

Câu 1: [2H3-1.3-3] (HK2 - K12 - Lâm Đồng - Năm 2021 - 2022) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;0), B(2;2;2), C(-2;3;1)$ và đường thẳng

$(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc (d) sao cho thể tích tứ diện $M.ABC$ bằng 3

A. $M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right); M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right)$.

C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right)$.

D. $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB = (2;1;2); AC = (-2;2;1) \Rightarrow [AB, AC] = (-3; -6; 6) = -3(1; 2; -2)$

Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2} |[AB, AC]| = \frac{9}{2}$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): 1(x-0) + 2(y-1) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 2 = 0$.

Từ $V_{M.ABC} = 3$ ta được $d(M, (ABC)) = \frac{3V_{M.ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{9}{\frac{9}{2}} = 2$.

Vì $M \in (d)$ nên $M(1+2t; -2-t; 3+2t)$. Khi đó

$$d(M, (ABC)) = \frac{|1+2t-4-2t-6-4t-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{|-11-4t|}{3}.$$

$$\text{Do đó } d(M, (ABC)) = 2 \Leftrightarrow |-11-4t| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{5}{4} \\ t = -\frac{17}{4} \end{cases}.$$

Với $t = -\frac{5}{4}$ ta được $M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

Với $t = -\frac{17}{4}$ ta được $M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right)$.

Câu 2: [2H3-1.3-3] Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD ; có tọa độ ba đỉnh $A(1;2;1), B(2;0;-1), C(6;1;0)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Chu vi tam giác ACD là

A. $4 + \sqrt{23}$.

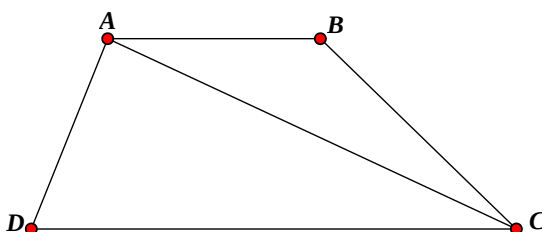
B. $3 + \sqrt{22}$.

C. $1 + 3\sqrt{3} + \sqrt{22}$.

D. $3 + \sqrt{23}$.

Lời giải

Chọn C



$$AB = (1; -2; -2); AC = (5; -1; -1); DC = (6-a; 1-b; -c).$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \vec{AB}, \vec{AC} \right| = \frac{9\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ACD} = 6\sqrt{2} - \frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$AB \parallel CD \text{ nên } AB \text{ và } DC \text{ cùng phương, cùng chiều} \Leftrightarrow \frac{6-a}{1} = \frac{1-b}{-2} = \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 12 - 2a \\ b = 13 - 2a \\ a < 6 \\ b > 1 \\ c > 0 \end{cases}$$

$$[AC, AD] = (0; 9a - 54; 54 - 9a).$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left| [AC, AD] \right| = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |54 - 9a| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{19}{3} \\ a = \frac{17}{3} \end{cases}.$$

$$\text{So với điều kiện suy ra: } a = \frac{17}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{3} \text{ và } b = \frac{5}{3}.$$

$$\text{Do đó } D \left(\frac{17}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3} \right).$$

Ta có:

$$AC = (5; -1; -1) \Rightarrow AC = 3\sqrt{3}$$

$$AD = \left(\frac{14}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3} \right) \Rightarrow AD = \sqrt{22}$$

$$DC = \left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right) \Rightarrow DC = 1$$

Vậy tam giác ADC có chu vi là $1 + 3\sqrt{3} + \sqrt{22}$.

Câu 3: [2H3-1.3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $C(4; 0; 0)$ và $B(2; 0; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MBC bằng 3.

A. $y = \pm 3$

B. $y = \pm 1$

C. $y = 3$

D. $y = 1$

Lời giải

Chọn A

Vì M thuộc trục tung nên: $M(0; y_M; 0)$.

Ta có: $BM = (-2; y_M; 0); BC = (2; 0; 0)$.

Khi đó: $[BM, BC] = (0; 0; -2y_M)$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là:

$$S_{MBC} = \frac{1}{2} \left| [BM, BC] \right| \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{4y_M^2} = 3 \Leftrightarrow |y_M| = 3 \Leftrightarrow y_M = \pm 3.$$

Câu 4: [2H3-1.3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

A. $\begin{bmatrix} D(-7; -1; 2) \\ D(-3; 5; 0) \end{bmatrix}$ **B.** $D(-7; -1; 2)$. **C.** $D(-3; 5; 0)$. **D.** $\begin{bmatrix} D(-7; 1; 2) \\ D(3; 5; 0) \end{bmatrix}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$.

Ta có: $AD = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1)$; $AC = (-1; -4; 0)$; $AB = (4; -2; -1)$; $BC = (-5; -2; 1)$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên AD cùng phương với BC do đó:

$$\frac{x_D + 2}{-5} = \frac{y_D - 3}{-2} = \frac{z_D - 1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -5z_D + 3 \\ y_D = -2z_D + 5 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \vec{[AB, AC]} = (-4; 1; -18) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \|\vec{[AB, AC]}\| = \frac{1}{2} \sqrt{341}.$$

$$\text{Ta lại có: } S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} \Leftrightarrow 3S_{ABC} = S_{ABC} + S_{ADC} \Leftrightarrow S_{ADC} = 2S_{ABC} = \sqrt{341}.$$

$$\vec{[AD, AC]} = (4z_D - 4; 1 - z_D; -4x_D + y_D - 11)$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{1}{2} \|\vec{[AD, AC]}\| = \frac{1}{2} \sqrt{16(z_D - 1)^2 + (z_D - 1)^2 + (-4x_D + y_D - 11)^2} = \sqrt{341}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{17(z_D - 1)^2 + [-4(-5z_D + 3) - 2z_D + 5 - 11]^2} = \sqrt{341}$$

$$\Leftrightarrow 17(z_D - 1)^2 + (18z_D - 18)^2 = 341 \Leftrightarrow (z_D - 1)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_D - 1 = 1 \\ z_D - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_D = 2 \Rightarrow D(-7; 1; 2) \\ z_D = 0 \Rightarrow D(3; 5; 0) \end{cases}$$

Câu 5: [2H3-1.3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$,

$B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tổng tung độ của các điểm D thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng

A. -6 **B.** 2 **C.** 7 **D.** -4

Lời giải

Chọn A

Do $D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0)$.

Khi đó $DA = (2; -1 - y; 1)$, $DB = (3; -y; -1)$, $DC = (2; -1 - y; 3)$.

Ta có $[DA, DB] = (1 + 2y; 5; y + 3)$.

$$[DA, DB] \cdot DC = 2 + 4y - 5 - 5y + 3y + 9 = 2y + 6.$$

$$\text{Và } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[DA, DB] \cdot DC| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 6 = 30 \\ 2y + 6 = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ y = -18 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } y_1 + y_2 = 12 - 18 = -6.$$