|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD & ĐT TAM DƯƠNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8**  **NĂM HỌC 2013-2014**  **Môn thi: Toán**  **Thời gian làm bài: 120 phút** |

**Bài 1.**

Đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1 và thỏa mãn 

Tính 

**Bài 2.**

1. Tìm tất cả các số nguyên sao cho: là số chính phương.
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

**Bài 3.** Chứng minh rằng : với mọi 

**Bài 4.**

1. Cho tam giác , gọi M, N lần lượt là trung diểm của Gọi O, G, H lần lượt là giao điểm ba đường trung trực, ba đường cao, ba đường trung tuyến của tam giác ABC. Tính tỉ số 
2. Cho hình thang có hai đáy Hãy dựng điểm M trên đường thẳng CD sao cho đường thẳng AM cắt hình thang làm hai phần có diện tích bằng nhau.

**Bài 5.**

Cho và Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

Nhận xét: thỏa mãn 

 là đa thức bậc 4 có 3 nghiệm 

Vậy ta có:



**Câu 2.**



Giả sử 

Ta có: 



Thay 



Thử trực tiếp thỏa mãn

Vậy số nguyên n cần tìm là 



Thêm vào hai vế của phương trình ta có:



Ta thấy là hai số nguyên liên tiếp có tích là một số chính phương nên tồn tại một số bằng 0

TH1: 

TH2: ta cónên 

Thử lại ba cặp số đều là nghiệm của phương trình đã cho.

**Câu 3.**

Ta có: 



Vì với mọi 

Do đó :  với mọi (bài toán được chứng minh).

**Câu 4.**



****

Ta có: (vì cùng vuông góc với BC)

(vì cùng vuông góc với AC)

(đường trung bình của tam giác)

Xét và 

Có: (góc có cạnh tương ứng song song)

(góc có cạnh tương ứng song song)



Xét và có:

(so le trong) (1)

(tính chất trọng tâm ) (2)



Từ 

Mặt khác : thẳng hàng (5)

Từ (4),(5) thẳng hàng và 





Gọi h là đường cao của hình thang ABCD

Giả sử đã dựng được điểm M thuộc CD sao cho đường thẳng AM cắt hình thang thành hai phần có diện tích bằng nhau.

Gọi N là giao điểm của AM và BC

Đặt 

Ta có: 

Kẻ đường cao NH của tam giác ANB và đặt ta có:





Thay vào (1) : 

Áp dụng định lý Talet suy ra cách dựng:

Chia đoạn BC làm 4 phần bằng nhau, lấy điểm N trên BC sao cho 

Đường thẳng AN cắt đường thẳng CD tại điểm M cần dựng

**Câu 5.** Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: 

Mặt khác:

