

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Số báo danh:

A. 0. ***B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Ta có bảng biến thiên

$$x - \infty - 10^{\frac{1}{2} + \infty} y' - 0 + 0 + 0 + y + \infty 1 + \infty$$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?
 *A. 2. B. 3. C. 0.

TXD: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Và: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty \end{cases}$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

A. $AB = 10\sqrt{2}$. *B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 3\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{3}$.

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5), B(2;9) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$

*A. $x=0$ B. $(0;2021)$ C. $x=-1$ D. $x=1$

$$y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có

Hệ số $a=1>0$ nên dáng điệu đồ thị hình chữ W, điểm cực đại của hàm số là $x=0$.

***A. 2 B. 1 C. 3 D. 4**

Lời giải

$$y = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0; \lim_{x \rightarrow 1} y = \infty$$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận đứng lần lượt là $x=1; y=0$.

Câu 6. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là

***B. 1.**

D. 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3 + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

Câu 7. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng:

B. 2.

D. -7.

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1; 2] \\ x = -1 \notin [1; 2] \end{cases}$$

$$y(1) = -2$$

$$y(2) = 2$$

$$\max_{[1;2]} y = 2$$

$$\min_{[1;2]} y = -2$$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng 0.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

***B. 1.**

D. 0

Lời giải

$$x^2 - 2020x - 2021 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2021 \end{cases}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x-2021)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-2021} = \frac{-1}{-2022}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2021^+} y = \lim_{x \rightarrow 2021^+} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2021^-} y = \lim_{x \rightarrow 2021^-} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = -\infty$$

Suy ra đường thẳng $x = 2021$ là tiệm cận đứng

Vậy hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$ với mọi số thực x . Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

***B. 3.**

D. 4.

Lời giải

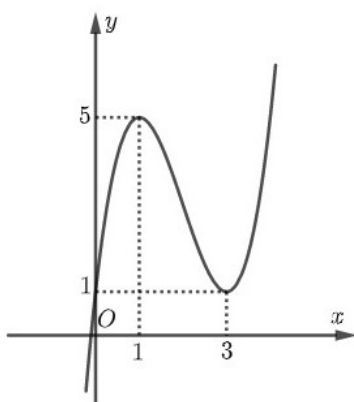
Ta có $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$

Ta có

Choi

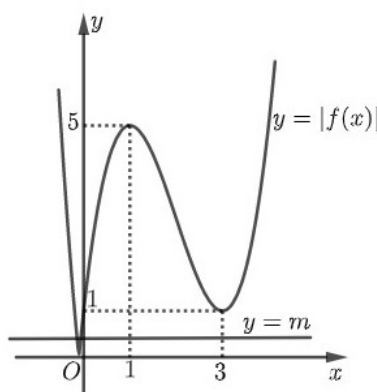
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$-\infty$				$+\infty$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



- *A. $m > 5$, $0 < m < 1$. B. $m < 1$. C. $m = 1$, $m = 5$. D. $1 < m < 5$.

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ chính là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = |f(x)| \\ y = m \end{cases}$.



Vậy để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $m > 5$, $0 < m < 1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 0. **B.** 1. ***C.** 2. **D.** 3.

Trang 3/43

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Ta có

Qua $x=1$, đạo hàm của hàm số không đổi dấu, nên hàm số chỉ có 2 điểm cực trị.

Câu 12. Tổng các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

A. 49.

*B. -49.

C. -45.

D. 45.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 + 4x - m$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 + m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4$

Vì $m \in [-10;10]; m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in [-10; -9; \dots; -4]$

Do đó tổng các giá trị của m bằng $(-10) + (-9) + \dots + (-4) = -\frac{(10+4).7}{2} = -49$

Câu 13. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.

B. $(0;2)$.

C. $(0;1)$.

*D. $(1;2)$.

Lời giải

Tập xác định $D = [0;2]$

Ta có $y' = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ với $x \in (0;2)$.

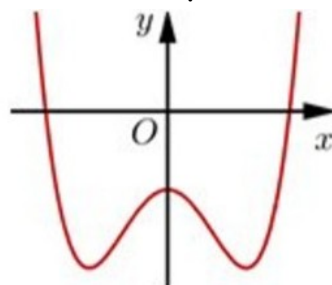
$y' = 0 \Leftrightarrow 1-x=0 \Leftrightarrow x=1$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	2
y'	+	0	-
y		1	

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



A. $a < 0, b < 0, c < 0$.

*B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

$\swarrow$ (from $+\infty$ to -2) $\nearrow$ (from -2 to 1) $\swarrow$ (from 1 to -2) $\nearrow$ (from -2 to $+\infty$)

Trang 5/43

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

*A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pm\sqrt{3}\}$

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0$

• $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -\sqrt{3}$

• $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 3.

*C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-1=0 \\ x^2-4=0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Ta có . Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$									

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 19. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^4 - 4x^2 + 2|$ với đường thẳng $y = 2$ là

A. 4.

B. 2.

C. 8.

*D. 5.

Lời giải

Số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm của phương trình

$$|x^4 - 4x^2 + 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 4x^2 + 2 = 2 \\ x^4 - 4x^2 + 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại 5 điểm.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-		+	0	-	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- *A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua các điểm $x = -3, x = -2$ và $x = 1$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$ bằng

- *A. -4. B. $-\frac{33}{8}$. C. -5. D. -6.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x = 2 \cos^2 x - 5 \cos x - 1$ đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$.

Khi đó

$$f(t) = 2t^2 - 5t - 1$$

$$\bullet f'(t) = 4t - 5$$

$$\bullet f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4} (L)$$

$$\Rightarrow f(-1) = 6, f(1) = -4$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min f(x) = -4$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = x^3$ có đồ thị (C_1) và hàm số $g(x) = 3x^2 + k$ có đồ thị (C_2) . Có bao nhiêu giá trị của k để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung?

- A. 2. B. 3. *C. 1. D. 4.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là nghiệm của phương trình:

$$x^3 = 3x^2 + k \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = k (*)$$

Để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung thì phương trình $(*) \Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = k$ tại đúng hai điểm.

Bảng biến thiên của $h(x) = x^3 - 3x^2$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$			0		$+\infty$	
	$-\infty$			-4		$+\infty$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = k$ tại đúng hai điểm $k = -4; k = 0$.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- *A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pm\sqrt{3}\}$

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -\sqrt{3}$
- $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3 - 3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3 - 3x}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 24. Hàm số $f(x) = x^4(x-1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- *A. 3. B. 0. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Lời giải

Có $f(x) = x^6 - 2x^5 + x^4 \Rightarrow f'(x) = 6x^5 - 10x^4 + 4x^3$,

$\Rightarrow f'(x) = x^3(6x^2 - 10x + 4) = x^3(x-1)(6x-4)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Nhận xét $x = 0; x = 1; x = \frac{2}{3}$ đều là nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu qua nghiệm.

Vậy hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 25. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

*A. $\max_{[0;2]} f(x) = 9$

B. $\max_{[0;2]} f(x) = 1$

C. $\max_{[0;2]} f(x) = 0$

D. $\max_{[0;2]} f(x) = 64$

Lời giải

$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 2) \\ x = 1 \\ x = -1 \notin (0; 2) \end{cases}$$

$f(0) = 1; f(1) = 0; f(2) = 9$. Vậy $\max_{[0;2]} f(x) = 9$

Câu 26. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

*A. Đồ thị hàm số $y = x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

B. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y = 1$.

C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có trục đối xứng là trục Ox .

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3$, $y' = 3x^2 \Rightarrow y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$.

Khi đó tâm đối xứng có tọa độ $(0; 0)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		-	
y	0	2		1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 1.

*B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 2$ không suy ra tiệm cận.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 9]$.

*A. $\max_{[1;9]} y = 10$

B. $\max_{[1;9]} y = 6$

C. $\max_{[1;9]} y = 12$

D. $\max_{[1;9]} y = -6$

Lời giải

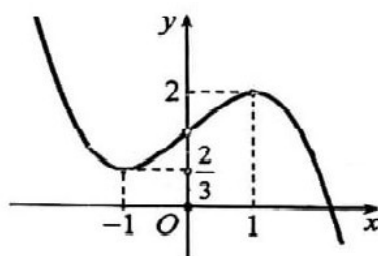
• Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Xét hàm số trên đoạn $[1;9]$.

• Ta có $y' = \frac{x^2 - 9}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \notin [1;9] \end{cases}$

• $y(1) = 10$; $y(3) = 6$; $y(9) = 10$

• Vậy $\max_{[1;9]} y = 10$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x + 2021) = 1$



A. 1.

*B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x + 2021)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái 2021 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x + 2021) = 1$ là số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$. Theo hình vẽ bên ta có số nghiệm là ba.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$

B. $(2; +\infty)$

*C. $(1; 2)$

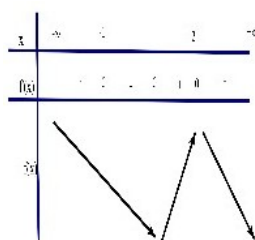
D. $(-\infty; -1)$

Lời giải

$$f'(x) = (x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$

Câu 31. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

*A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$0 \quad -$	$0 \quad +$	$0 \quad -$	

Vậy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

A. 20.

B. 0.

C. 4.

***D.** -16.**Lời giải**

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$$\begin{cases} f(-3) = -16 \\ f(-1) = 4 \\ f(1) = 0 \\ f(3) = 20 \end{cases} \Rightarrow \min_{[-3; 3]} f(x) = -16$$

Câu 33. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$ là

A. 1. B. 0. C. 3. ***D.** 2.

Lời giải

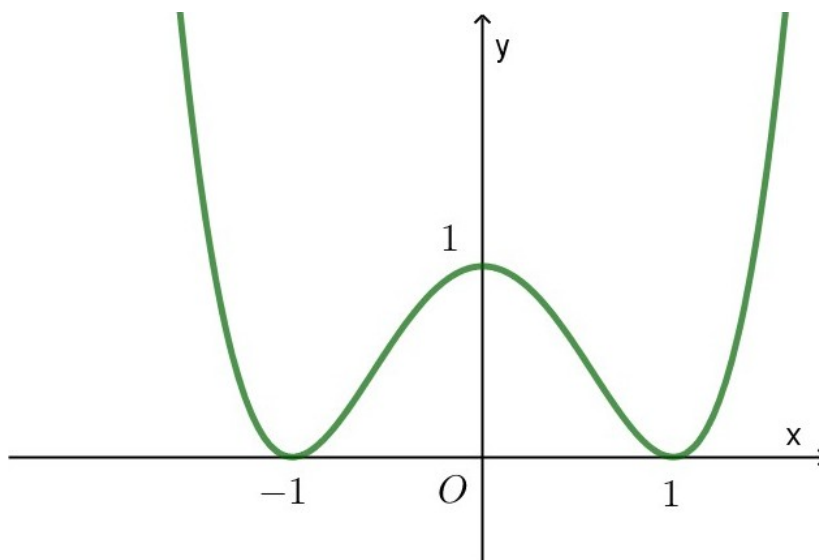
$$y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(2x - 1)(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{2x - 1}{x + 1}$$

• Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{x + 1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 1}{x + 1} = \infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 34. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



Mệnh đề nào sau đây đúng?

*A. $a > 0, b < 0$

B. $a > 0, b > 0$

C. $a < 0, b < 0$

D. $a < 0, b > 0$

Lời giải

Do đồ thị có bề lõm quay lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4.

*B. 2.

C. 1.

D. 3.

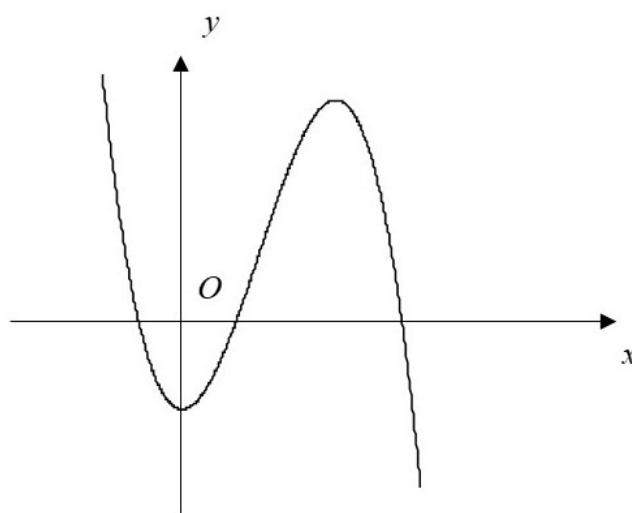
Lời giải

Số điểm cực trị của hàm số là nghiệm đơn của phương trình $f'(x) = 0$.

$$\Leftrightarrow x(x+1)(x-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{cases} \text{ với } x=0, x=-1 \text{ là nghiệm đơn.}$$

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 36. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



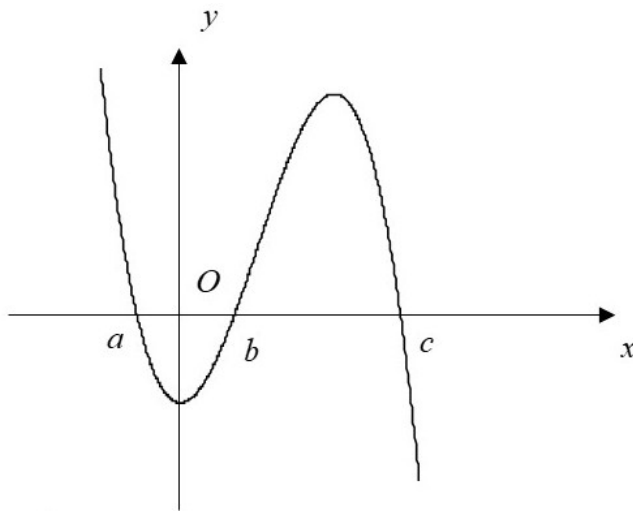
A. 1.

B. 4.

*C. 2.

D. 3.

Lời giải



- Từ đồ thị đã cho, ta giả sử hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành lần lượt là a, b, c ($a < b < c$).
- Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		$\nearrow CD$		$\searrow CT$		$\nearrow CD$		$\searrow -\infty$
	$-\infty$							$-\infty$

- Từ đó ta suy ra hàm số $f(x)$ đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 0. B. -4. *C. -2. D. 2.

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có: $y(0) = 2; y(2) = -2; y(3) = 2$

Vậy $\min_{[0;3]} y = y(2) = -2$

Câu 38. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ là

- A. 2. *B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = -1$$

- Ta có

Vậy đồ thị có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1; y = 1$.

- Mặt khác ta lại có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty$

Suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

• Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3.

B. 32.

*C. 31.

D. 33.

Lời giải

• Đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow x^3 - 12x + 1 = m$ (1) có 3 nghiệm phân biệt.

• Gọi $g(x) = x^3 - 12x + 1$

$$g' = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

• Ta có:

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
g'	$+$	0	$-$	0	$+$
g	$-\infty$	17	-15	$+\infty$	

• Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì $-15 < m < 17$.
Vậy m có 31 giá trị nguyên.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

*D. 1.

Lời giải

Gọi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là (C) .

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm. Suy ra phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 \quad (d).$$

Vì (d) đi qua điểm $A(1;0)$ nên $(3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 = 0$

$$(3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + (x_0 - 1)(x_0^2 - 2x_0 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)(-2x_0^2 + 4x_0 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ -2x_0^2 + 4x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1 \end{cases}$$

Suy ra có 1 tiếp tuyến với (C) đi qua điểm A .

Câu 41. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên $(0; +\infty)$ bằng

A. 24

B. 6.

*C. 12.

D. 4.

Lời giải

Ta có $y = x^2 + \frac{16}{x} \Rightarrow y' = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2} = \frac{2(x^3 - 8)}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2$

x		0		2		$+\infty$
$f'(x)$			-	0	+	
$f(x)$		$+\infty$		12		$+\infty$

Từ BBT ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 12.

Câu 42. Biết rằng đường thẳng $y = 1 - 2x$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B . Độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{20}$

B. 20.

C. 15.

*D. $\sqrt{15}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - 2x$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$:

$$1 - 2x = \frac{x-2}{x-1} \Rightarrow -2x^2 + 2x + 1 = 0 \quad (1)$$

Giả sử $A(x_1; 1 - 2x_1); B(x_2; 1 - 2x_2) \Rightarrow x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (1).

$$\Rightarrow AB = (x_2 - x_1; -2(x_2 - x_1))$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2]} = \sqrt{5\left[1 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \sqrt{15}$$

Câu 43. Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

*A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm $x + 1 = x^3 - 3x + 1$

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số là

A. 1.

*B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Dựa vào việc đạo hàm đổi dấu từ + sang - thì hàm số sẽ đạt cực đại.
 Khi đó hàm số có 2 cực đại.

Câu 45. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

*A. 40 và -41.

B. 40 và 8.

C. 15 và -41.

D. 41 và -40.

Lời giải

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-4; 4]$.

$$y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có

$$\text{Lại có } f(-4) = -41, f(-1) = 40, f(3) = 8, f(4) = 15$$

$$\text{Vậy } \max_{[-4;4]} f(x) = f(-1) = 40, \min_{[-4;4]} f(x) = f(-4) = -41$$

Câu 46. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$

A. $\max_{[-3;3]} f(x) = 1$

B. $\max_{[-3;3]} f(x) = 20$

*C. $\max_{[-3;3]} f(x) = 17$

D. $\max_{[-3;3]} f(x) = 10$

Lời giải

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-3) = -35 \\ f(-1) = 17 \\ f(2) = -10 \\ f(3) = 1 \end{cases} \text{ suy ra } \max_{[-3;3]} f(x) = 17$$

Câu 47. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 0$.

*B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y'' = 6x - 6, y''(2) = 6 > 0 \text{ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại } x = 2$$

Câu 48. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

*A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = 2 \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -2.$$

Ta có

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = -2$.

Mà $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = -\infty$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 4 đường tiệm cận.

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c} (a, b, c \in \mathbb{R})$

có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		2
	2			$-\infty$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

*D. 3.

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty \Rightarrow \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow c = 3b \quad (2)$$

$$\text{Đồ thị hàm số giao với } Ox \text{ tại điểm } M\left(\frac{1}{a}; 0\right) \Rightarrow a > 0 \quad (3)$$

Do $a > 0$ nên từ (1) $\Rightarrow b > 0$ và từ (2) $\Rightarrow c > 0$.

Vậy các số a, b, c đều là số dương.

Câu 50. Đồ thị hàm số có bao nhiêu $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 3.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

Tập xác định $D = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ suy ra đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Ta lại có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \end{cases}$ suy ra đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 51. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 13$ trên $[-2; 3]$ là phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 59.

B. 53.

*C. 55.

D. 57.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 2x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$f(0) = 13, f(-2) = 25, f(3) = 85, f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}, f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}$$

$$p \min_{[-2;3]} f(x) = f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4} \quad p \quad a = 51, b = 4 \quad p \quad a + b = 55$$

Câu 52. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 1)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(-1; 0)$

***D.** $(-\infty; -1)$

Lời giải

Ta có: $y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

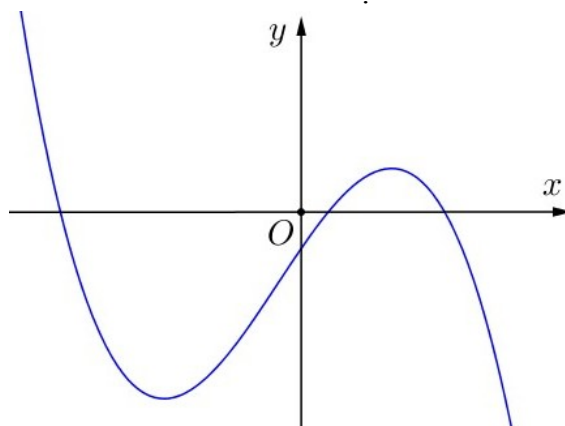
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2020	2021	2020	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Nên chọn D

Câu 53. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

***D.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung nên $\frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0$.

Mặt khác, dựa vào đồ thị, suy ra tổng hai điểm cực trị của hàm số âm, do đó $-\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có

Nhận xét $x = 0$ là nghiệm kép, $x = 1$ là nghiệm đơn và $x = -2$ là nghiệm bội lẻ. Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 1$.

B. $m \leq -3$.

*C. $m < 1$.

D. $m < -3$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$$

Ta có $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 56. Cho hàm số $y = 4x^2 - 2$ có đồ thị (P_1) và hàm số $y = 1 - x^2$ có đồ thị (P_2) . Tìm số giao điểm của hai đồ thị (P_1) và (P_2) .

*A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Lập phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P_1) và (P_2)

$$4x^2 - 2 = 1 - x^2$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{15}}{5} \\ x = -\frac{\sqrt{15}}{5} \end{cases}$$

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 57. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x$ trên $[0; 2]$.

*A. $\max_{x \in [0; 2]} y = 2$.

B. $\max_{x \in [0; 2]} y = 0$.

C. $\max_{x \in [0; 2]} y = -2$.

D. $\max_{x \in [0; 2]} y = 1$.

Lời giải

TXĐ: $D =] \supset [0; 2]$

$$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \end{cases}$$

$$y(1) = 2; y(0) = 0; y(2) = -2$$

Suy ra $\max_{x \in [0; 2]} y = 2$ tại $x = 1$.

Câu 58. Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

A. $x_{CD} = -\sqrt{2}$

***B.** $x_{CD} = 0$

C. $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$

D. $x_{CD} = \sqrt{2}$

Lời giải

$$y' = 2x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên điểm cực đại của hàm số là $x_{CD} = 0$.

Câu 59. Gọi M và m là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$.
Giá trị $5M - 3m$ bằng

A. 8

***B.** 10

C. 4

D. 3

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \supset [0; 4]$.

Ta có $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$, với mọi $x \in (0; 4)$ mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 4]$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0; 4]$

$$\Rightarrow M = f(4) = \frac{7}{5} \text{ và } m = f(0) = -1$$

Vậy $5M - 3m = 10$.

Câu 60. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

***A.** 3

B. 2

C. 1

D. 0

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-\sqrt{5}; 0; \sqrt{5}\}$$

Từ đây suy ra có 3 giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Câu 61. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$

A. 2

B. 3

***C.** 1

D. 0

Lời giải

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (TM) \\ x = -2 & (L) \end{cases}$$

Xét

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = -\infty \Rightarrow x=0$ là 1 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 x(x+1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1

B. 2

C. 3

*D. 0

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 x(x+1)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có

Xét thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 2 điểm $x=0$ và $x=-1$ vậy hàm số $f(x)$ có 2 cực trị.

Câu 63. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và đồ thị $y = x^2 - 1$ là

A. 2

B. 3

C. 1

*D. 4

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và đồ thị $y = x^2 - 1$ là:

$$x^4 - 3x^2 + 2 = x^2 - 1 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm giữa 2 đồ thị hàm số là 4.

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	-3	4	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

*A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

- Tiệm cận đứng:

Xét phương trình: $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(x)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt nên ĐTHS $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có 2 tiệm cận đứng.

- Tiệm cận ngang:

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{1}{-3+2} = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên ĐTHS $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có 2 tiệm cận ngang

Vậy ĐTHS đã cho có 4 tiệm cận đứng và ngang.

Câu 65. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

- A. $\max_{[1;5]} f(x) = 2$. *B. $\max_{[1;5]} f(x) = 2\sqrt{2}$. C. $\max_{[1;5]} f(x) = 3\sqrt{2}$. D. $\max_{[1;5]} f(x) = \sqrt{2}$.

Lời giải

Xét hàm số: $y = f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 3 \in [1;5]$

$f(1) = f(5) = 2; f(3) = 2\sqrt{2} \Rightarrow \max_{[1;5]} f(x) = 2\sqrt{2}$.

Câu 66. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- *A. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$. B. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. $f(x)$ có hai điểm cực trị. D. $f(x)$ không có cực trị.

Lời giải

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta được hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 67. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ với trục hoành là

- A. 3. B. 0. *C. 4. D. 2.

Lời giải

$$x^4 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} \\ x = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

Vậy có 4 giao điểm.

Câu 68. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

- A. $m = 0$. B. $m = -5$. C. $m = -2$. *D. $m = -4$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \end{cases}$$

Giải

Tính $y(-1) = -4, y(1) = -2, y(0) = 0$.

Suy ra $m = \min_{[-1;1]} f(x) = y(-1) = -4$.

Câu 69. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 *D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$			

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 70. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 3. *C. 2. D. 1.

Lời giải

Ta có quy tắc khi xét dấu đa thức: Qua nghiệm bội chẵn không đổi dấu, Qua nghiệm bội lẻ bị đổi dấu. Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow$ khoảng cuối dấu $(+)$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Đạo hàm bị đổi dấu 2 lần khi qua $x = -3$ và $x = 2$ nên hàm số có 2 cực trị.

Câu 71. Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

- *A. 3. B. 2. C. 4. D. 0.

Lời giải

• Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là $x^3 - 3x^2 + 3 = x$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

• Vậy tổng hoành độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là: $T = -1 + 1 + 3 = 3$.

Câu 72. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$.

*A. -4.

B. $-\frac{25}{6}$.

C. -5.

D. -2.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$.

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 4}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin \left[\frac{3}{2}; 4\right] \\ x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right] \end{cases}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{25}{6}$$

$$f(2) = -4$$

$$f(4) = -5$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ là -4.

Câu 73. Xét các khẳng định sau:

- i) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thì tồn tại $\alpha \in [-1; 1]$ thỏa mãn $f(x) \geq f(\alpha) \forall x \in [-1; 1]$
ii) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thì tồn tại $\alpha \in [-1; 1]$ thỏa mãn $f(x) \leq f(\alpha) \forall x \in [-1; 1]$
iii) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thỏa mãn $f(-1)f(0) < 0$ thì tồn tại $\gamma \in [-1; 1]$ thỏa mãn $f(\gamma) = 0$

Số khẳng định đúng là

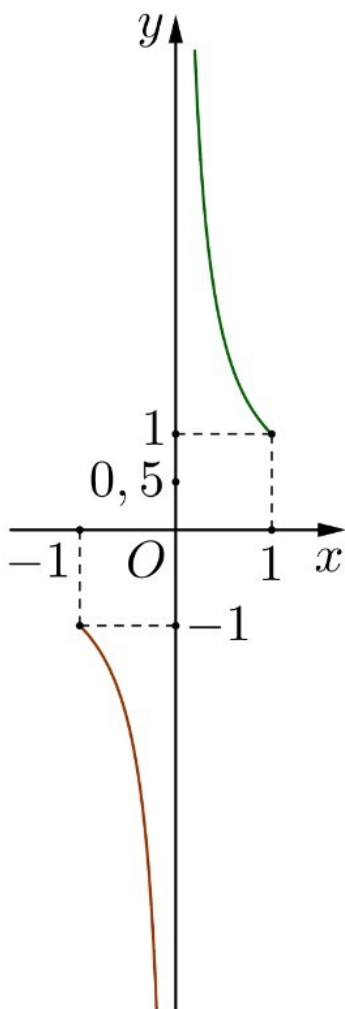
A. 3.

B. 1.

C. 2.

*D. 0.

Lời giải



$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ 0,5 & \text{khi } x = 0 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

Xét hàm số

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.

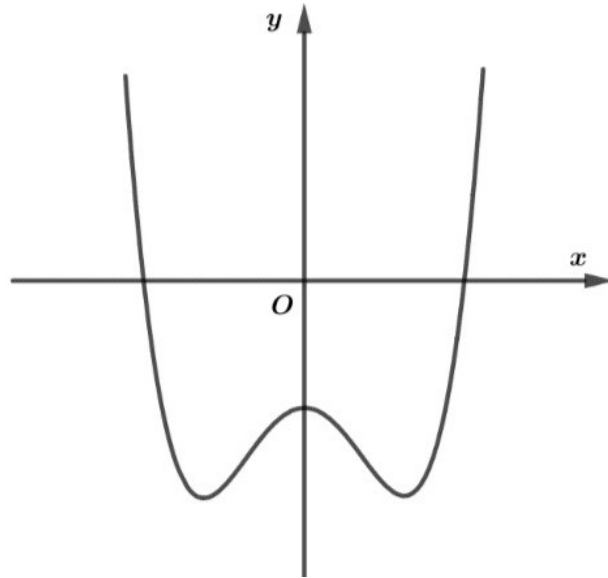
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

+ Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ nên khẳng định i) và khẳng định ii) sai.

+ $f(-1) = -1$; $f(1) = 1$ nên $f(-1)f(1) < 0$ nhưng không tồn tại $y \in [-1; 1]$ thỏa mãn $f(y) = 0 \rightarrow$ khẳng định iii) sai.

Vậy trong các khẳng định trên, không có khẳng định nào đúng.

Câu 74. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Trong ba số a , b , c có bao nhiêu số âm?



A. 3.

B. 0.

C. 1.

*D. 2.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ $\Rightarrow a > 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

+ Đồ thị hàm số giao Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

+ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy có 2 số âm trong a, b, c .

Câu 75. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-3; 1]$ thỏa mãn $f(-3)=1; f(0)=2; f(1)=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2 < f(-2) < 3$.

*B. $1 < f(-2) < 2$.

C. $f(-2) > 3$.

D. $f(-2) < 1$.

Lời giải

Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-3; 1]$ do đó $-2 < 0$ mà $f(0)=2 < f(-2)$ nên A sai; tương tự $f(1)=3 < f(-2)$ nên C sai; $f(-2) < 1 = f(-3) \Rightarrow$ D sai.

Hơn nữa, xét phương án B: $f(-3)=1 < f(-2) < 2 = f(0) \Rightarrow$ B đúng.

Câu 76. Gọi n là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $g(x)=x^3 - 4x - 2$ và $f(x)=x - 2$. Tính n .

A. $n = \pm\sqrt{5}$.

B. $n = 5$.

C. $n = 2$.

*D. $n = 3$.

Lời giải

$$x^3 - 4x - 2 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 4x - 2 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$. Do đó số giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số đã cho là 3.

Câu 77. Đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

*A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Số điểm chung của hai đồ thị hàm số đã cho bằng số nghiệm phương trình hoành độ giao điểm của chúng.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x^2 - 2x + 3 = x^2 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình hoành độ giao điểm có ba nghiệm, suy ra số điểm chung của hai đồ thị đã cho là ba.

Câu 78. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.
 Tính $M.m^2$

A. $\frac{-5}{3}$

B. $\frac{-5}{9}$

C. $\frac{25}{9}$

*D. $\frac{25}{3}$

Lời giải

$$y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0 \quad \forall x \in [0; 2]. \text{ Hàm số nghịch biến trên } (0; 2)$$

$$M = f(0) = \frac{1}{3}; \quad m = f(2) = -5 \quad \text{suy ra} \quad M.m^2 = \frac{25}{3}$$

Câu 79. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng:

A. 1.

B. -23.

*C. -24.

D. -8.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = x^4 - 10x^2 + 1 = 4x^3 - 20x = 4x(x^2 - 5).$$

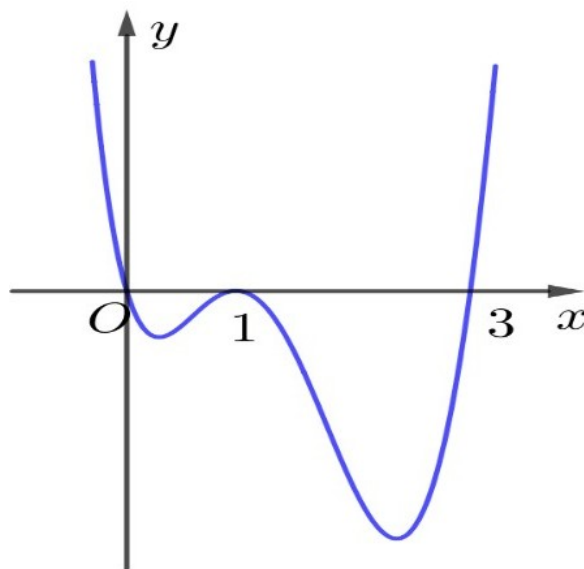
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-3; 2) \\ x = -\sqrt{5} \in (-3; 2). \\ x = \sqrt{5} \notin (-3; 2) \end{cases}$$

Suy ra:

$$\text{Ta có: } f(-3) = -8, f(-\sqrt{5}) = -24, f(0) = 1, f(2) = -23.$$

$$\text{Do đó: } \min_{[-3; 2]} f(x) = f(-\sqrt{5}) = -24.$$

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; 0)$

*B. $(0; 3)$

C. $(3; +\infty)$

D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ và $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 81. Cho điểm $I(-2; 2)$ và A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Tính diện tích S của tam giác IAB .

*A. $S = 10$

B. $S = \sqrt{10}$

C. $S = \sqrt{20}$

D. $S = 20$

Lời giải

Ta có $y = -x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; -4), B(2; 0)$.

Xét tam giác IAB có $IA = 2\sqrt{10}; IB = 2\sqrt{5}; AB = 2\sqrt{5}$, suy ra $IB^2 + AB^2 = IA^2 = 40$ nên tam giác IAB vuông cân tại B .

Do đó $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IB \cdot AB = 10$.

Câu 82. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $M + m$ bằng?

*A. 0

B. 1

C. 2

D. -1

Lời giải

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = [-1; 1]$.

Do đó $M = \frac{1}{2}, m = -\frac{1}{2}, M + m = 0$

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

A. 2. ***B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

A. $m = 2\sqrt{2}$. B. $m = -\sqrt{2}$. C. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$. *D. $m = \sqrt{2}$.

A. 4. ***B. 2.** **C. 3.** **D. 1.**

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	-2	1	$+\infty$	3	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

*D. 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $y = -2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ trường hợp này không có đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng $x = 0$. Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận.

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)^2 (x^2 - 3x + 2)x^{2021}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

*B. 3.

C. 1.

D. 4.

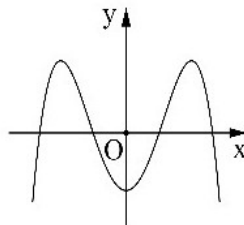
Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có xét dấu $f'(x)$ suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$

Câu 88. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

*D.

$a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số hướng xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Ta có $y(0) < 0 \Rightarrow c < 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 89. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính $m + M$?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

*D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 2x - 1; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -\frac{1}{3} \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$y(0) = 2; y(1) = 1; y(2) = 4$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là $m = 1$.

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là $M = 4$.

Vậy $m + M = 5$.

Câu 90. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

*B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x$

YCBT $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ nên chọn B.

Câu 91. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. -3.

B. -1.

*C. 3.

D. 2.

Lời giải

• Ta có: $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; +\infty) \\ x = 1 \in (0; +\infty) \end{cases}$$

• Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 3 $\nearrow$	$+\infty$

• Suy ra $\min_{(0; +\infty)} f(x) = 3$.

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 4.

*C. 2.

D. 3.

Lời giải

- Để x_0 là điểm cực trị của $f(x)$ khi và chỉ khi $x_0 \in \text{TXĐ}$; $f'(x_0) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu qua x_0 .
- Qua bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 93. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3.

B. 6.

C. 1.

*D. 2.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ có các đường tiệm cận là $x=1, y=2$

Do vậy đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ hình chữ nhật diện tích bằng $|1 \cdot 2| = 2$.

Câu 94. Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-m^2}{x+1}$ trên $[1; 2]$ bằng 0.

A. 1.

B. Vô số.

*C. 2.

D. 0.

Lời giải

Hàm số liên tục trên $[1; 2]$.

$$y' = \frac{2+m^2}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \neq -1$$

Ta có:

$$\text{Khi đó } \max_{[1;2]} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 0 = \frac{4-m^2}{3} \Leftrightarrow 4-m^2=0 \Leftrightarrow m=\pm 2$$

Câu 95. Hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ B. $(-\infty; -3)$ C. $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$ *D. $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$ **Lời giải**

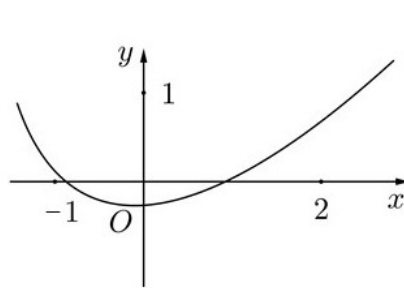
Ta có: $y' = 3x^2 + 8x - 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

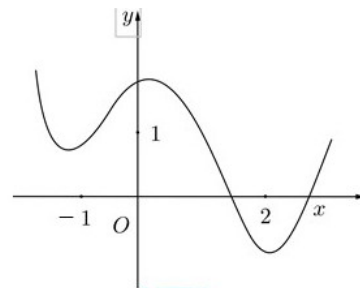
x	$-\infty$	-3	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	19	$\frac{13}{27}$	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$.

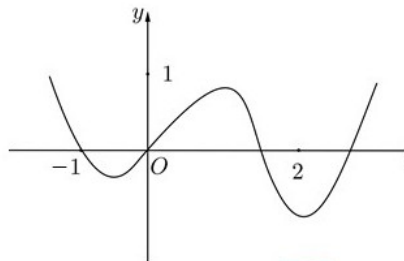
Câu 96. Cho bốn đồ thị hàm số dưới đây.



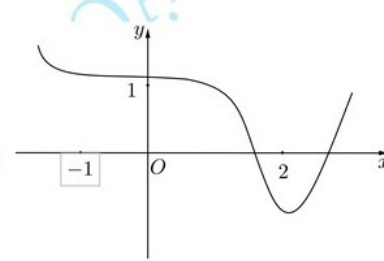
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0) = 0$, $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình trên?

A. Hình 1.

*B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

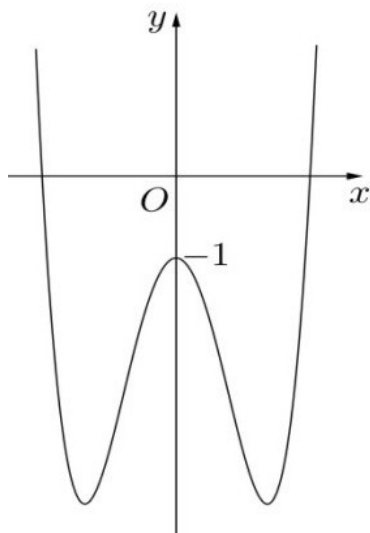
Lời giải

Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 2)$. Do đó Hình 1 và Hình 3 không thỏa mãn.

Vì $f'(0) = 0$ nên $x = 0$ là cực trị của hàm số. Do đó Hình 4 không thỏa mãn.

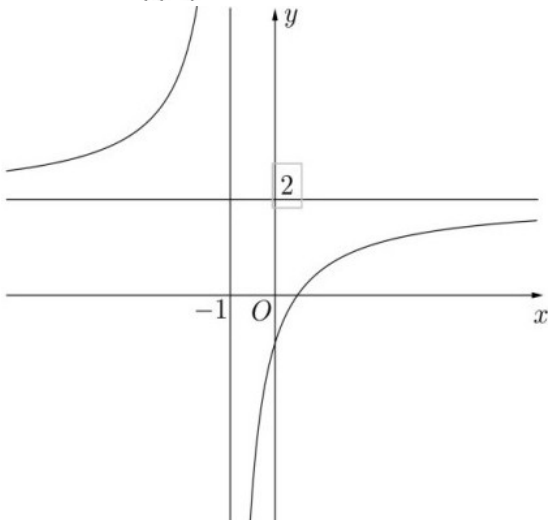
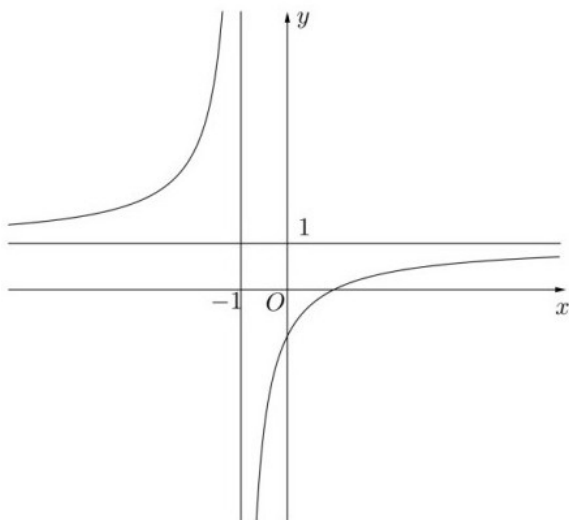
Vậy Hình 2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 97. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



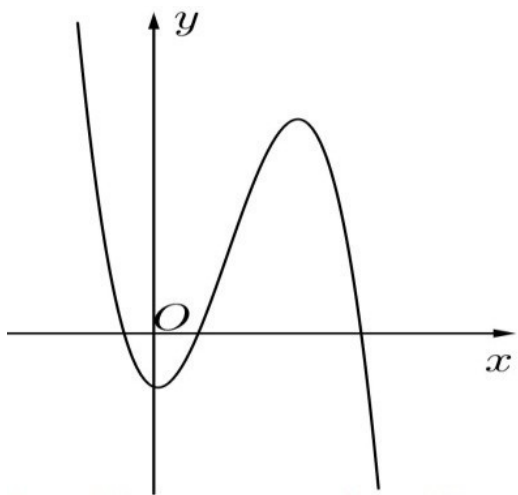
A.

B.



*C.

D.



Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$) nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Phương án A là đồ thị hàm bậc 4 và phương án D là đồ thị hàm bậc 3 nên không thỏa mãn.

Phương án B đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$ nên không thỏa mãn.

Do đó chọn đáp án C.

Câu 98. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là M, m . Khi đó kết quả nào sau đây đúng?

- A. $M - m = 4$. B. $3M - m = 5$. C. $M + m = -2$. *D. $7M + m = 0$.

Lời giải

• Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 - 6x + 9, \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

• Bảng biến thiên:

$$x: -\infty \quad -3 \quad 1 \quad +\infty \quad y': - \quad 0 \quad + \quad 0 \quad - \quad y: +\infty \quad -28 \quad 4 \quad -\infty$$

• Ta có: $M = 4, m = -28$. Vậy $7M + m = 0$.

Câu 99. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3(x-2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$. *B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^3(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	f_{CD}	f_{CT}	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 100. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

- A. 3. B. 2. *C. 1. D. 0.

Lời giải

Tập xác định $D = [1; 2) \cup (2; +\infty)$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(\sqrt{x-1}+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(\sqrt{x-1}+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 0$$

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 101. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 0.

B. -9.

C. $\frac{-2}{3}$.

*D. -1.

Lời giải

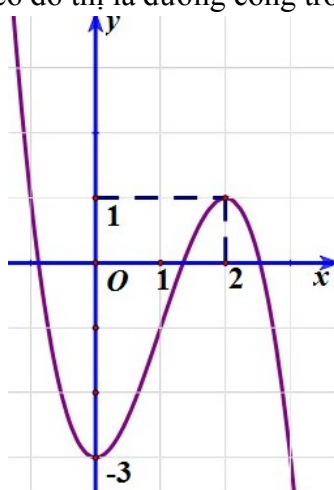
$$y = \frac{x^2 - 3x}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-3)(x+1) - (x^2-3x)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

Đặt

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \in [0;2] \\ x=-3 \notin [0;2] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0)=0 \\ y(2)=-\frac{2}{3} \Rightarrow \min_{[0;2]} y = y(1) = -1 \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

Câu 102. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là

A. 3.

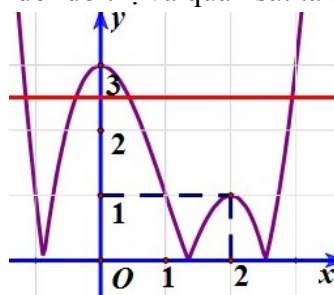
*B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Ta có $2|f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{2}$, biến đổi đồ thị và quan sát ta thấy phương trình trên có 4 nghiệm.



Câu 103. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $\frac{311}{27}$.

B. -7.

C. -1.

*D. 5.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 7$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -\frac{7}{3} \notin [-1; 2] \end{cases}$$

Giải

Tính $y(1) = -7, y(2) = -1, y(-1) = 5$

Suy ra $\max_{[-1; 2]} y = y(-1) = 5$

Câu 104. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2021}(x-1)^2(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

*B. 2.

C. 6.

D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có:

Do $x = 1$ là nghiệm bội chẵn, $x = 0, x = -2$ là các nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm $x = 0, x = -2$.

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 105. Số giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}$ và đường thẳng $d: y = -x + 5$ là

A. 0.

*B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^3 + x - 2}{x - 1} = -x + 5 \Leftrightarrow x^3 + x - 2 = (x - 1)(-x + 5) \quad (\text{với } x \neq 1).$$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $x = -3$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}$ và đường thẳng $d: y = -x + 5$ là 1.

Câu 106. Gọi M, N là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên $[0; 2]$. Khi đó $M + N$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 6.

*D. 2.

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$$

• Ta có

$$y(0) = 1; y(2) = 3; y(1) = -1$$

$$\max_{[0; 2]} f(x) = M = 3; \min_{[0; 2]} f(x) = N = -1$$

• Vậy $M + N = 2$.

Câu 107. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-2)(x+3)^4(1-2x)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- *A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+3)^4(1-2x)^3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-3 \end{cases}$$

Ta có

Trong đó $x=-3$ là nghiệm bội chẵn nên $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x=-3$.

Vậy hàm số chỉ có cực trị tại $x=2$ và $x=\frac{1}{2}$.

Câu 108. Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-1$ là

- A. 4. B. 3. *C. 2. D. 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$-x^4+4x^2+1=x^2-1 \Leftrightarrow -x^4+3x^2+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2} \\ x^2=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}<0(vn) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}} \\ x=-\sqrt{\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}} \end{cases}$$

Vậy có 2 giao điểm.

Câu 109. Hàm số $y=x^3-3x^2-9x-7$ đạt cực đại tại

- A. $x=3$. B. $\begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$. *D. $x=-1$.

Lời giải

$$y'=3x^2-6x-9 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	-34	$+\infty$	

Vậy hàm số $y=x^3-3x^2-9x-7$ đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 110. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ và đường thẳng $y=x+2$ là

- *A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

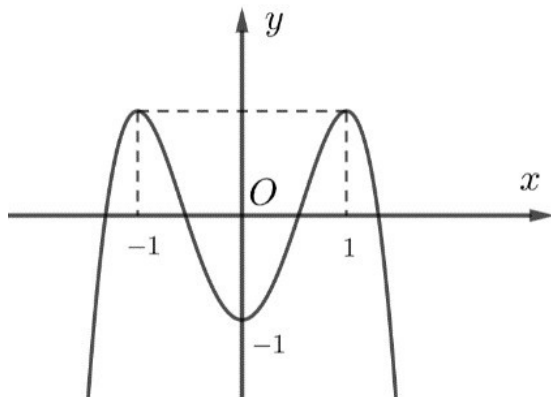
• Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$ là số nghiệm thực của phương trình hoành độ.

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

• Ta có:

• Vậy có 3 giao điểm.

Câu 111. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) + 1}$ là

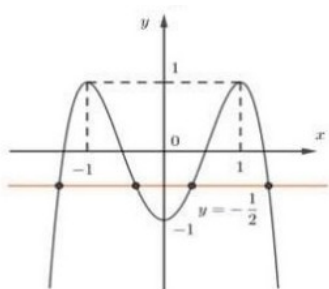
A. 2

B. 1

C. 3

***D. 4**

Lời giải



• Xét $2f(x) + 1 = 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$ (*).

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường $y = -\frac{1}{2}$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình (*) có 4 nghiệm, suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) + 1}$ 4 tiệm cận đứng.

Câu 112. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 0

***B. 20**

C. -16

D. 4

Lời giải

• Ta có $y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Khi đó $f(-1) = 4; f(1) = 0; f(-3) = -16; f(3) = 20$. Kết luận $\max_{[-3; 3]} y = 20$.

Câu 113. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là?

A. (1; 0)

B. (-1; 0)

C. (1; -2)

***D. (-1; 2)**

Lời giải

• Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

• Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	↗		↘		$+\infty$
			2		-2	

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$

Câu 114. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

A. -26.

*B. 3.

C. -24.

D. -2.

Lời giải

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Ta có } y(-1) = 3; y(-2) = -4; y(2) = -24$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [-2; 2]} y = -24; \max_{x \in [-2; 2]} y = 3$$

Câu 115. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là

*A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Suy ra: } y(0) = 2, y(1) = 0, y(2) = 4$$

$$\text{Vậy } y_{\max} = y(2) = 4$$

Câu 116. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ với trục hoành là

A. 1.

*B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

$$-x^4 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ với trục hoành là 3.

Câu 117. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$

A. 2.

B. 1.

C. 4.

*D. 3.

Lời giải

Ta thấy vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm qua 3 nghiệm $x = -2, x = 1, x = 2$ đổi dấu nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 118. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

*A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^4}}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là TCN.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4} = +\infty \Rightarrow x = 2 \text{ là TCD}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4} = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là TCD}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 119. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x^2-1)(x-3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

A. 2.

*B. 5.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-1)(x-3)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$									

Căn cứ BBT ta thấy số điểm cực trị dương của hàm số $y = f(x)$ là 2 nên số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là 5. Chọn đáp án B.

Câu 120. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ và trục hoành là

A. 2.

B. 3.

*C. 4.

D. 0.

Lời giải

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là 4.

Câu 121. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	2

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- *A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Ta có: $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

Vậy tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 122. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. 3. C. $-\frac{37}{4}$. *D. $-\frac{13}{4}$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$

• $y' = 4x^3 - 10x$

• $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$

BBT

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$

Dựa theo BBT thì giá trị cực tiểu của hàm số là $-\frac{13}{4}$.

Câu 123. Cho hàm số $y = x^3 - 6x - m$ thỏa mãn $\max_{[-1;0]} y = 10$, với m là tham số thực. Khi đó m thuộc khoảng

- A. $(4; +\infty)$. B. $(1; 4)$. *C. $(-\infty; -3)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Hàm số có $y' = 3x^2 - 6 < 0$ với $\forall x \in [-1; 0]$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$

$$\Rightarrow \max_{[-1;0]} y = y(-1) = -m + 5$$

Mặt khác, $\max_{[-1;0]} y = 10 \Rightarrow -m + 5 = 10 \Leftrightarrow m = -5$

Vậy $m = -5 \in (-\infty; -3)$

---HẾT---