

BÀI 3. LIÊN HỆ PHÉP NHÂN, PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khai phương một tích:

Ví i $A \geq 0, B \geq 0$, ta cả: $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

Mề rếng: Ví i $A_1 \geq 0, A_2 \geq 0, \dots, A_n \geq 0$ ta cả:

$$\sqrt{A_1 A_2 \dots A_n} = \sqrt{A_1} \cdot \sqrt{A_2} \dots \sqrt{A_n}$$

2. Khai phương một thương:

Ví i $A \geq 0, B > 0$, ta cả: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Phương pháp giải: Áp dụng các công thức khai phương một tích và khai phương một thương ở trên.

1A. Tính:

a) $\sqrt{25.144}$

b) $\sqrt{52} \cdot \sqrt{13}$

1B. Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{45.80}$

b) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$

2A. Tính:

a) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

b) $\frac{\sqrt{12,5}}{0,5}$

2B. Tính:

a) $\sqrt{\frac{25}{64}}$

b) $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}$

3A. Thực hiện phép tính:

a) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24} \right) \cdot \sqrt{6}$

b) $\sqrt{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{2}$

3B. Tính giá trị biểu thức:

a) $\left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{3} + 5\sqrt{\frac{4}{3}} \right) \cdot \sqrt{12}$

b) $\sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8}$

1.Đường tuy gắng không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

4A. Tính giá trị biểu thức:

$$\text{a) } \left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7}$$

$$\text{b) } \sqrt{36 - 12\sqrt{5}} : \sqrt{6}$$

4B. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } \left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3}$$

$$\text{b) } \sqrt{3 - \sqrt{5}} : \sqrt{2}$$

Dạng 2: Rút gọn biểu thức

Phương pháp giải: Áp dụng các công thức khai phương một tích và khai phương một thương ở trên.

5A. Rút gọn:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$$

5B. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$$

$$\text{b) } \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$$

6A. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{-2t}{3}} \cdot \sqrt{-\frac{3t}{8}} \text{ với } t \leq 0$$

$$\text{b) } \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} \text{ với } x \geq 1$$

6B. Rút gọn biểu thức:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{28y^6}}{\sqrt{7y^4}} \text{ với } y < 0$$

$$\text{b) } \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} - x^2} \cdot \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} + x^2}$$

7A. Rút gọn biểu thức sau:

$$\text{a) } M = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{xy} + y} \text{ với } x \geq 0, y \geq 0, xy \neq 0$$

$$\text{b) } N = \frac{3\sqrt{a} - 2a - 1}{4a - 4\sqrt{a} + 1} \text{ với } a \geq 0, a \neq \frac{1}{4}$$

7B. Rút gọn biểu thức sau:

$$\text{a) } Q = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{xy} + y} \text{ với } x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$$

$$\text{b) } P = \frac{a + 4\sqrt{a+4}}{\sqrt{a+2}} + \frac{4-a}{\sqrt{a-2}} \text{ với } a \geq 0, a \neq 4$$

Dạng 3: Giải phương trình

Phương pháp giải: Khi giải phương trình chứa căn thức luôn cần chú ý đến các điều kiện đi kèm. Cụ thể là:

- $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$
- $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \text{ (hay } A \geq 0) \\ A = B \end{cases}$

8A. Giải các phương trình sau

$$\text{a) } \sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2x - 2$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2 - 2x} = \sqrt{2 - 3x}$$

8B. Tìm x biết:

$$\text{a) } \sqrt{-x^2 + x + 4} = x - 3$$

$$\text{b) } \sqrt{x-3} - 2\sqrt{x^2-9} = 0$$

9A. Giải phương trình (ẩn y):

$$2\sqrt{9y-27} - \frac{1}{5}\sqrt{25y-75} - \frac{1}{7}\sqrt{49y-147} = 20$$

9B. Tìm y biết:

$$\sqrt{4y-20} + \sqrt{y-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9y-45} = 4$$

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

10. Tính:

$$\text{a) } \sqrt{32 \cdot 200}$$

$$\text{b) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$$

11. Làm tính:

$$\text{a) } \sqrt{2\frac{7}{81}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{0,5}}{\sqrt{12,5}}$$

12. Làm tính:

3.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$$\text{a) } \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9}$$

$$\text{b) } \sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}}$$

13. Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } M = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75})$$

$$\text{b) } N = (\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}) : \sqrt{13}$$

14. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } P = \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$$

$$\text{b) } Q = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

15. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{u - v}{\sqrt{u} + \sqrt{v}} - \frac{\sqrt{u^3} + \sqrt{v^3}}{u - v} \text{ với } u \geq 0, v \geq 0, u \neq v$$

$$\text{b) } B = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} \text{ với } u \geq 0, v \geq 0, u \neq v$$

16. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } M = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2} \text{ với } x \neq \pm\sqrt{2}$$

$$\text{b) } N = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} \text{ với } x \neq -\sqrt{5}$$

17. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{t-3}}{\sqrt{2t+1}} = 2$$

$$\text{b) } \sqrt{25t^2 - 9} = 2\sqrt{5t - 3}$$

18. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \sqrt{-2x^2 + 6} = x - 1$$

$$\text{b) } \sqrt{t-5} + \sqrt{4t-20} - \frac{1}{5}\sqrt{9t-45} = 3$$

Từ đó tìm được kết quả bằng $\frac{4}{7}$

b) Ta có $\sqrt{36-12\sqrt{5}}:\sqrt{6}=\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1$

4B. a) Tương tự **4A.** Tính được $\frac{2}{3}$

b) Ta có $\sqrt{3-\sqrt{5}}:\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}:2=\frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

5A. a) Ta có $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{8}-\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Từ đó tính được kết quả bằng

b) Tương tự câu a), tính được kết quả bằng $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

5B. a) $\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{-\sqrt{21}}{7}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

6A. a) Ta có $\sqrt{\frac{-2t}{3}}\cdot\sqrt{\frac{-3t}{8}}=\sqrt{\frac{-2t}{3}\cdot\left(-\frac{3t}{8}\right)}=\frac{\sqrt{t^2}}{\sqrt{4}}=-\frac{t}{2}$ do $t\leq 0$

b) Nhận xét $(x-\sqrt{x^2-1})(x+\sqrt{x^2-1})=x^2-(\sqrt{x^2-1})^2=1$

Thực hiện khai phương một tích ta được kết quả bằng 1.

6B. a) Chú ý $\sqrt{y^2}=|y|=-y$ với $y < 0$. Kết quả $-2y$.

b) Chú ý $(\sqrt{x^4+4}-x^2)(\sqrt{x^4+4}+x^2)=(x^4+4)-(x^2)^2=4$

Thực hiện phép khai phương hai vế ta được kết quả bằng 2.

7A. a) Biến đổi tử số $=\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})$ và mẫu số $= (\sqrt{x}+\sqrt{y})^2$

6.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

Từ đó, chú ý điều kiện, rút gọn được kết quả $M = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

b) Biến đổi tử số' = $(2\sqrt{a} - 1)(1 - \sqrt{a})$ và mẫu số = $(2\sqrt{a} - 1)^2$

Từ đó, chú ý điều kiện, rút gọn được kết quả $N = \frac{1 - \sqrt{a}}{2\sqrt{a} - 1}$

7B. a) Tương tự 7A. Rút gọn được Q $= \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

b) $a + 4\sqrt{a} + 4 = (\sqrt{a} + 2)^2$; $4 - a = (2 - \sqrt{a})(\sqrt{a} + 2)$

Từ đó, chú ý điều kiện, rút gọn được kết quả $P = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 2x + 4 = (2x - 2)^2 \end{cases}$$

8A. Phương trình (1)

Giải (1) thu được $x = 2$, thỏa mãn $2x - 2 \geq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 3x \geq 0 \\ x^2 - 2x = 2 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{3} \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

b) Phương trình

Tương tự câu a) ta tìm được $x = -2$

$$\sqrt{-x^2 + x + 4} = x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ -x^2 + x + 4 = (x - 3)^2 \end{cases}$$

8B. a) Ta có (1)

Giải (1) thu được $x = 1$; $x = \frac{5}{2}$ đều không thỏa mãn $x - 3 \geq 0$.

Vậy $X \in \emptyset$

7.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$$b) \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}+2; \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2} \Rightarrow Q=2$$

$$15. a) \text{ Chú ý: } \sqrt{u^3} + \sqrt{v^3} = u\sqrt{u} + v\sqrt{v}$$

$$A = \frac{(u-v)(\sqrt{u}-\sqrt{v})}{u-v} - \frac{u\sqrt{u}+v\sqrt{v}}{u-v}$$

Thực hiện quy đồng

$$A = \frac{-\sqrt{uv}}{\sqrt{u}-\sqrt{v}}$$

Thu gọn ta được

$$(\sqrt{u}-\sqrt{v})(2\sqrt{u}+3\sqrt{v})$$

b) Tử số =

$$(\sqrt{u}-\sqrt{v})(2\sqrt{u}-3\sqrt{v})$$

Mẫu số =

$$M = \frac{(2\sqrt{u}+3\sqrt{v})}{(2\sqrt{u}-3\sqrt{v})}$$

Thu gọn ta được

$$16. a) \text{ Tử số} = \frac{(x-\sqrt{2})^2}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})} \quad \text{mẫu số} =$$

$$M = \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}$$

Thu được

$$b) \text{ Mẫu số} = \frac{(x-\sqrt{5})^2}{x+\sqrt{5}} \quad \text{thu gọn được} \quad N = \frac{1}{x+\sqrt{5}}$$

$$17. a) \text{ Đưa về dạng } \sqrt{t-3} = 2\sqrt{2t+1} \text{ hay } \sqrt{t-3} = 2\sqrt{4(2t+1)}$$

Giải phương trình ta được $t \in \emptyset$

$$b) \text{ Đưa về dạng } \sqrt{25t^2-9} = \sqrt{4(5t-3)}$$

$$\text{Giải phương trình ta được } t = \frac{1}{5} \text{ (loại) và } \frac{3}{5} \text{ (TM)}$$

9.Đường tụy gần không đi sẽ không đến-Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên

18. a) Đưa về phương trình $-2x^2 + 6 = (x - 1)^2$ với $x \geq 1$.

Giải ra được $x = \frac{3}{5}$ (TM $x \geq 1$).

b) Thu gọn được vế trái = $\frac{12}{5}\sqrt{t-5}$

Giải phương trình ta tìm được $t = \frac{100}{16}$