|  |
| --- |
| PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN GIA LÂMĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 (Vòng 1)NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài 150 phút*****Đề số 13** |
|  |  |

1. **(4,0 điểm)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính giá trị của  khi 

2.Cho  là các số thực dương thỏa mãn : 

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : 

1. **(6,0 điểm)**

1. Cho ba số  thỏa điều kiện : 

a. Chứng minh rằng : 

b. Chứng tỏ rằng trong ba số  tồn tại 1 số không âm ; 1 số không dương

2. Tính giá trị của biểu thức  với thỏa mãn : 

3. Tìm tất cả các số nguyên để biểu thức :  là một số chính phương

1. **(4,0 điểm)**

1. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh 

2. Có tồn tại hay không các số nguyên a, b thỏa mãn : 

1. **(2,0 điểm)**

Cho điểm  bất kì nằm trong tam giác đều . Vẽ 



a) Chứng minh:  có giá trị không phụ thuộc vào vị trí điềm M.

b) Tìm vị trí điểm  sao cho:  đạt giá trị nhỏ nhất?

1. **(4,0 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại  có  và đường cao AH. Trên AB lấy điểm D bất kì, vẽ  , vẽ  // EF(  ).DF cắt GE tại O.

a) Biết  . Tính diện tích tứ giác $DEFG$?

b) Tìm vị trí của D trên  để $DEFG$ là hình vuông?

c) Chứng minh rằng khi  di động trên  thì O luôn chậy trên một đường thẳng cố định.

🙢**HẾT**🙠

|  |
| --- |
| **HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HSG TOÁN 9 HUYỆN GIA LÂM****Năm học: 2020-2021** |

1. **(4,0 điểm)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tính giá trị của  khi 

2.Cho  là các số thực dương thỏa mãn : 

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : 

**Lời giải**

a) 

Đặt 

Như thế 



b) Ta có 

Vậy 

b) Ta có các bđt phụ sau ( rất quen thuộc nên ta không chứng minh lại )

Với ba số thực dương 

( dấu bằng khi )

Và ( dấu bằng khi )

Áp dụng ta có 



Vậy 

1. **(6,0 điểm)**

1. Cho ba số  thỏa điều kiện : 

a. Chứng minh rằng : 

b. Chứng tỏ rằng trong ba số  tồn tại 1 số không âm ; 1 số không dương

2. Tính giá trị của biểu thức  với thỏa mãn : 

3. Tìm tất cả các số nguyên để biểu thức :  là một số chính phương

**Lời giải**

1.

a. Ta có : 



b. Ta đi chứng minh bằng phép phản chứng

Giả sử trong 3 số  đều nhận giá trị 

Khi đó 



( theo bđt AM-GM )

Do đó 

Vậy trong 3 số  phải luôn có ít nhất 1 số không dương

Tương tự nếu giả sử trong ba số  không có số nào không âm

Khi đó 

Ta cũng có : ( chứng minh tương tự như trên )

Vậy trong ba số cũng phải có ít nhất 1 số không âm ( đpcm )

2. Ta có 

Khi đó : 

Và ta có : 

Do đó :

3. Ta có : 

Do 

Ta sẽ đi chứng minh : 

Thật vậy : ( đúng )

Như thế ta có : 

Do vậy  là 1 số chính phương



 hay 

Thử lại ta nhận cả hai giá trị  và 

Kết luận:  là các số nguyên cần tìm.

1. **(4,0 điểm)**

1. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh 

2. Có tồn tại hay không các số nguyên a, b thỏa mãn : 

**Lời giải**

1. Vì  là số nguyên tố lớn hơn 3 suy ra  chia 3 dư 1 hoặc dư 2  mà 

 (1)

Mặt khác : vì p là số nguyên tố suy ra p chia 8 dư 1, dư 3, dư 5,dư 7 mà   (2)

Từ (1) và (2),ta có : 

Vậy nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì 

2. Nếu  chẵn, ta có  chẵn, mà 2023 là số lẻ nên vô lí.

Nếu  lẻ, ta có .

Do đó chia 3 dư 1, mà 2023 chia 3 dư 3 nên vô lí.

 Do đó không các số nguyên a, b nào thỏa mãn : .

1. **(2,0 điểm)**

Cho điểm  bất kì nằm trong tam giác đều . Vẽ 



a) Chứng minh:  có giá trị không phụ thuộc vào vị trí điềm M.

b) Tìm vị trí điểm  sao cho:  đạt giá trị nhỏ nhất?

**Lời giải**



Kẻ 

Ta có: 

Hay 

 (Vì đều nên )

 

Do không đổi nên không đổi.

Vậy  có giá trị không phụ thuộc vào vị trí điềm M.

b) Ta chứng minh được: 

Ta có 

Tương tự ta có 

Lại chỉ ra được 

 không đổi.

Dấu “=” xảy ra  là giao điểm 3 đường trung tuyến của 

Hay là tâm tam giác đều .

1. **(4,0 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại  có  và đường cao AH. Trên AB lấy điểm D bất kì, vẽ  , vẽ  // EF(  ).DF cắt GE tại O.

a) Biết  . Tính diện tích tứ giác $DEFG$?

b) Tìm vị trí của D trên  để $DEFG$ là hình vuông?

c) Chứng minh rằng khi  di động trên  thì O luôn chậy trên một đường thẳng cố định.

**Lời giải**



a) Áp dụng định lý Pytago cho tại  : 

 áp dụng định lý Talet :



Xét  và  có  chung

 

Ta có :  là hình bình hành

Mà:  $=>\hat{DGF}=90°$

Suy ra : là hình chữ nhật



b)  



 là hình vuông mà 

c) Gọi  là trung điểm của  ; cắt  tại  ;cắt  tại 

màlà trung điểm của

CMTT :  là trung điểm của .

Suy ra  là trung điểm của  mà  là hình thang ( ) theo tính chất hình thang  đi qua trung điểm của   thuộc đường thẳng đi qua trung điểm của  và   khi  thay đổi trên  thì  luôn nằm trên đường thẳng cố định.