tập có lời giải

##### Bài 1. (Va chạm giữa hai quả cầu)

Hai quả cầu A và B có khối lượng lần lượt là  $m_1$  và  $m_2$  với  $m_1 = 2m_2$ , va chạm với nhau. Ban đầu A đứng yên B có vận tốc  $v$ . Sau va chạm B có vận tốc  $v/2$  và có phương chuyển động vuông góc so với phương chuyển động ban đầu của nó. Tìm phương chuyển động của quả cầu A sau va chạm và vận tốc của quả cầu A sau va chạm. Biết  $v = \sqrt{5} \text{ m/s}$  □  
2,24 m/s

##### Đáp án

Gọi:  $\vec{p}$  là động lượng của quả cầu B trước khi va chạm.

$\vec{p}_1, \vec{p}_2$  lần lượt là động lượng của quả cầu A và B

sau va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

Ta có giản đồ véc tơ như hình vẽ:

Theo giản đồ véc tơ:

$$p_1^2 = p^2 + p_2^2$$

$$\Leftrightarrow m_1 v_1^2 = m_2 v^2 + m_2^2 v_2^2$$

$$\Leftrightarrow m_1 v_1^2 = m_1 v^2 + m_2 \left( \frac{v_2}{2} \right)^2$$

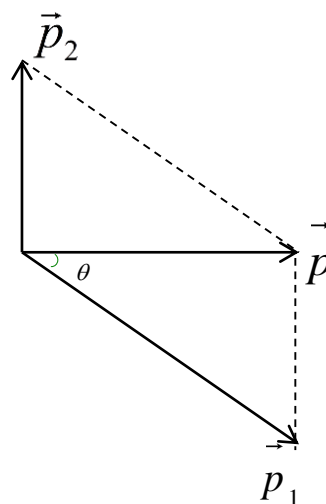
$$\Leftrightarrow v_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{m_2}{m_1} v = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 5 \text{ m/s}$$

Phương chuyển động của A:

$$\tan \theta = \frac{p_2}{p} = \frac{m_2 \cdot \frac{v}{2}}{m_2 \cdot v} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 26,57^\circ$$

Sau va chạm phương chuyển động của B bị lệch  $26,75^\circ$  so với phương chuyển động ban đầu.



## Bài 2. (Va chạm đàn hồi xuyên tâm giữa hai quả cầu)

Hai quả cầu tiến lại gần nhau và va chạm đàn hồi trực diện với nhau với cùng một vận tốc. Sau va chạm một trong hai quả cầu có khối lượng 300g dừng hẳn lại. Khối lượng quả cầu kia là bao nhiêu?

### Đáp án

Gọi  $m_1, m_2$  là khối lượng của các vật,  $v_1, v_2$  là vận tốc tương ứng.

Chọn chiều (+) là chiều chuyển động của vật  $m_1$  trước va chạm.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (1)$$

Với:  $v_1 = -v_2 = v \quad (2)$

Giả sử:  $v_1' = 0$  khi đó vật  $m_1$  sau va chạm nằm yên

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow (m_1 - m_2)v = m_2 v_2' \quad (3)$

$\Rightarrow v_2'$  phải chuyển động ngược trở lại  $v_2' > 0$ . Điều này chỉ xảy ra khi  $m_1 > m_2$ .

Va chạm là đàn hồi nên động năng được bảo toàn:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad (v_1' = 0) \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow (m_1 + m_2) v^2 = m_2 v_2'^2 \quad (5)$$

Lấy (5) chia (3) ta được:  $v_2' = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} v$

Thay vào (3) ta có

$$(m_1 - m_2) v = m_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} v$$

$$\Leftrightarrow (m_1 - m_2)^2 = m_2 (m_1 + m_2)$$

$$\Leftrightarrow m_1 (m_1 - 3m_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3} = 100 \text{ g} \quad (m_1 = 0 \text{ vô lý})$$

Quả cầu không bị dừng có khối lượng 100 (g)

## Bài 3. (Va chạm đàn hồi không xuyên tâm giữa hai quả cầu)

Hai quả cầu nhẵn A, B giống nhau, khối lượng mỗi quả cầu  $m = 200\text{g}$ , lúc đầu quả cầu A chuyển động với vận tốc  $V_0 = 2 \text{ m/s}$  đến va chạm vào quả cầu B đang đứng yên, va chạm đàn hồi không xuyên tâm.  $\vec{v}_0$  hợp với đường nối tâm của hai quả cầu khi va chạm một góc  $\alpha = 60^\circ$ . Trong thời gian va chạm hai quả cầu biến dạng và một phần động năng của quả cầu A chuyển thành thế năng biến dạng đàn hồi của hai quả cầu và khi chúng nảy

ra thì thế năng này chuyển thành động năng. Tính phần trăm năng lượng cực đại của hai quả cầu được chuyển thành thế năng đàn hồi trong quá trình va chạm. Bỏ qua ma sát.

**Đáp án**

$v_0$  : Vận tốc của quả cầu A trước va chạm.

$v_1, v_2$  : Vận tốc của quả cầu A, B khi chúng biến dạng tối đa.

$w_1$  : Giá trị cực đại của thế năng biến dạng đàn hồi của hai quả cầu.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + W_1 \quad (1)$$

Chọn hệ tọa độ  $O_1xy$  như hình vẽ.

Khi quả cầu biến dạng cực đại, động lượng của hệ;

$$m v_0' = m v_1' + m v_2' \Rightarrow v_0' = v_1' + v_2' \quad (2)$$

Chiều 1 và 2 lần lượt  $Ox$  và  $Oy$

$$Ox: v_0 \cos \alpha = v_{1x} + v_{2x} \Rightarrow v_{1x} = v_{2x} = \frac{1}{2} v_0 \cos \alpha$$

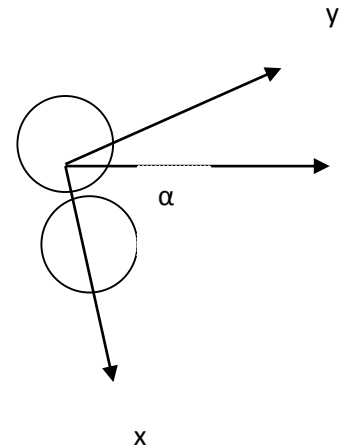
$$Oy: v_0 \sin \alpha = v_{1y} ; v_{2y} = 0$$

Thay vào (1)

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{1}{2} m (v_{2x}^2 + v_{2y}^2) + W_1$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{4} m v_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} m v_0^2 \sin^2 \alpha + W_1$$

$$W_1 = 0,05J$$



**Bài 4. (Va chạm đàn hồi không xuyên tâm của hệ ba quả cầu)**

Trên mặt bàn nằm ngang nhẵn, dọc theo một đường thẳng, người ta đặt 3 quả cầu có cùng kích thước, khối lượng của chúng lần lượt theo thứ tự là  $m, M$  và  $2M$ . Quả cầu  $m$  đến va chạm đàn hồi trực diện vào quả cầu  $M$  với vận tốc  $v_0$ . Hỏi với tỉ số nào của  $\frac{m}{M}$  thì trong hệ còn xảy ra vừa đúng một va chạm nữa? (coi các va chạm đều là hoàn toàn đàn hồi và trực diện)

**Đáp án**

Gọi  $v_1, v_2$  lần lượt là vận tốc của  $m$  và  $M$  sau va chạm lần 1

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và động năng:

$$m v_0 = m v_1 + M v_2 ; \quad \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = -\frac{(M-m)v_0}{M+m}; \quad v_2 = \frac{2mv_0}{M+m}$$

Gọi  $v_2'$  và  $v_3'$  lần lượt là vận tốc của M và 2M sau va chạm lần 2

$$Mv_2 = Mv_2' + 2Mv_3'; \quad \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{Mv_2'^2}{2} + \frac{2Mv_3'^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_2' = -\frac{v_2}{3} = -\frac{2mv_0}{3(M+m)}$$

Sau va chạm lần 2 quả cầu M chuyển động theo chiều ngược lại.

Để không xảy ra một va chạm nữa, phải có các điều kiện sau:

$$* v_1 < 0 \Rightarrow M > m \Rightarrow \frac{m}{M} < 1; \quad * |v_2'| \leq |v_1|$$

$$\frac{2mv_0}{3(M+m)} \leq \frac{(M-m)v_0}{M+m} \Rightarrow \frac{m}{M} \leq \frac{3}{5} \quad \text{Vậy kết hợp ta có: } \frac{m}{M} \leq \frac{3}{5}$$

### Bài 5. (Va chạm mềm)

Một tấm ván khối lượng M được treo vào một dây dãn nhẹ, không giãn. Một viên đạn có khối lượng m bắn vào ván với tốc độ  $v_0$  thì nó dừng lại ở mặt sau của ván, nếu bắn với tốc độ  $v_1 > v_0$  thì đạn xuyên qua ván. Tính vận tốc  $v$  của ván ngay sau khi đạn xuyên qua. Giả thiết lực cản của ván đối với đạn không phụ thuộc vào vận tốc của đạn. Biện luận.

#### Đáp án

Nếu vận tốc đạn là  $v_0$ , khi đạn dừng, đạn và ván cùng chuyển động với vận tốc  $v'$ . Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và năng lượng ta có

$$mv_0 = (M+m)v' \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(M+m)v'^2 + Q \quad (2) \quad Q: \text{ là nhiệt lượng tỏa ra}$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{M+m}v_0\right)^2 \rightarrow Q = \frac{mM}{2(M+m)}v_0^2 \quad (3)$$

Khi đạn có vận tốc  $v_1 > v_0$ . Gọi  $v_2$  là vận tốc đạn sau khi xuyên qua ván,  $v$  là vận tốc của ván

$$\text{Tương tự: } mv_1 = Mv + mv_2 \Rightarrow v_2 = v_1 - \frac{M}{m}v \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + Q \quad (5)$$

$$\text{Thay (3), (4) vào (5) ta có: } v_1^2 = \frac{M}{m}v^2 + \left(v_1 - \frac{M}{m}v\right)^2 + \frac{M}{M+m}v_0^2$$

$$\Rightarrow v^2 - 2 \cdot \frac{mv_1}{M+m} \cdot v + \frac{m^2v_0^2}{(M+m)^2} = 0$$

Giải phương trình ta được:  $v = \frac{m}{M+m} (v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - v_0^2})$

\* Biện luận: Nếu chọn dấu +, thay vào (4) ta có

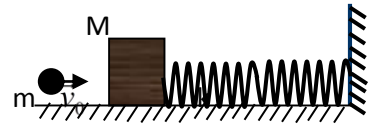
$$v_2 = \frac{mv_1 - M\sqrt{v_1^2 - v_0^2}}{M+m} < v = \frac{m}{M+m} (v_1 + \sqrt{v_1^2 - v_0^2})$$

Điều này vô lý vì vận tốc đạn sau khi xuyên qua ván không thể nhỏ hơn vận tốc tấm ván.

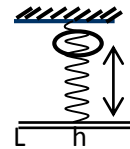
Do đó ta chọn dấu trừ. Vậy  $v = \frac{m}{M+m} (v_1 - \sqrt{v_1^2 - v_0^2})$

### Bài 6. (Va chạm – Con lắc lò xo)

1. Một lò xo khối lượng không đáng kể, có độ cứng  $k=100\text{N/m}$ . Người ta móc một đầu lò xo vào khối gỗ có khối lượng  $M=3,99\text{kg}$ , đầu kia móc cố định vào một bức tường. Hệ được đặt lên mặt phẳng nhẵn nằm ngang (hình vẽ). Một viên đạn có khối lượng  $m=10\text{g}$  bay theo phương ngang với vận tốc  $v_0$  song song với lò xo đến đập vào khối gỗ và dính trong gỗ. Sau va chạm, lò xo bị nén tối đa một đoạn  $l$  là  $x_m=30\text{cm}$ . Tính  $v_0$ .



2. Một cái đĩa có khối lượng  $M=400\text{g}$  treo dưới một lò xo  $L$  có khối lượng không đáng kể và có độ cứng  $k=50\text{N/m}$ . Một cái vòng nhỏ khối lượng  $m=100\text{g}$  được thả rơi từ độ cao  $h=10\text{cm}$  xuống đĩa, đĩa và vòng bắt đầu dao động. Coi va chạm giữa đĩa và vòng là va chạm mềm. Tính biên độ của dao động này.



### Đáp án

1. Theo định luật bảo toàn động lượng:  $v = \frac{m}{m+M} v_0$  (1)

Theo định luật bảo toàn cơ năng:  $\frac{1}{2} (m+M)v^2 = \frac{1}{2} kx_m^2$  (2).

Từ (1) và (2):  $v_0 = \frac{x_m}{m} \sqrt{k(m+M)} = 600\text{m/s}$

2. Gọi  $v$  là vận tốc của vòng sau khi chạm vào đĩa. Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sau va chạm, vòng và đĩa có cùng vận tốc  $V$ :

$$mv = (M+m)V \Rightarrow v = \frac{mv}{M+m}$$

Ký hiệu  $x_0$  là độ giãn thêm của lò xo khi có thêm vòng  $m$  thì  $x_0 = \frac{mg}{k}$

Như vậy năng lượng để kích thích hệ dao động bằng

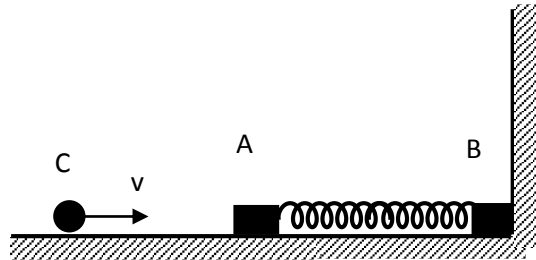
$$W = \frac{(M + m)V^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} = \frac{m^2 g^2}{2k} \left[ \frac{2hk}{M + m} + 1 \right]. \quad (1)$$

Gọi A là biên độ dao động ta có  $W = \frac{1}{2} kA^2$  (2)

Từ (1) và (2) ta có  $A = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{(M + m)g}} = 0.02 \sqrt{3} m = 2\sqrt{3} cm = 3,46 cm$

**Bài 7. (Va chạm – Chuyển động của hệ vật li ên kết bởi lò xo)**

Hai vật nặng A và B có khối lượng  $m_A = 900g$  và  $m_B = 4kg$  mắc vào lò xo nhẹ có khối lượng không đáng kể, độ cứng của lò xo là  $k = 100N/m$ . Vật B có một đầu tựa vào tường thẳng đứng. Hệ được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa mặt phẳng ngang với vật A và B lần lượt là  $\mu_A = 0,1$ ;  $\mu_B = 0,3$ . Ban đầu 2 vật nằm yên và lò xo không biến dạng. Một vật C có khối lượng  $m = 100g$  đang bay theo phương ngang với vận tốc là  $v$  đến va chạm vào vật A (hình). Lấy  $g = 10m/s^2$ .



1. Cho  $v = 10m/s$ . Tìm độ co lớn nhất của lò xo trong 2 trường hợp:

- a) Va chạm giữa vật C và A là hoàn toàn đàn hồi.
- b) Va chạm giữa vật C và A là mềm.

2. Nếu sau va chạm, vật C cắm vào vật A thì C phải có vận tốc tối thiểu là bao nhiêu để vật B có thể dịch sang trái?

**Đáp án**

1. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật C.

a) Xét va chạm giữa C và A là va chạm hoàn toàn đàn hồi:

Gọi vận tốc của C và A sau va chạm lần lượt là  $v_1$  và  $v_2$ .

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ A và C trong thời gian va chạm ta được:

$$mv = mv_1 + m_A v_2 \quad (1)$$

Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên động năng của hệ bảo toàn:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m_A v_2^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$v_2 = \frac{2mv}{m + m_A} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 10}{0,1 + 0,9} = 2(m/s) > 0$$

Khi lò xo có độ nén cực đại là  $x$  thì vận tốc của A bằng 0. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho vật A ta được:

$$\frac{m_A v_2^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \mu_A m_A g x \rightarrow 50x^2 + 0,9x - 1,8 = 0 \quad (3)$$

Giải phương trình (3) ta được  $x \approx 0,18(m)$ .

b) Xếp va chạm giữa C và A là va chạm mềm thì sau va chạm 2 vật C và A sẽ cùng chuyển động với vận tốc  $v_0$ . Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có  $mv = (m + m_A)v_0 \rightarrow v_0 = 1m/s$

Gọi  $x$  là độ co lớn nhất lò xo

Áp dụng ĐLBTK năng lượng:

$$\frac{1}{2}(m_A + m)v_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu_A(m_A + m)g \cdot x \rightarrow 50x^2 + x - 0,5 = 0$$

Giải phương trình trên ta được  $x = 0,09(m)$ .

2. Để B có thể dịch chuyển sang trái thì lò xo phải dãn ít nhất một đoạn  $x_0$  sao cho:

$$F_{đh} = F_{m/s B} \leftrightarrow kx_0 = \mu_B m_B g \rightarrow x_0 = \frac{\mu_B m_B g}{k} = \frac{0,3 \cdot 4 \cdot 10}{100} = 0,12(m)$$

Như vậy vận tốc  $v_0$  mà  $(m + m_A)$  có được sau va chạm phải làm cho lò xo co tối đa là  $x$  sao cho khi dãn ra thì lò xo có độ dãn tối thiểu là  $x_0$ . Áp dụng ĐLBTK năng lượng cho hệ trong quá trình này:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \mu_A(m_A + m)g(x + x_0) + \frac{1}{2}kx_0^2 \rightarrow 50x^2 - x - 0,84 = 0 \rightarrow x = 0,14m$$

(loại nghiệm âm).

Áp dụng ĐLBTK năng lượng cho hệ trong quá trình lò xo bị nén, ta có

$$\frac{1}{2}(m_A + m)v_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu_A(m_A + m)g x \Rightarrow v_0 = \frac{2\sqrt{14}}{5} m/s$$

mà  $mv = (m_A + m) \cdot v_0 \rightarrow v = 4\sqrt{14} m/s \approx 15m/s$ .

Như vậy, để  $m_B$  có thể dịch sang trái thì C phải có vận tốc ít nhất là  $15m/s$ .

### **Bài 8. (Va chạm – Chuyển động của một con lắc đơn)**

Một con lắc đơn gồm 1 quả cầu nhỏ có khối lượng  $m_1 = 100g$  treo vào một sợi dây nhẹ không giãn dài  $l = 1m$ . Kéo lệch sợi dây theo phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 30^\circ$  rồi truyền cho  $m_1$  một vận tốc  $V_0$  theo phương vuông góc với sợi dây để vật đi về vị trí cân bằng. Khi  $m_1$  chuyển động thì lực căng dây cực đại bằng 2 lần trọng lực của nó

a) Tìm  $V_0$ .

b) Khi  $m_1$  đi qua vị trí thấp nhất nó va chạm đàn hồi và xuyên tâm với 1 quả cầu  $m_2$  đang chuyển động ngược chiều với  $m_1$  với vận tốc  $V_2$ . Tìm  $V_2$  biết rằng sau va chạm góc



lệch cực đại dây treo vật  $m_1$  hợp với phương thẳng đứng một góc  $45^\circ$ . Cho  $g = 10\text{m/s}^2$  và  $m_2 = 160\text{g}$

c) Giả sử với vận tốc  $V_2$  như trên mà va chạm là hoàn toàn không đàn hồi (sau va chạm 2 vật dính vào nhau) thì sau va chạm 2 vật làm sợi dây lệch một góc cực đại so với phương thẳng đứng là bao nhiêu.

**Đáp án**

a) Tìm  $V_0$ .

Lực căng dây đạt  $T_{\max}$  khi  $m_1$  đi qua vị trí cân bằng B

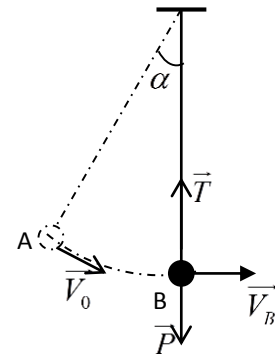
Phương trình chuyển động tròn có  $T_{\max} - m_1g = \frac{m_1V_B^2}{\ell}$

$$\rightarrow 2m_1g - m_1g = \frac{m_1V_B^2}{\ell} \Rightarrow V_1^2 = \ell g \quad (1)$$

Chọn gốc thế năng tại B. Định luật bảo toàn cơ năng:

$$m_1g\ell(1 - \cos\alpha) + \frac{1}{2}m_1V_0^2 = \frac{1}{2}m_1V_1^2$$

$$\Rightarrow V_0^2 = g\ell(\sqrt{3} - 1) \approx 2,7\text{ m/s}$$



b) Gọi  $v_1'$  và  $v_2'$  là vận tốc của 2 quả cầu nhận được sau va chạm.

Chọn chiều (+) là chiều của  $\vec{v}_1$

$$\text{Định luật bảo toàn động lượng: } m_1V_1 - m_2V_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \quad (2)$$

$$\text{Định luật bảo toàn cơ năng: } \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad (3)$$

Từ (2) & (3) Với  $\frac{m_2}{m_1} = 1,6$

$$\rightarrow v_1' = -\frac{3,2V_2 + 0,6V_1}{2,6} \quad (4) \rightarrow v_1' < 0 \text{ sau va chạm } m_1 \text{ bị bật ngược trở lại.}$$

Xét  $m_1$ :

$$\text{Định luật bảo toàn cơ năng: } \frac{1}{2}m_1V_1^2 = m_1g\ell(1 - \cos\alpha_0) \text{ với } \alpha_0 = 45^\circ$$

thay số có  $v_1' = 2,42\text{ m/s}$ . Từ (1)

$$\text{có } V_1 = \sqrt{\ell g} = 3,16\text{ m/s. Thay } v_1' \text{ và } V_1 \text{ vào (4)} \rightarrow v_2 = 1,37\text{ m/s}$$

c) Nếu va chạm là mềm

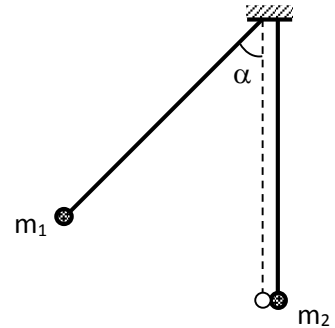
$$\text{Định luật bảo toàn động lượng: } m_1V_1 - m_2V_2 = (m_1 + m_2)V \rightarrow v = 0,372\text{ m/s}$$

Định luật bảo toàn cơ năng:  $\frac{1}{2} M v^2 = M g \ell (1 - \cos \alpha_1)$  ( $M$  là khối lượng của hệ)

$$\rightarrow \cos \alpha_1 = \frac{2 g \ell - v^2}{2 g \ell} \rightarrow \cos \alpha_1 = 0,993 \text{ Vậy } \alpha_1 = 6,7^\circ$$

**Bài 9. (Va chạm – Chuyển động của hai con lắc đơn)**

Hai quả cầu I và II có bán kính như nhau nhưng khối lượng khác nhau tương ứng  $m_1 = 100 \text{ g}$  và  $m_2 = 200 \text{ g}$ , được treo cạnh nhau bởi hai sợi dây nhẹ, không dãn, cùng chiều dài  $l = 1 \text{ m}$  (rất lớn so với bán kính các quả cầu) như hình vẽ. Kéo lệch quả cầu I khỏi vị trí cân bằng sao cho sợi dây treo nó căng, hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 60^\circ$  rồi thả nhẹ. Khi qua vị trí cân bằng, quả cầu I va chạm đàn hồi với quả cầu II. Bỏ qua ma sát và lực cản của môi trường. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- a) Tính vận tốc của quả cầu I ngay trước khi nó va chạm với quả cầu II. Ngay sau va chạm, vận tốc của các quả cầu là bao nhiêu?
- b) Biết rằng sau va chạm hai quả cầu sẽ đạt độ cao cực đại cùng một lúc. Tính góc lệch giữa hai sợi dây khi đó.
- c) Trong thời gian va chạm, hai quả cầu bị biến dạng, tính lực căng của các dây treo khi độ biến dạng của các quả cầu đạt cực đại. Giả sử trong thời gian đó, các quả cầu chưa kịp rời khỏi vị trí cân bằng.

**Đáp án**

a) Tốc độ quả cầu I ngay trước va chạm

Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hệ tại vị trí thả vật và tại vị trí cân bằng

$$m_1 g l (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2 g l (1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 (1 - \cos 60^\circ)} = \sqrt{10} \approx 3,16 \text{ m/s}$$

Tốc độ các quả cầu ngay sau va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ hai quả cầu ngay trước và sau va chạm (chọn chiều dương là chiều chuyển động của I trước va chạm)

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow v_1 = v_1' + 2 v_2' \quad (1.1)$$

Va chạm đàn hồi nên động năng không đổi

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 + 2 v_2'^2 \quad (1.2)$$

Từ (1.1) và (1.2) suy ra

$$v_1' = -\frac{v_1}{3} = -\frac{\sqrt{10}}{3} \approx -1,054 \text{ m/s} \text{ và } v_2' = \frac{2v_1}{3} = \frac{2\sqrt{10}}{3} \approx 2,1 \text{ m/s}$$

Dấu “-” của  $v_1'$  cho thấy vật I sẽ bật ngược trở lại sau va chạm.

b) Sau va chạm, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho các quả cầu tại vị trí cân bằng và ở độ cao cực đại

$$m_1gl(1 - \cos\alpha_1) = \frac{1}{2}m_1v_1'^2$$

$$\Rightarrow \cos\alpha_1 = 1 - \frac{v_1'^2}{2gl} = 1 - \frac{10}{9 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1} \text{ hay } \alpha_1 \approx 19^\circ 19'$$

$$m_2gl(1 - \cos\alpha_2) = \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$\Rightarrow \cos\alpha_2 = 1 - \frac{v_2'^2}{2gl} = 1 - \frac{4 \cdot 10}{9 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1} \text{ hay } \alpha_2 \approx 38^\circ 65'$$

Góc lệch giữa hai sợi dây

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 = 58^\circ 13'$$

c) Khi các quả cầu biến dạng nhiều nhất, chúng có cùng vận tốc  $v'$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v'$$

$$\Rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1 = \frac{\sqrt{10}}{3} \text{ m/s}$$

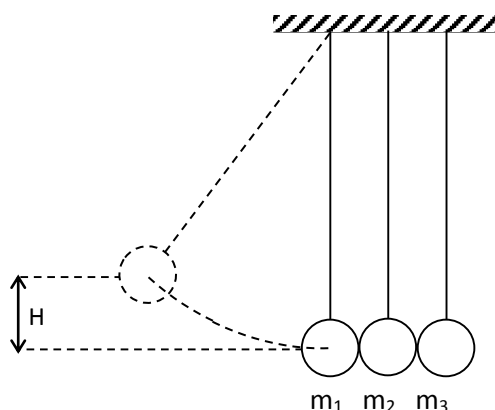
Lực căng các sợi dây

$$T_1 = m_1g + m_1\frac{v'^2}{l} = 1,1 \text{ N}$$

$$T_2 = m_2g + m_2\frac{v'^2}{l} = 2,2 \text{ N}$$

### **Bài 10. (Va chạm – Chuyển động của ba con lắc đơn)**

Ba quả cầu có cùng bán kính, khối lượng khác nhau, được buộc vào các sợi dây có chiều dài giống nhau và tiếp xúc với nhau (hình 4). Quả cầu  $m_1$  được kéo lệch lên đến độ cao  $H$  rồi thả ra. Cho rằng các quả cầu va chạm hoàn toàn đàn hồi xuyên tâm. Sau va chạm giữa quả cầu thứ nhất với quả cầu thứ hai và giữa quả cầu thứ hai với quả cầu thứ ba thì cả ba quả cầu có cùng động lượng.



1. Tìm mối liên hệ của  $m_2$  và của  $m_3$  theo  $m_1$ .
2. Tìm độ cao cực đại của các quả cầu 1 và 2 theo H.

**Đáp án**

1. + Xếp va chạm của quả cầu 1 với quả cầu 2: Gọi  $v$  là vận tốc của quả cầu  $m_1$  trước va chạm. Do sau va chạm giữa quả cầu thứ nhất với quả cầu thứ hai và giữa quả cầu thứ hai với quả cầu thứ ba thì cả ba quả cầu có cùng động lượng nên vận tốc quả cầu  $m_1$  sau va chạm là  $\frac{v}{3}$ . Gọi  $v_2$  là vận tốc quả cầu 2 trước va chạm với quả cầu 3.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng:  $m_1 v = m_1 \frac{v}{3} + m_2 v_2$  (1)

Va chạm hoàn toàn đàn hồi xuyên tâm nên áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$m_1 v^2 = m_1 \frac{v^2}{9} + m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Giải hệ (1), (2) ta được:  $v_2 = \frac{4}{3}v; m_2 = \frac{m_1}{2}$

+ Xếp va chạm của quả cầu 2 với quả cầu 3: sau va chạm với quả cầu 3, quả cầu 2 có vận tốc  $\frac{v_2}{2}$ ; quả cầu 3 có vận tốc  $v_3$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng:  $m_2 v_2 = m_2 \frac{v_2}{2} + m_3 v_3$  (3)

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:  $m_2 v_2^2 = m_2 \frac{v_2^2}{4} + m_3 v_3^2$  (4)

Giải hệ (3), (4) ta được:  $v_3 = \frac{3}{2}v_2; m_3 = \frac{m_2}{3} = \frac{m_1}{6}$

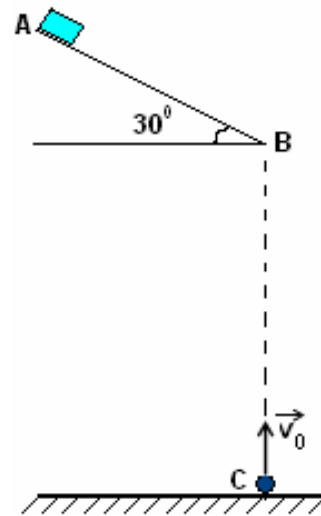
2. Độ cao cực đại  $m_1$  sau va chạm được tìm từ định luật bảo toàn cơ năng:  $\frac{1}{2} m_1 \frac{v^2}{9} = m_1 g H_1$

$$\Rightarrow H_1 = \frac{v^2}{18g} = \frac{2gH}{18g} = \frac{H}{9}$$

Tương tự:  $H_2 = \frac{v_2^2}{8g} = \frac{\frac{16}{9}v^2}{8g} = \frac{16 \cdot 2gH}{9 \cdot 8g} = \frac{4H}{9}$

**Bài 11. (Va chạm – Chuyển động của các vật bị nén)**

Một mái hiên tạo thành dốc AB dài 1,935 (m), nghiêng  $30^\circ$  so với phương nằm ngang. C là chân đường thẳng đứng hạ từ B xuống mặt đất. Từ A thả vật 1 có khối lượng  $m_1 = 0,2$  (kg) trượt trên AB, cùng lúc đó từ C bắn vật 2 có khối lượng  $m_2 = 0,4$  (kg) lên thẳng đứng.



Biết rằng hai vật sẽ va chạm vào nhau ở B, vật 2 xuyên vào vật 1 rồi cả hai cùng bay theo phương nằm ngang ngay sau khi va chạm. Hệ số ma sát giữa vật 1 và mặt AB là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10$  ( $\text{m/s}^2$ ).

Tìm độ cao của điểm B so với mặt đất và tính phần cơ năng đã tiêu hao khi vật 2 xuyên vào vật 1.

**Đáp án**

Chọn gốc thế năng ở B.

Phần thế năng vật 1 giảm khi trượt trên mái hiên đã chuyển hóa thành động năng của vật 1 ở B và công thắng lực ma sát khi nó trượt trên AB.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$m_1 \cdot g \cdot AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos 30^\circ \cdot AB$$

$$\Rightarrow v_1 = 4 \text{ (m/s)}$$

Vận tốc vật 1 khi tới B là 4 (m/s)

Gia tốc vật 1 khi trượt dốc :  $2 \cdot a_1 \cdot AB = v_1^2$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{v_1^2}{2 \cdot AB} = \frac{4^2}{2 \cdot 1,935} = 4,134 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Thời gian vật 1 trượt trên AB :

$$t = \frac{v_1}{a_1} = \frac{4}{4,134} = 0,967 \text{ (s)}$$

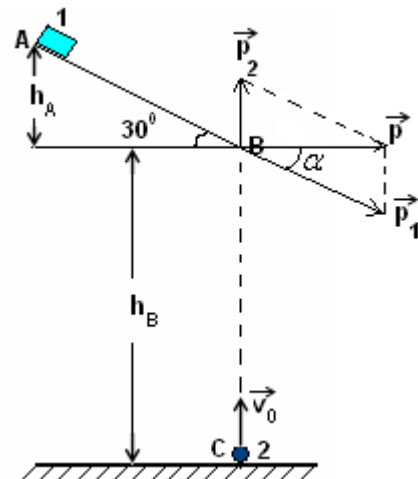
Tại B : Trước khi va chạm, động lượng của vật 1 là:

$$p_1 = m_1 v_1 = 0,2 \cdot 4 = 0,8 \text{ (kg.m/s)}$$

Trước khi va chạm, động lượng của vật 2 là:  $p_2 = m_2 v_2 = 0,4 v_2$  (1)

Xét giản đồ véctor động lượng ta có:

$$p_2 = p_1 \sin \alpha = 0,8 \sin 30^\circ = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4 \text{ (kg.m/s)} \quad (2)$$



Từ (1) và (2) ta được :  $v_2 = 1 \text{ (m/s)}$

Xét chuyển động thẳng lên của vật 2 ta nhận thấy rằng : Thời gian vật 2 lên tới B cũng bằng thời gian vật 1 trượt hết dốc.

Ta có:  $v_2 = v_0 - gt \Rightarrow v_0 = v_2 + gt = 1 + 10 \cdot 0,967 = 10,67 \text{ (m/s)}$

Độ cao của điểm B :

$$h_B = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 10,67 \cdot 0,967 - 0,5 \cdot 10 \cdot (0,967)^2 \\ \approx 5,6 \text{ (m)}$$

Tổng động lượng của hai vật trước khi va chạm :

$$p = p_1 \cos \alpha = 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,4\sqrt{3} \text{ (kg.m/s)}$$

Động lượng của hệ ngay sau va chạm :

$$p_s = (m_1 + m_2)v = (0,2 + 0,4)v = 0,6v$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:

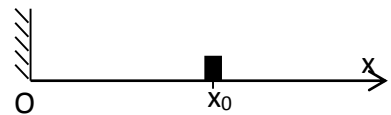
$$0,6v = 0,4\sqrt{3} \Rightarrow v = \frac{0,4\sqrt{3}}{0,6} \approx 1,15 \text{ (m/s)}$$

Độ tiêu hao năng lượng khi vật 2 xuyên vào vật 1 :

$$\Delta W = \left( \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \right) - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \\ = \left( \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 1^2 \right) - \frac{1}{2}(0,2 + 0,4) \cdot 1,15^2 \\ = 1,4 \text{ (J)}$$

### ***Bài 12. (Va chạm trực diện đàn hồi giữa một vật và một mặt phẳng cố định)***

Một hạt chuyển động dọc bán trục dương Ox và chịu tác dụng của lực  $F_x = -10,0\text{N}$  ( $F_y = 0$ ,  $F_z = 0$ ) đồng thời chịu tác dụng của lực ma sát có độ lớn  $F_{ms} = 1,0\text{N}$ . Góc O có một bức tường vuông góc với Ox, va chạm giữa hạt và tường (nếu có) là hoàn toàn đàn hồi. Hạt xuất phát từ  $x_0 = 1\text{m}$  với động năng ban đầu  $E_{od} = 10\text{J}$ . Tính chiều dài tổng cộng đường đi của hạt tới lúc dừng hẳn.



### ***Đáp án***

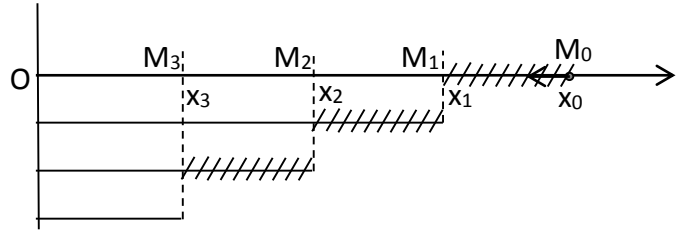
Gọi  $s$  là chiều dài tổng cộng quãng đường mà hạt đi được,  $M_0$  là vị trí ban đầu. Khi hạt dừng lại, tổng công dương của  $F_x$  và động năng ban đầu của hạt = độ lớn công lực ma sát:

$$A_F + E_{od} = A_{F_{ms}} \quad (1)$$

Có 2 trường hợp có thể xảy ra:

+ *Trường hợp 1*: Vận tốc ban đầu theo chiều ( - ) trục Ox.

- Vì va chạm đàn hồi nên tại O vận tốc đổi chiều và giữ nguyên độ lớn. Hạt mất NL do ma sát nên lần dừng lại thứ nhất ở  $M_1$  có tọa độ  $x_1 < x_0$ , công dương  $F_x$  khi hạt dịch chuyển từ  $M_0 \rightarrow O \rightarrow M_1$  là



$$A_1 = |F_x| \cdot (x_0 - x_1)$$

- Tương tự: ở lần dừng lại thứ hai tại  $M_2$  ( $x_2 < x_1$ ), công dương khi hạt từ  $M_1 \rightarrow O \rightarrow M_2$  là

$$A_2 = |F_x| \cdot (x_1 - x_2) \dots$$

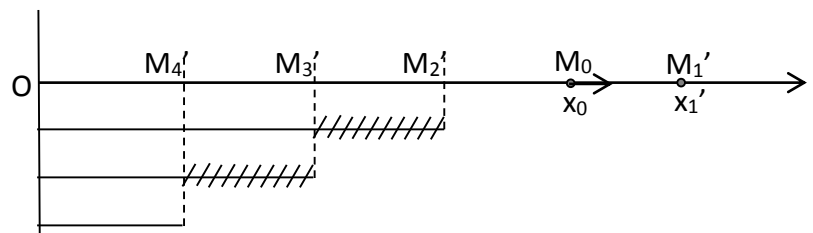
- Khi hạt dừng hẳn ở O, tổng công lực  $F_x$  là

$$A_F = A_1 + A_2 + A_3 + \dots = |F_x| \cdot x_0$$

- Thay vào (1):  $|F_x| \cdot x_0 + E_{\text{od}} = |F_{\text{ms}}| \cdot s \rightarrow s = 20\text{m}$

+ *Trường hợp 2*: Vận tốc ban đầu cùng chiều dương.

- Lần thứ nhất vật dừng lại ở  $M_1'$  có tọa độ  $x_1' > x_0$ . Lập luận tương tự trên, công  $F_x$  thực hiện được khi hạt từ  $M_1'$  đến khi dừng hẳn là công dương:  $A_1' = |F_x| \cdot x_1'$ .



- Công  $F_x$  khi vật đi từ  $M_0$  đến  $M_1'$  là công âm:  $A_2' = |F_x| \cdot (x_0 - x_1')$

$\rightarrow$  Công tổng cộng của lực  $F_x$  là  $A_F' = A_1' + A_2' = |F_x| \cdot x_0$

Thay vào (1)  $\rightarrow s = 20\text{m}$ .

### ***Bài 12. (Va chạm trực diện không đàn hồi giữa một vật và một mặt phẳng cố định)***

Một quả bóng bần bắt đầu rơi tự do từ độ cao  $h$  so với mặt sàn. Sau khi va chạm với mặt sàn nó lại nảy lên nhưng mất đi một phần động năng. Tính thời gian chuyển động của quả bóng bần nếu coi rằng tỉ số của độ lớn vận tốc của nó sau và trước mỗi lần va chạm với mặt sàn không đổi và bằng  $e$  ( $e < 1$ ). Gia tốc rơi tự do bằng  $g$ .

#### ***Đáp án***

Quả bóng rơi tự do nên thời gian từ lúc rơi đến lúc chạm sàn lần đầu tiên là  $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .

Gọi vận tốc trước va chạm lần va chạm đầu tiên là  $v$  và  $v_1$ . Ta có  $v^2 = 2gh$  và  $\frac{v_1}{v} = e$

Sau khi va chạm lần 1 quả bóng nảy lên tới độ cao  $h_1$  rồi lại rơi xuống:

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{e^2 v^2}{2g} = e^2 h$$

Do lực cản của không khí bỏ qua nên độ lớn vận tốc của bóng trước va chạm thứ 2 là  $v_1$  và

$$\text{thời gian giữa hai lần va chạm thứ nhất và thứ 2 là } t_1 = 2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2e\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Tương tự thời gian ngắn nhất giữa va chạm thứ 2 và thứ 3 là  $t_2 = 2e^2\sqrt{\frac{2h}{g}}$  và thời gian

$$\text{ngắn nhất giữa va chạm thứ } n \text{ và thứ } n+1 \text{ là: } t_n = 2e^n\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

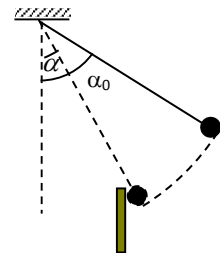
Vậy thời gian từ lúc rơi đến va chạm thứ  $(n+1)$  là

$$\begin{aligned} t &= t_1 + t_2 + \dots + t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e\sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e^2\sqrt{\frac{2h}{g}} + \dots + 2e^n\sqrt{\frac{2h}{g}} \\ &= \sqrt{\frac{2h}{g}}(2(1 + e + e^2 + \dots + e^n) - 1) \end{aligned}$$

Thời gian chuyển động của quả bóng từ lúc bắt đầu rơi tới khi dừng hẳn:  $t_{n \rightarrow \infty} = \frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}$

### **Bài 13. (Va chạm xiên đàn hồi giữa một vật và một mặt phẳng cố định)**

Con lắc đơn gồm sợi dây có chiều dài  $l = 1$  m, khối lượng  $m = 500$  g, được treo vào một điểm cố định. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng sao cho dây treo hợp phương thẳng đứng góc  $\alpha_0 = 60^\circ$  rồi thả nhẹ. Khi vật chuyển động đến vị trí dây treo hợp phương thẳng đứng góc  $\alpha = 30^\circ$  thì va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát, dây không giãn. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$



a) Tìm vận tốc của vật và lực căng sợi dây ngay trước khi vật va chạm với mặt phẳng.

b) Tìm độ cao lớn nhất mà vật đạt được sau lần va chạm thứ nhất.

#### **Đáp án**

a) Chọn mốc tính độ cao ở vị trí va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng

$$mgh = mv^2/2 \rightarrow v = (2gh)^{1/2}$$

Với  $h = l(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$



$$\rightarrow v = [2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)]^{1/2} = 2,7 \text{ m/s}$$

Áp dụng định luật II Niu-tơn:

$$T - mg\cos\alpha = mv^2/2 \rightarrow T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = 7,79 \text{ N.}$$

b) V va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định nên ngay sau va chạm vật có vận tốc đối xứng với vận tốc trước va chạm qua mặt phẳng thẳng đứng

$$v' = v = (2gh)^{1/2}$$

Ngay sau va chạm thành phần vận tốc  $v'_x = v' \sin 30^\circ = (2gh)^{1/2} \sin 30^\circ$  sẽ kéo vật chuyển động đi lên.

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: } mgH_{\max} = mv'_x{}^2/2 \rightarrow H_{\max} = h/4 \approx 9 \text{ cm}$$

#### **Bài 14. (Va chạm xiên không đàn hồi giữa một vật và một mặt phẳng cố định)**

Một viên gạch được ném từ mặt sàn nằm ngang với góc ném  $\alpha$ . Biết trong quá trình chuyển động, bề mặt lớn của viên gạch luôn song song với sàn và khi va chạm với sàn viên gạch không nảy lên. Hệ số ma sát trượt giữa viên gạch và sàn là  $\mu$ . Xác định góc  $\alpha$  để viên gạch dừng lại cách điểm ném xa nhất.

#### **Đáp án**

Gọi  $t_1$  là thời gian từ lúc ném viên gạch đến lúc nó chạm đất (viên gạch chuyển động như vật ném xiên).  $t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

Khoảng cách từ điểm rơi đến điểm ném là :

$$S_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t_1 = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot 2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$$

Ngay trước khi va chạm với sàn viên gạch vẫn giữ nguyên vận tốc là  $v_0$  và hợp với phương ngang góc  $\alpha$ . Ngay sau khi va chạm thì viên gạch có vận tốc là  $\vec{v}$  ( $\vec{v}$  hướng theo phương ngang)

Vì thời gian va chạm là nhỏ lên ta có công thức :

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_x \cdot \Delta t = \Delta \vec{P}_x \\ \vec{F}_y \cdot \Delta t = \Delta \vec{P}_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -F_{ms} \cdot \Delta t = m(v - v_0) \cdot \cos \alpha \\ N_0 \cdot \Delta t = m v_0 \sin \alpha \\ F_{ms} = \mu N_0 \end{cases}$$

$$v = v_0(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$$

Sau đó viên gạch trượt trên sàn với gia tốc :  $a = -\mu g$

$$S_2 = \frac{v_0^2 (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)^2}{2\mu g}$$

Vậy viên gạch dừng lại cách điểm ném 1 khoảng :

$$S = s_1 + s_2 = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g} + \frac{v_0^2 (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)^2}{2\mu g} = \frac{v_0^2}{2\mu g} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)^2$$

Theo định lý Bunhiacopski thì :  $(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)^2 \leq (1 + \mu^2)$

$$s \leq \frac{v_0^2}{2\mu g} (1 + \mu^2)$$

Dấu bằng xảy ra khi  $\mu = \tan \alpha$

Biện luận :

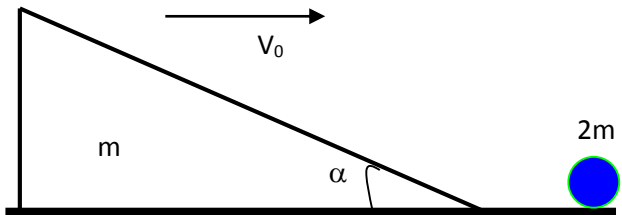
+ ) Để  $v > 0$  thì  $(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) > 0 \Leftrightarrow \mu < \cot \alpha$ .

$$s_{\max} = \frac{v_0^2}{2\mu g} (1 + \mu^2) \text{ khi } \mu = \tan \alpha$$

+ ) Khi  $\mu \geq \cot \alpha$  thì  $s = s_{1\max} = \frac{v_0^2}{g}$  khi  $\alpha = 45^\circ$

### **Bài 15. (Va chạm giữa quả cầu v và n ên)**

Giả sử n ên đang có vận tốc  $v_0 \rightarrow$  đến va chạm hoàn toàn đàn hồi v ào một quả cầu nhỏ có khối lượng  $2m$  đang đứng yên (h ình).



a) Sau va chạm n ên không nảy lên. Để n ên tiếp tục chuyển động theo hướng ban đầu thì góc n ên  $\alpha$  phải nhỏ hơn một giới hạn  $\alpha_0$ . Tìm  $\alpha_0$ .

b) Cho  $V_0=5\text{m/s}$  ;  $g=10\text{m/s}^2$  ;  $\alpha=30^\circ$ . Xác định khoảng thời gian quả cầu va chạm với n ên lần 2. Coi sức cản của không khí không đáng kể.

### **Đáp án**

Ngay khi n ên va chạm v ào quả cầu phản lực  $F$  truyền cho quả cầu vận tốc  $V_2$ . Ngay sau va chạm xung lực  $F$  có phương vuông góc với mặt n ên, n ên  $V_2$  có phương hợp với phương thẳng đứng 1 góc  $\alpha$ .

Xét theo phương ngang: Theo định luật bảo toàn động lượng:  $mV_0=mV_1+2mV_2\sin\alpha$

$$\Rightarrow V_0=V_1+2V_2.\sin\alpha \quad (1)$$

Va chạm hoàn toàn đàn hồi n ên :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}2mV_2^2 \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + 2V_2^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$V_2 = \frac{2V_0 \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 1} \quad (3)$$

$$V_1 = \frac{V_0(1 - 2 \sin^2 \alpha)}{1 + 2 \sin^2 \alpha} \quad (4)$$

a) Để n ên tiếp tục chuyển động theo hướng cũ thì  $V_1 > 0$

$$\sin \alpha < \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ \Rightarrow \alpha < \alpha_0 = 45^\circ$$

b) Khi  $V_0 = 5 \text{ m/s}$ ;  $\alpha = 30^\circ$

Từ (3) (4) suy ra:  $v_2 = \frac{2V_0}{3}$ ;  $v_1 = \frac{V_0}{3}$

sau va chạm: - N ên chuyển động theo hướng cũ với  $v_1 = \frac{V_0}{3}$  Quả cầu chuyển động xi ên

g óc với  $v_2 = \frac{2V_0}{3}$

V i  $V_{2x} = V_1$  n ên sau khoảng thời gian  $t$  quả cầu rơi vào n ên.

Thời gian bay của quả cầu trong không khí

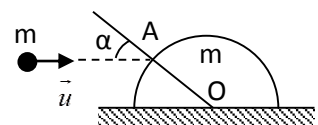
$$V_{2y} = V_2 \cos \alpha - gt = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_2 \cos 30^\circ}{g}$$

vậy thời gian quả cầu va chạm với n ên lần 2 là  $t = 2t_1$

$$t = \frac{4V_0 \cos 30^\circ}{3g} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58 \text{ (s)}$$

**B ài 16. (Va chạm giữa quả cầu và bán cầu)**

Một khối bán cầu tâm O, khối lượng m, được đặt sao cho mặt phẳng của khối nằm trên một mặt phẳng nằm ngang. Một vật nhỏ có khối lượng m bay theo phương ngang với vận tốc u tới va chạm với bán cầu tại điểm A sao cho bán kính OA tạo với phương ngang một góc  $\alpha$  (Hình ). Coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Bỏ qua mọi ma s ấ.

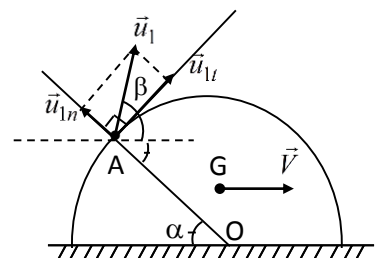


Hãy xác định theo m, u và  $\alpha$  :

- a) Vận tốc của khối bán cầu sau va chạm.
- b) Độ lớn của xung lực do s ản t ác dụng lên bán cầu.

**Đáp án**

a) Gọi  $u_1, v$  lần lượt là vận tốc của vật nhỏ và bán cầu ngay sau va chạm. Vectơ  $\vec{u}_1$  hợp với phương ngang một góc  $\beta$ .



áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang và bảo toàn cơ năng ta có :

$$mu = mu_1 \cos \beta + mV$$

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow u - V = u_1 \cos \beta$$

$$u^2 - V^2 = u_1^2$$

$$\Rightarrow u = \frac{1 + \cos^2 \beta}{2 \cos \beta} \cdot u_1 \quad (1)$$

$$V = \frac{\sin^2 \beta}{2 \cos \beta} \cdot u_1 = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{2} u_1 \cos \beta \quad (2)$$

Phân tích :  $\vec{u}_1 = \vec{u}_{1t} + \vec{u}_{1n}$

Thành phần  $\vec{u}_{1t} = \vec{u}_t$  không thay đổi trong suốt quá trình va chạm nên ta có

$$u_1 \cos \left( \alpha + \beta - \frac{\pi}{2} \right) = u \sin \alpha \Rightarrow u = u_1 \cos \beta (1 + \tan \beta \cdot \cot \alpha) \quad (3)$$

Từ (1), (3) suy ra :  $\frac{1 + \cos^2 \beta}{2 \cos^2 \beta} \cdot u_1 \cos \beta = u_1 \cos \beta (1 + \tan \beta \cdot \cot \alpha)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \tan^2 \beta + 1 = 1 + \tan \beta \cdot \cot \alpha \Rightarrow \tan \beta = 2 \cot \alpha \quad (4)$$

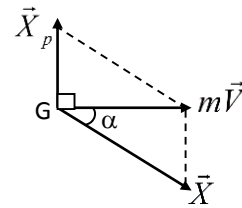
Thế (4) vào (3) rút ra :  $u_1 \cos \beta = \frac{u}{1 + 2 \cot^2 \alpha}$  (5)

Thay (4) và (5) vào (2), ta được :  $v = \frac{2 \cot^2 \alpha}{1 + 2 \cot^2 \alpha} \cdot u = \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \cdot u = \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \cdot u$

Vậy vận tốc của khối bán cầu sau va chạm là :  $v = \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \cdot u$

b) Trong quá trình va chạm, khối bán cầu chịu tác dụng của 2 xung lực :

$\vec{x}$  (do vật tác dụng) và phản xung  $\vec{x}_p$  (do sàn tác dụng).



Ta có :  $\vec{x} + \vec{x}_p = \Delta P = m\vec{V}$ . Suy ra :  $x_p = mV \tan \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \cdot m \cdot u$

## 5.2. Các bài tập tự giải

**Bài 1:** Một xà lan có khối lượng  $1,5 \cdot 10^5$  kg đi xuôi dòng sông với tốc độ 6,2 m/s trong sương mù dày, và va chạm vào một mạn xà lan hướng mũi ngang dòng sông, xà lan thứ 2 có khối lượng  $2,78 \cdot 10^5$  kg chuyển động với tốc độ 4,3m/s, Ngay sau va chạm thấy hướng đi của xà lan thứ 2 bị lệch đi  $18^\circ$  theo phương xuôi dòng nước và tốc độ của nó tăng tới 5,1 m/s. Tốc độ dòng nước thực tế bằng 0, vào lúc tai nạn xảy ra. Tốc độ và phương chuyển động của xà lan thứ nhất ngay sau va chạm là bao nhiêu? Bao nhiêu động năng bị mất trong va chạm?

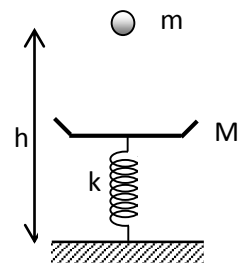
**Đáp số:**  $v_1' = 3,43 \text{ m/s}$  và chuyển động lệch so với phương ban đầu  $17,3^\circ$

Động năng bị mất sau va chạm :  $\Delta E = 0,955 \text{ MJ}$

**Bài 2:** Hai quả cầu nhỏ A và B giống nhau, mỗi quả có khối lượng  $m$ . Lúc đầu, quả cầu A chuyển động với vận tốc  $\vec{v}_0$  đến va chạm vào quả cầu B đang đứng yên, va chạm là hoàn toàn đàn hồi, không xuyên tâm,  $\vec{v}_0$  hợp với đường thẳng nối tâm hai quả cầu một góc  $\alpha = 60^\circ$ . Trong thời gian va chạm, hai quả cầu biến dạng và một phần động năng của quả cầu A biến thành thế năng biến dạng đàn hồi của hai quả cầu và khi chúng nảy ra thì thế năng này biến thành động năng. Tính tỉ số giữa phần thế năng biến dạng đàn hồi cực đại và động năng ban đầu của quả cầu A.

**Đáp số:**  $k = \frac{1}{8}$

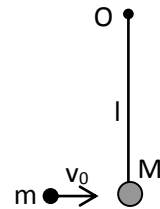
**Bài 3:** Một đĩa có khối lượng  $M = 100 \text{ g}$  được gắn vào một lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 60 \text{ cm}$  và độ cứng  $k = 50 \text{ N/m}$  (như hình vẽ). Từ độ cao  $h$ , người ta thả rơi tự do một vật nhỏ có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  không vận tốc ban đầu. Vật  $m$  rơi xuống và dính chặt vào đĩa  $M$ . Biết lực nén cực đại của lò xo lên sàn là  $F_{\max} = 8,4 \text{ N}$ . Hỏi vật  $m$  được thả rơi từ độ cao  $h$  bằng bao nhiêu? Bỏ qua mọi lực cản và khối lượng của lò xo. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**Đáp số:**  $h = 1,3792 \text{ m}$

**Bài 4:** Một vật nhỏ khối lượng  $M = 100 \text{ g}$  treo vào đầu sợi dây lý tưởng, chiều dài  $l = 20 \text{ cm}$  (Hình vẽ). Dùng vật nhỏ  $m = 50 \text{ g}$  có tốc độ  $v_0$  bắn vào  $M$ . Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Coi va chạm là tuyệt đối đàn hồi.

- Xác định  $v_0$  để  $M$  lên đến vị trí độ lệch nằm ngang.
- Xác định  $v_0$  tối thiểu để  $M$  chuyển động tròn xung quanh  $O$ .
- Cho  $v_0 = \frac{3\sqrt{7}}{2} \text{ m/s}$ , xác định chuyển động của  $M$ .

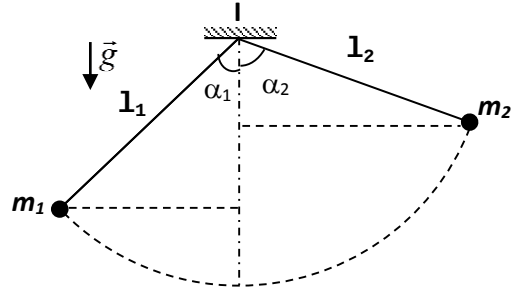


**Đáp số:** a)  $v_0 = 3 \text{ m/s}$ .

b)  $v_0 = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ m/s}$ ;

c)  $M$  bắt đầu rời quỹ đạo tròn tại  $D$  với vận tốc  $v_D$ , có hướng hợp với phương ngang góc  $60^\circ$ . Từ  $D$  vật  $M$  chuyển động như vật ném xiên.

**Bài 5:** Hai quả cầu có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  được treo vào cùng một điểm bằng hai dây có chiều dài tương ứng là  $l_1 = l_2 = l$ . Kéo hai quả cầu về hai phía sao cho các dây lập với phương thẳng đứng các góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  rồi thả nhẹ. Khi đến vị trí thấp nhất thì hai quả cầu va chạm với nhau. Biết va chạm mềm. Xác định góc lệch lớn nhất của hai dây so với phương thẳng đứng?



Áp dụng bằng số:

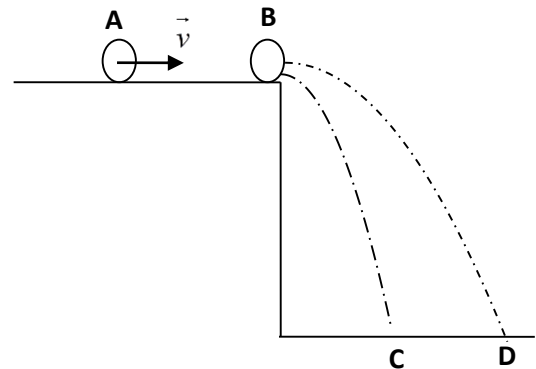
$$m_1 = 10\text{g}; m_2 = 30\text{g}; \alpha_1 = 60^\circ, \alpha_2 = 90^\circ.$$

**Đáp số:**  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{m_1 \sin \frac{\alpha_1}{2} - m_2 \sin \frac{\alpha_2}{2}}{m_1 + m_2}$

Áp dụng bằng số:  $\sin \frac{\alpha}{2} \approx -0,405 \Rightarrow \alpha = -47,78^\circ$  hai con lắc lệch sang trái.

**Bài 6:** Hai viên bi A, B có khối lượng  $m_1, m_2$  ( $m_1 > m_2$ ).

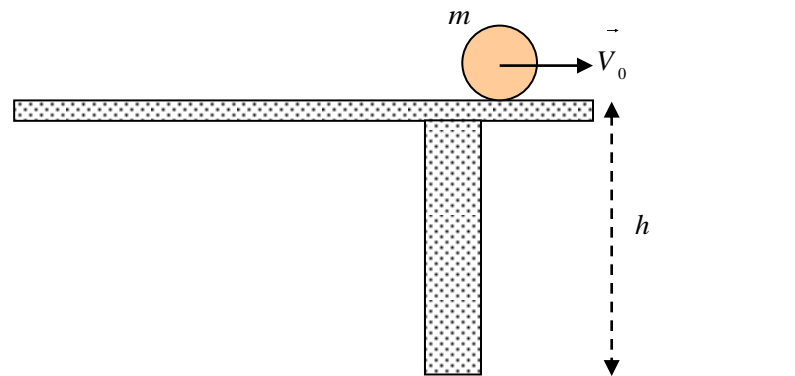
Bi A chuyển động đều với vận tốc  $v$  tới va chạm xuyên tâm, tuyệt đối đàn hồi với bi B đứng yên. Sau khi va chạm cả hai rơi trong không khí và chạm sàn tại C, D. Chứng tỏ rằng khoảng cách CD không phụ thuộc khối lượng của hai bi. Tìm tỉ số khối lượng của hai bi sao cho góc rơi của chúng khi chạm sàn là  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  thỏa  $\alpha_1 = 2\alpha_2$ .



Bỏ qua mọi ma sát.

**Đáp số:**  $\frac{m_2}{m_1} = \tan^2 \alpha_2$

**Bài 7:** Vật  $m$  đang chuyển động đều với vận tốc  $v_0 = 5\text{m/s}$  trên mặt bàn nằm ngang cách mặt đất một độ cao  $h = 1\text{m}$  thì rời khỏi mép bàn,  $m$  va chạm với mặt đất không bị nảy lên rồi tiếp tục chuyển động trên mặt đất nằm ngang. Hệ số ma sát giữa  $m$  và mặt đất là  $\mu = 0,4$ . Tìm độ dời xa nhất mà vật  $m$  có thể thực hiện được theo phương ngang, kể từ mép bàn.



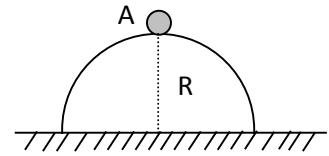
Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ , cho rằng mặt đất đủ cứng, bỏ qua lực cản không khí

**Đáp số:** 3,52m

**Bài 7:** Cho một quả cầu nhỏ trượt không vận tốc ban đầu từ đỉnh mặt phẳng nghiêng (tròn nhẵn, dài  $L$ ) xuống phía dưới. Khi quả cầu nhỏ trượt đến chân mặt phẳng nghiêng, va chạm với tấm chắn và bị bật trở lại. Trong mỗi lần va chạm, độ lớn vận tốc sau va chạm chỉ bằng  $4/5$  độ lớn vận tốc trước va chạm. Hãy tính quãng đường mà quả cầu đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng lại.

**Đáp số:**  $s = \frac{41}{9}L$ .

**Bài 8:** Một vật nhỏ trượt không ma sát với vận tốc ban đầu bằng không từ điểm cao nhất A của một bán cầu có bán kính R và đặt cố định trên sàn nằm ngang, sau đó vật rơi xuống sàn và nảy lên (hình vẽ). Bỏ qua sức cản của không khí. Biết va chạm của vật với sàn là hoàn toàn đàn hồi. Độ cao cực đại mà vật đạt được (tính từ mặt sàn) sau khi va chạm là  $H = 69\text{cm}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



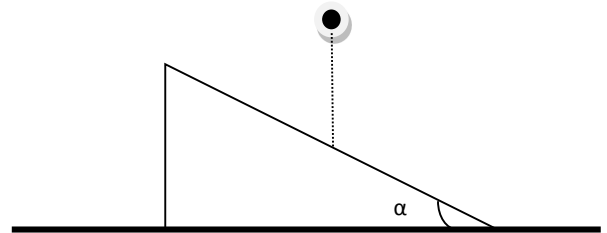
1. Tính bán kính R của mặt cầu.

2. Xác định vận tốc của vật lúc nó vừa rời mặt cầu.

**Đáp số:** 1.  $R = \frac{27}{23}H = 81\text{cm}$

2.  $v_B = 23,24\text{cm/s}$ ;  $\vec{v}_B$  hợp với phương ngang một góc  $\alpha$  với  $\cos\alpha = \frac{2}{3}$

**Bài 9:** Một vật nhỏ có khối lượng m được thả không vận tốc đầu xuống mặt phẳng nghiêng của một chiếc nêm có khối lượng M và góc nghiêng  $\alpha$ . Giả thiết nêm chỉ chuyển động tịnh tiến trên mặt phẳng ngang. Bỏ qua mọi ma sát. Biết vận tốc của vật ngay trước va chạm là  $v_0$ .



a) Tìm vận tốc của vật và nêm ngay sau va chạm.

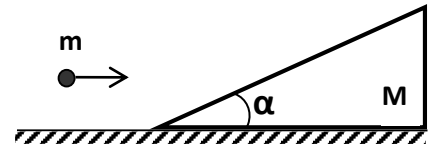
b) Xác định góc  $\alpha$  để sau va chạm vận tốc của nêm là lớn nhất.

**Đáp số:** a) vận tốc của vật m ngay sau va chạm:  $v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \frac{m}{M(1 + K^2)}}}$

vận tốc của nêm ngay sau va chạm:  $v = \frac{m}{M} \frac{v_0}{\sqrt{1 + K^2 + \frac{m}{M}}}$

$$b) \cot \alpha = \sqrt{1 + \frac{m}{M}}$$

**Bài 10:** Một chiếc nêm khối lượng  $M$ , mặt nêm nhẵn nằm trên mặt phẳng nhẵn, nằm ngang. Góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang của nêm là  $\alpha$  (Hình vẽ). Một viên bi khối lượng  $m$  bay với vận tốc  $v_0$  theo phương ngang đến và chạm đàn hồi với nêm. Xác định tỉ số  $m/M$ , biết rằng sau va chạm một thời gian nào đó viên bi rơi trở lại nêm đúng vào điểm mà nó đã va chạm với nêm trước đó.



**Đáp số:**  $\frac{m}{M} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \cot^2 \alpha - 1$



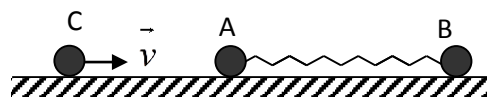
## CHƯƠNG 6

### HỆ THỐNG BÀI TẬP VỀ HỆ VẬT

#### 6.1. Các bài tập có lời giải

##### **Bài 1.** (Chuyển động của hệ vật được li ên kết bởi lò xo)

Ở hai đầu một lò xo khối lượng không đáng kể chiều dài  $l_0$  và độ cứng  $k$ , có gắn hai quả cầu A và B có cùng khối lượng  $m$  nằm yên trên mặt bàn nằm ngang nhẵn. Quả cầu C có khối lượng  $m$  chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  đến va chạm hoàn



toàn đàn hồi vào quả cầu A. Cho biết thế năng đàn hồi của lò xo:  $W_t = \frac{1}{2}kx^2$ , với  $x$  là độ biến dạng của lò xo.

- Hãy chứng tỏ hai quả cầu A và B luôn chuyển động về cùng một phía.
- Tìm vận tốc của A và B và khoảng cách giữa chúng vào thời điểm độ biến dạng của lò xo đạt cực đại.

##### **Đáp án**

a) Giả sử ngay sau khi quả cầu C va chạm vào quả cầu A, vận tốc của quả cầu A và quả cầu B lần lượt là  $v_1, v_2$

Định luật bảo toàn động lượng:  $mv = mv_1 + mv_2$

$$\text{Định luật bảo toàn cơ năng: } \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\rightarrow v = v_1 + v_2 \text{ và } \frac{kx^2}{m} = 2v_1v_2$$

Vì  $\frac{kx^2}{m} > 0$  nên  $v_1v_2 > 0 \rightarrow$  Hai quả cầu A và B luôn chuyển động về cùng một phía.

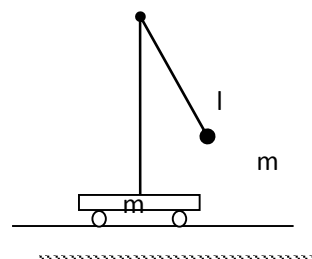
b) Khi độ biến dạng của lò xo  $x_{\max}$  thì  $v_1 = v_2 = \frac{v}{2}$

$$\text{Do đó } x_{\max} = v \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$\text{Khoảng cách giữa hai quả cầu A và B: } l = l_0 \pm l = l_0 \pm v \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

##### **Bài 2.** (Chuyển động của hệ vật được li ên kết bởi dây nối)

Trên một xe lăn khối lượng  $m$  đặt trên sàn nằm ngang có gắn một thanh nhẹ thẳng đứng đủ dài. Một vật nhỏ cũng có khối lượng  $m$  buộc vào đầu thanh bằng một dây treo nhẹ, không dãn, chiều dài  $l$



(hình vẽ). Ban đầu xe lăn và vật cùng ở vị trí cân bằng. Truyền tức thời cho vật một vận tốc ban đầu  $v_0$  có phương nằm ngang trong mặt phẳng hình vẽ. Bỏ qua mọi ma sát.

a) Tìm  $v_0$  nhỏ nhất để vật quay tròn quanh điểm treo.

b) Với  $v_0 = 2\sqrt{gl}$ . Tìm lực căng dây khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 30^\circ$  và vật vẫn ở dưới điểm treo.

### Đáp án

a) Để vật quay hết một vòng quanh điểm treo thì lực căng dây ở điểm cao nhất

$$T \geq 0$$

Gọi  $v_1, v_{21}$  là vận tốc của xe lăn và vận tốc của vật với xe lăn ở điểm cao nhất.

Động lượng của hệ được bảo toàn theo phương ngang:

$$m \cdot v_0 = m \cdot v_1 + m \cdot (v_1 + v_{21}) \rightarrow v_0 = 2 \cdot v_1 + v_{21} \quad (1)$$

Bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m (v_1 + v_{21})^2 + 2 m g l \quad (2)$$

Chọn hệ quy chiếu gắn với xe tại thời điểm vật ở điểm cao nhất. Hệ quy chiếu này là một hệ quy chiếu quán tính vì tại điểm cao nhất lực căng dây có phương thẳng đứng nên thành phần lực tác dụng lên xe theo phương ngang sẽ bằng 0  $\rightarrow$  xe không có gia tốc.

Định luật II Newton cho vật ở điểm cao nhất:

$$mg + T = m \frac{v_{21}^2}{l} \quad (3)$$

Kết hợp với điều kiện  $T \geq 0$  (4).

Từ 4 phương trình trên ta tìm được:  $v_0 \geq 3\sqrt{gl}$

b) Gọi  $v_1, v_{21}$  là vận tốc của xe lăn và vận tốc của vật với xe lăn khi có góc lệch  $\alpha = 30^\circ$ .

Chọn hệ quy chiếu chuyển động với vận tốc  $v_1$ . Đây là một hệ quy chiếu quán tính.

Động lượng của hệ được bảo toàn theo phương ngang:

$$m \cdot (v_0 - v_1) + m \cdot (-v_1) = m \cdot v_{21} \cdot \cos \alpha \rightarrow v_0 = 2 \cdot v_1 + v_{21} \cdot \cos 30 \quad (1)$$

Bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2} m (v_0 - v_1)^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_{21}^2 + m g l (1 - \cos 30) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: 
$$v_{21}^2 = \frac{4gl \cos 30}{2 - \cos^2 30} = \frac{8\sqrt{3}gl}{5}$$

Chọn hệ quy chiếu gắn với xe:

Định luật II Newton cho xe và vật:

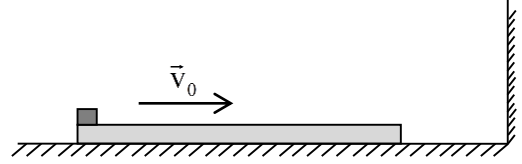
$$T \cdot \sin \alpha = m \cdot a_1 = F_{qt}$$

$$T + F_{qt} \cdot \sin \alpha - mg \cdot \cos \alpha = m \frac{v_{21}^2}{l}$$

$$\rightarrow T = \frac{mg \cdot \cos 30 + m \frac{v_{21}^2}{l}}{1 + \sin^2 30} = \frac{42\sqrt{3}}{25} mg$$

**Bài 3. (Chuyển động của vật trên mặt tấm ván nằm ngang)**

Tại đầu một tấm ván người ta đặt một vật nhỏ có khối lượng bằng hai lần khối lượng tấm ván. Ban đầu cả hai vật đang chuyển động thẳng đều với vận tốc  $\vec{v}_0$  hướng về phía bức tường thẳng đứng



(Hình vẽ). Vectơ vận tốc hướng dọc theo tấm ván và vuông góc với tường. Bỏ qua ma sát giữa tấm ván và mặt bàn. Coi va chạm giữa tấm ván và tường là tuyệt đối đàn hồi và xảy ra tức thời, còn hệ số ma sát giữa vật và ván bằng  $\mu$ .

1. Tìm quãng đường  $x_1$  mà vật nhỏ đi được so với tấm ván sau lần va chạm đầu tiên.
2. Tìm độ dài cực tiểu của tấm ván để vật không bao giờ chạm vào tường.

Cho biết:  $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$

**Đáp án**

-Sau khi va chạm với tường, ván có vận tốc  $v_0$  hướng ngược lại.

Do vật không rời ván nên áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng, ta có:

$$2mv_0 - mv_0 = 3m \cdot v_1$$

$$\mu \cdot 2mg \cdot x_1 = \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot 3mv_1^2,$$

trong đó  $v_1$  là vận tốc khi vật và ván khi vật đã ngừng trượt trên ván,  $x_1$  là quãng đường vật đi được trên ván sau va chạm đầu tiên.

Giải hệ trên  $\rightarrow v_1 = \frac{v_0}{3}; x_1 = \frac{2v_0^2}{3\mu g}$

2. Sau khi vật dừng lại trên ván, vật và ván lại tiếp tục chuyển động như một vật với vận tốc  $v_1$  hướng vào tường, quá trình lặp lại như trên. Sau va chạm lần hai, vận tốc của vật và ván khi vật đã ngừng trượt và quãng đường  $x_2$  vật đi thêm được so với ván:

$$v_2 = \frac{v_1}{3}; x_2 = \frac{2\left(\frac{v_1}{3}\right)^2}{3\mu g} \cdot \frac{1}{g}$$

Quá trình như vậy lặp lại nhiều lần, và tổng quãng đường vật đi được trên ván là :

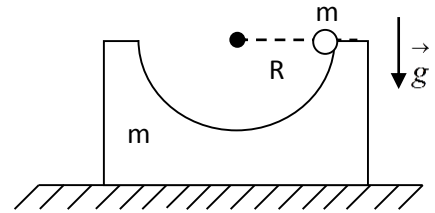
$$s = s_1 + s_2 + \dots + s_n = \frac{2v_0^2}{3\mu g} \left( 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} + \dots + \frac{1}{9^n} \right) = \frac{2v_0^2}{3\mu g} \cdot \frac{1 - \frac{1}{9^n}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3v_0^2}{4\mu g} \left( 1 - \frac{1}{9^n} \right).$$

Để vật không rời ván thì độ dài ván lớn hơn hoặc bằng quãng đường  $s$  sau nhiều lần va chạm ( $n \rightarrow \infty$ ):

$$l \geq \lim_{n \rightarrow \infty} s = \frac{3v_0^2}{4\mu g}. \text{ Vậy để vật không va vào tường độ dài tối thiểu của ván là } l = \frac{3v_0^2}{4\mu g}$$

#### Bài 4. (Chuyển động của vật trong lòng một máng tròn)

Một máng có khối lượng  $m$ , bán kính  $R$ , hình bán trụ đứng yên trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Một vật nhỏ có cùng khối lượng với máng được thả không vận tốc ban đầu từ mép máng sao cho nó bắt đầu trượt không ma sát trong lòng. Tính vận tốc của vật tại thời điểm khi vật trượt tới vị trí thấp hơn vị trí ban đầu một khoảng  $R/2$ .



Tại điểm thấp nhất vật đè lên máng một lực bằng bao nhiêu? Trong trường hợp mặt phẳng r áp, hỏi hệ số ma sát giữa máng và mặt phẳng phải bằng bao nhiêu để máng luôn luôn đứng yên trong quá trình chuyển động của vật? Coi vật chuyển động trong tiết diện thẳng đứng của hình trụ.

#### Đáp án

Xét hệ vật và máng khi vật trượt được góc  $\alpha$ , kí hiệu  $\vec{v}_{12}$  là vận tốc của vật so với máng,  $\vec{v}_{23}$  là vận tốc của máng so với đất,  $\vec{v}_{13}$  là vận tốc của vật so với đất. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo Ox

$$mv_{23} + m(v_{23} - v_{12} \sin \alpha) = 0 \Rightarrow v_{12} \sin \alpha = 2v_{23} \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$mgR \sin \alpha = \frac{mv_{23}^2}{2} + \frac{mv_{13}^2}{2} \quad (2)$$

Áp dụng công thức cộng vận tốc:

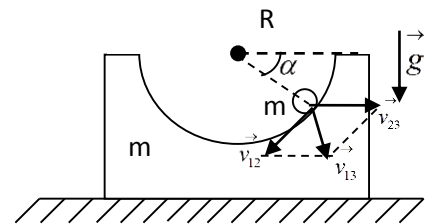
$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow v_{13}^2 = v_{12}^2 + v_{23}^2 - 2 \cdot v_{12} v_{23} \sin \alpha \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta tìm được:

$$v_{12} = 2\sqrt{\frac{gR \sin \alpha}{2 - \sin^2 \alpha}}; \quad v_{23} = \sqrt{\frac{gR \sin^3 \alpha}{2 - \sin^2 \alpha}}$$

Khi vật trượt đến vị trí thấp hơn vị trí ban đầu một khoảng  $R/2$  thì  $\sin \alpha = 1/2$  ta tìm được:

$$v_{12} = 4\sqrt{\frac{gR}{14}}; \quad v_{23} = \sqrt{\frac{gR}{14}}; \quad v_{13} = \sqrt{\frac{13gR}{14}}.$$



Khi vật đến vị trí thấp nhất thì  $\alpha = 90^\circ$  ta tìm được:

$$v_{12} = 2\sqrt{gR} ; v_{23} = \sqrt{gR} ; v_{13} = \sqrt{gR}$$

Áp dụng định luật II Newton cho vật ta có  $N - mg = \frac{mv_{12}^2}{R} \Rightarrow N = 5mg$

Trong trường hợp mặt bàn rập, giả thiết ma sát đủ lớn để máng không bị trượt. Xét khi vật trượt được góc  $\alpha$ , khi hiệu cặp lực tương tác giữa vật và máng là  $N$  và  $N'$ , phản lực của sàn lên máng là  $Q$ , ta có:

$$mgR \sin \alpha = \frac{mv_{13}^2}{2} \quad (4)$$

$$N - mg \sin \alpha = \frac{mv_{13}^2}{R} \quad (5)$$

$$Q = N' \sin \alpha + mg \quad (6)$$

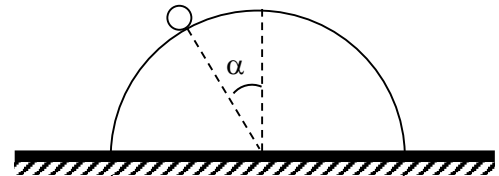
$$F_{ms} = N' \cos \alpha \leq \mu Q \quad (7)$$

Từ biểu thức trên tìm được:  $\mu \geq \frac{3 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 3 \sin^2 \alpha} = \frac{3}{4 \tan \alpha + \cot \alpha}$

Do đó  $4 \tan \alpha + \cot \alpha \geq 2\sqrt{4 \tan \alpha \cot \alpha} = 4$  nên  $\mu \geq \frac{3}{4}$

### Bài 5. (Chuyển động của vật trên mặt một bán cầu)

Một vật có dạng là một bán cầu khối lượng  $M$  được đặt nằm ngang trên một mặt phẳng nằm ngang không ma sát (hình vẽ). Một vật nhỏ có khối lượng  $m$  bắt đầu trượt không ma sát, không vận tốc đầu từ đỉnh bán cầu. Gọi  $\alpha$  là góc mà bán kính nối vật với tâm bán cầu hợp với phương thẳng đứng khi vật bắt đầu tách khỏi bán cầu.



1. Thiết lập mối quan hệ giữa  $M$ ,  $m$  và góc  $\alpha$ .

2. Tìm  $\alpha$  khi  $M = m$ . Cho phương trình  $x^3 - 6x + 4 = 0$  có 1 nghiệm  $x = \sqrt{3} - 1$ .

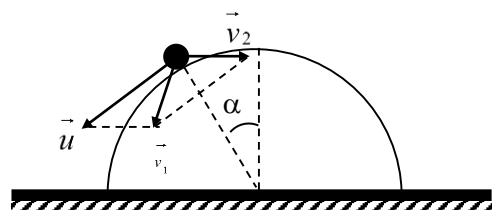
### Đáp án

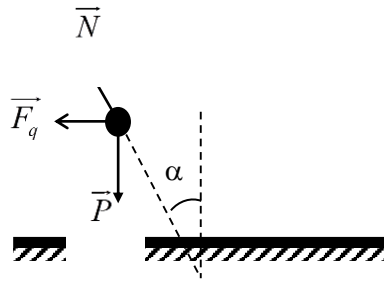
1. Theo định luật II Newton ta có:  $mg \cos \alpha - N - F_q \cdot \sin \alpha = m \frac{u^2}{R}$  (1)

Lúc  $m$  bắt đầu rời bán cầu thì  $N = 0, F_q = 0 \Rightarrow u^2 = gR \cos \alpha$  (2)

Áp dụng công thức cộng vận tốc:  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{u}$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} v_1^2 = v_2^2 + u^2 - 2v_2 u \cdot \cos \alpha & (3) \\ v_{1x} = u \cos \alpha - v_2 & (4) \end{cases}$$





Theo phương ngang, động lượng của hệ " vật M-m" được bảo toàn:

$$m v_{1x} - M v_2 = 0 \Rightarrow v_{1x} = \frac{M}{m} v_2 \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5)} \Rightarrow v_2 = \frac{m}{m+M} u \cos \alpha \quad (*)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$m g R (1 - \cos \alpha) = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} \quad (*, *)$$

Thay (2), (3) và (\*) vào (\*,\*) và rút gọn ta được:

$$2 g R = \left(3 - \frac{m}{m+M} \cos^2 \alpha\right) u^2 \text{ VỚI } u^2 = g R \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m+M} \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha + 2 = 0 \quad (*, *, *)$$

2. Khi m=M thì từ (\*,\*,\*) ta có

$$\frac{1}{2} \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos^3 \alpha - 6 \cos \alpha + 4 = 0 \text{ có nghiệm } \cos \alpha = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow \alpha \approx 43^\circ$$

### Bài 6. (Chuyển động của một vật qua một cái nêm)

Một vật khối lượng  $m = 0,1$  (kg) trượt trên mặt phẳng nằm ngang với vận tốc  $v_0 = 0,5$  (m/s) rồi trượt lên một cái nêm có dạng như trong hình vẽ. Nêm ban đầu đứng yên, có khối lượng  $M = 0,5$  (kg), chiều cao của đỉnh là  $H$ ; nêm có thể trượt trên mặt phẳng nằm ngang. Bỏ qua mọi ma sát và mất mát động năng khi va chạm. Mô tả chuyển động của hệ thống và tìm các vận tốc cuối cùng của vật và nêm trong hai trường hợp sau: Lấy  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>)

- Khi  $H = 1$  cm.

- Khi  $H = 1,2$  cm.



### Đáp án

\* Nhận xét: Nếu vật không vượt được qua đỉnh của nêm thì vật lên đến độ cao cực đại bằng  $h$ , so với phương nằm ngang thì cả vật và nêm sẽ có cùng vận tốc là  $v$  (vật dừng trên nêm).

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m+M)v^2 + mgh \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$mv_0 = (m+M)v \quad (2)$$

Từ (2)  $\Rightarrow v = \frac{mv_0}{m+M}$  thế vào (1) ta được :

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 + mgh$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\frac{(mv_0)^2}{(m+M)} + mgh$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{(m+M)} + gh$$

$$\Leftrightarrow (m+M)v_0^2 = mv_0^2 + 2gh(m+M)$$

$$\Leftrightarrow Mv_0^2 = 2gh(m+M)$$

$$\Rightarrow h = \frac{Mv_0^2}{2g(m+M)}$$

Thay các giá trị  $M = 0,5$  (kg),  $v_0 = 0,5$  (m/s),  $m = 0,1$  (kg),  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>)

$$\text{ta được } h = \frac{0,5 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 10 (0,1 + 0,5)} = \frac{0,125}{12} \approx 0,0104 \text{ (m)} = 1,04 \text{ (cm)}$$

a) Khi  $H = 1$  (cm).

Khi  $H = 1$  (cm) thì vật vượt đỉnh nêm, lúc rơi xuống sườn sau thì vật hãm nêm, cuối cùng vật sẽ đi nhanh hơn nêm.

Vận tốc cuối của vật  $v_1 >$  vận tốc cuối của nêm  $v_2 \geq 0$ . áp dụng các định luật bảo toàn ta có:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 \quad (3)$$

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2 \quad (4)$$

Từ phương trình (4)  $\Rightarrow v_2 = \frac{m(v_0 - v_1)}{M}$  thế vào phương trình (3) ta được :

$$\Leftrightarrow mv_0^2 = mv_1^2 + M\left[\frac{m(v_0 - v_1)}{M}\right]^2$$

$$\Leftrightarrow Mmv_0^2 = Mmv_1^2 + m^2(v_0 - v_1)^2$$

$$\Leftrightarrow Mv_0^2 = Mv_1^2 + m(v_0 - v_1)^2$$

$$\Leftrightarrow Mv_0^2 = Mv_1^2 + mv_0^2 - 2mv_0v_1 + mv_1^2$$

$$\Leftrightarrow (M + m)v_1^2 - 2mv_0v_1 - (M - m)v_0^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \Delta' &= m^2 v_0^2 + (M + m)(M - m) \\ &= m^2 v_0^2 + (M^2 - m^2)v_0^2 \\ &= M^2 v_0^2 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có hai nghiệm: } v_1 = \frac{mv_0 + \sqrt{M^2 v_0^2}}{(M + m)} = \frac{0,1 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5}{0,5 + 0,1} = \frac{0,3}{0,6} = 0,5 \text{ (m/s)}$$

$$\Rightarrow v_2 = 0$$

$$\text{Nghiệm thứ hai: } v_1 = \frac{mv_0 - \sqrt{M^2 v_0^2}}{(M + m)} = \frac{0,1 \cdot 0,5 - 0,5 \cdot 0,5}{0,5 + 0,1} = \frac{-0,2}{0,6} = -\frac{1}{3} < 0$$

$$\text{Vậy } v_1 = 0,5 \text{ (m/s); } v_2 = 0$$

b) Khi  $H = 1,2 \text{ cm}$ , vật lên tới độ cao  $1,04 \text{ cm}$  thì bị trượt trở lại và thúc lên.

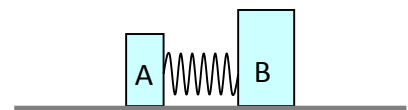
$$\Rightarrow v_2 > 0; v_1 \text{ có thể dương hoặc âm.}$$

Ta nhận thấy rằng với  $v_1 = 0,5 \text{ (m/s)}$ ;  $v_2 = 0$  không phù hợp

$$\text{Vậy } v_1 = \frac{-1}{3} \text{ (m/s)} \Rightarrow v_2 = \frac{m(v_0 - v_1)}{M} = \frac{0,1(0,5 + \frac{1}{3})}{0,5} = \frac{0,25}{1,5} = 0,167 \text{ (m/s)}$$

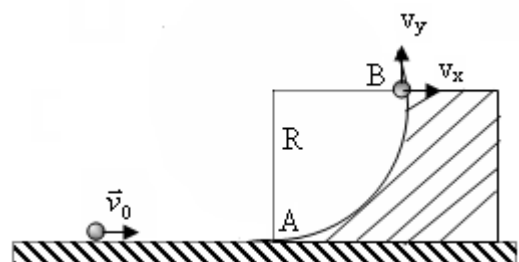
## 6.2. Các bài tập tự giải

**Bài 1:** Trên mặt bàn nằm ngang có đặt hai vật A và B, khối lượng tương ứng  $m_1 = 400\text{g}$  và  $m_2 = 1,2\text{kg}$ , được nối với nhau bằng một sợi dây làm nén mạnh một lò xo tựa vào hai vật như hình vẽ. Khi đứt dây, lò xo bật ra làm cho hai vật chuyển động thẳng trên mặt bàn nằm ngang. Vật A đi được một đoạn đường  $l_1 = 45\text{cm}$  rồi dừng lại. Hỏi vật B đi được đoạn đường dài bao nhiêu? Coi hệ số ma sát giữa mỗi vật và mặt bàn là như nhau.



**Đáp số:**  $l_2 = l_1/9 = 5\text{cm}$ .

**Bài 2:** Trên mặt bàn nằm ngang có một miếng gỗ khối lượng  $m$ , tiết diện như hình vẽ (hình chữ nhật chiều cao  $R$ , khoét bỏ  $1/4$  hình tròn bán kính  $R$ ). Ban đầu miếng gỗ đứng yên. Một hòn bi sắt khối lượng  $m$  chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến





đẩy miếng gỗ. Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí

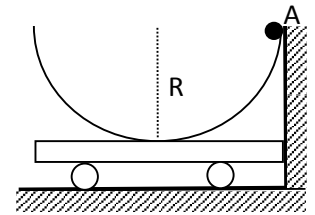
a) Tính các thành phần nằm ngang  $v_x$  và thẳng đứng  $v_y$  của hòn bi khi nó đi tới điểm B của miếng gỗ (B ở độ cao R). Tìm điều kiện để hòn bi vượt qua B. Gia tốc trọng trường là g.

b) Cho  $v_0 = 5\text{m/s}$ ;  $R = 0,125\text{m}$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính độ cao tối đa mà hòn bi đạt được (tính từ mặt bàn)

**Đáp số:** a)  $v_0 > 2\sqrt{gR}$

b)  $H = 0,625\text{m}$ .

**Bài 3:** Mặt cong nhẵn hình bán cầu bán kính R được gắn chặt trên một xe lăn nhỏ (hình vẽ). Khối lượng của xe và mặt cong là M. Xe đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Lúc đầu, đầu A của mặt cong tiếp xúc với vách tường thẳng đứng. Từ A người ta thả một vật nhỏ m trượt xuống với vận tốc ban đầu bằng 0. Hãy tính



a) Vận tốc của vật khi nó trượt xuống đến vị trí thấp nhất lần đầu tiên.

b) Độ cao lớn nhất mà vật lên được ở phía mặt cong bên kia (mặt cong không chứa m tại thời điểm ban đầu).

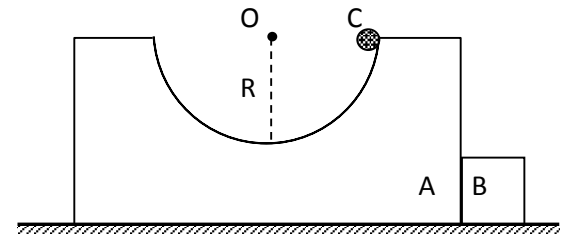
c) Vận tốc tối đa mà xe lăn đạt được.

**Đáp số :** a)  $v = \sqrt{2gR}$

$$b) h_{\max} = \frac{M}{(m + M)} R$$

$$c) V_{\max} = \frac{2m}{m + M} \sqrt{2gR}$$

**Bài 4:** Trên một mặt phẳng nằm ngang nhẵn và đủ dài, người ta đặt hai vật A và B tiếp xúc nhau, mặt trên của vật A có khoét một mặt bán cầu nhẵn bán kính R. Một vật nhỏ C được giữ ở vị trí cao nhất của mặt bán cầu (Hình vẽ). Cho biết các vật A, B và C có cùng khối lượng m. Từ vị trí ban đầu, người ta thả cho C trượt xuống. Hãy xác định:



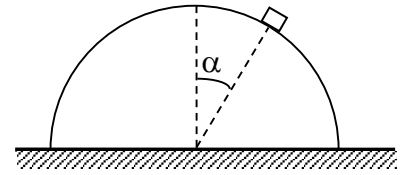
a) Vận tốc của vật B khi A và B vừa mới rời khỏi nhau.

b) Độ cao tối đa của vật C sau đó.

**Đáp số:**

$$a) v = \sqrt{\frac{gR}{3}}; \quad b) h = \frac{3}{4}R$$

**Bài 5:** Trên mặt phẳng ngang có một bán cầu khối lượng  $m$ . Từ điểm cao nhất của bán cầu có một vật nhỏ khối lượng  $m$  trượt không vận tốc đầu xuống. Ma sát giữa vật nhỏ và bán cầu có thể bỏ qua. Gọi  $\alpha$  là góc giữa phương thẳng đứng và bán kính vec tơ nối tâm bán cầu với vật (hình vẽ).

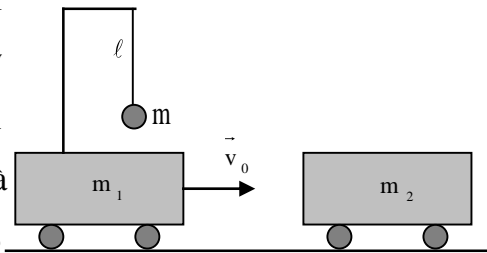


a) Giả sử giữa bán cầu và mặt phẳng ngang có hệ số ma sát là  $\mu$ . Tìm  $\mu$  biết rằng khi  $\alpha = 30^\circ$  thì bán cầu bắt đầu bị trượt trên mặt phẳng ngang.

b) Giả sử không có ma sát giữa bán cầu và mặt phẳng ngang. Tìm góc  $\alpha$  khi vật bắt đầu rời bán cầu.

**Đáp số:** a)  $\mu \approx 0,2$ ; b)  $\alpha = 42,9^\circ$

**Bài 6:** Trên mặt sàn nằm ngang, nhãn có một xe lăn khối lượng  $m_1 = 4\text{kg}$ , trên xe có giá treo. Một sợi dây không dẫn dãn  $\ell = 50\text{cm}$  buộc cố định trên giá, đầu kia sợi dây buộc quả bóng nhỏ khối lượng  $m$ . Xe và bóng đang chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_0 = 3\text{m/s}$  thì đâm vào một xe khác có khối lượng  $m_2 = 2\text{kg}$



đang đứng yên và d ãnh vào nó. Biết rằng khối lượng bóng rất nhỏ, có thể bỏ qua so với khối lượng hai xe. Bỏ qua ma sát của hai xe với sàn, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tính góc lệch cực đại của dây treo quả bóng so với phương thẳng đứng sau khi va chạm.

b) Tìm giá trị tối thiểu của vận tốc ban đầu  $v_0$  để quả bóng có thể chạy theo hình tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh điểm treo.

**Đáp số:** a)  $\alpha \approx 25,84^\circ$

$$b) v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \sqrt{5g\ell}$$

### PHẦN 3. KẾT LUẬN KIẾN NGHỊ

Qua hệ thống bài tập trong chuyên đề này, hy vọng rằng sẽ giúp học sinh hiểu sâu hơn kiến thức về các định luật bảo toàn, rèn luyện tốt kỹ năng giải các bài toán cơ học và phát triển được tư duy vật lý của mình. Một số kết luận có thể rút ra là

*Thứ nhất:* Phải chú ý điều kiện áp dụng của mỗi định luật bảo toàn. Với bảo toàn động lượng là hệ vật phải kín và cô lập. Với bảo toàn cơ năng là hệ vật phải kín, cô lập và nội lực phải là các lực thế.

*Thứ hai:* Phải chú ý đến đối tượng cần xét trong mỗi bài toán để sử dụng kiến thức cho phù hợp (dùng định luật bảo toàn hay định lý biến thiên, xét bảo toàn động lượng toàn phần của hệ hay chỉ xét theo một phương,...)

*Thứ ba:* Các bài tập dành cho học sinh giỏi là những bài tổng hợp, nên để giải quyết tốt các bài tập trong chuyên đề thì ngoài kiến thức về định luật bảo toàn, học sinh cũng phải chắc chắn kiến thức về phần động học và động lực học.

Trên đây là chuyên đề viết về Cơ chất điểm của tôi. Tôi đã tìm hiểu, sưu tầm, sắp xếp thành các hệ thống bài tập theo một trình tự từ đơn giản tới phức tạp, bao hàm nhiều tình huống vật lý khác nhau. Mặc dù đã nỗ lực cố gắng nhưng do trình độ và thời gian có hạn nên chắc chắn không thể tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô để tôi chỉnh sửa, mở rộng và hoàn thiện chuyên đề của mình, rất cầu thị để mong muốn chuyên đề là tài liệu dạy học sinh giỏi có hiệu quả hơn trong những năm tiếp theo. Xin trân trọng cảm ơn quý thầy cô!

Kính mong ban tổ chức cuộc thi Duyên hải Bắc Bộ tiếp tục tạo ra nhiều hình thức giao lưu trao đổi chuyên môn thiết thực và ý nghĩa.

**Ngày 4.8.2019**

## PHẦN 4. PHỤ LỤC VÀ TÀI LIỆU THAM KHẢO

Để viết chuyên đề tôi đã sử dụng các nguồn tài liệu tham khảo sau:

1. *Sách giáo khoa, sách bài tập, sách giáo viên vật lý 10 Nâng cao*-Nguyễn Thế Khôi (tổng chủ biên), Vũ Thanh Khiết (chủ biên), Nguyễn Đức Hiệp, Nguyễn Ngọc Hưng, Nguyễn Đức Thâm, Phạm Đình Thiết- Vũ Đình Túy, Phạm Quý Tư- Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam (NXB GD VN)
2. *Bồi dưỡng Học sinh giỏi Vật lý Trung học phổ thông- Cơ học 1*- Tô Giang- NXB GD VN.
3. *Cơ sở Vật lý tập 1- Cơ học 1* - David halliday, Robert Resnick-Jearl Walker- NXB GD VN.
4. *Vật lý đại cương – Các nguyên lý và ứng dụng – Tập 1* – Trần Ngọc Hợi -NXB GD VN.
5. *Báo vật lý và tuổi trẻ*- Hội vật lý Việt Nam
6. Các đề thi HSG Duyên Hải Bắc Bộ
7. Các đề thi HSG Trại hè Hùng Vương
8. Thư viện Vật lý

Cùng sự đóng góp của đồng nghiệp là giáo viên tổ vật lý nhà trường!