

▶ **BÀI 9. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO****A. Tóm tắt kiến thức****1. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTO, PHÉP TRỪ HAI VECTO, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO**

✍ Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Ta có:

✓ $\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z')$;

✓ $\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z')$;

✓ $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$ với k là một số thực.

✍ Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

✓ Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right)$;

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right)$$

2. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

✍ Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ được xác định bởi công thức:

✓ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x x' + y y' + z z'$

✍ **Chú ý:** Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$

thì $AB = \sqrt{AB^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

Đặc biệt, khi B trùng O ta nhận được công thức $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$.

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng 1: Biểu thức tọa độ của tổng, hiệu hai vector, tích của một số với một vector

👉 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{a}=(2;1;5)$ và $\vec{b}=(2;2;1)$. Tìm tọa độ của mỗi vector sau:

a) $\vec{a} - \vec{b}$; b) $3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{p}=(3;-2;1), \vec{q}=(6;-4;2), \vec{r}=(2;1;-3)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

b) Tìm hai vectơ cùng phương trong các vectơ đã cho.

Câu 3: Cho $\vec{a} = (-2; 3; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (1; 2; 3)$. Tính tọa độ của mỗi vector sau:

a) $3\vec{a}$; b) $2\vec{a}-\vec{b}$; c) $\vec{a}+2\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{c}$.

• **Dạng ②:** Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm của tam giác

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$ và $C(2;-1;5)$. Tìm toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 2: Cho tam giác ABC có $A(-2; 1; 0), B(0; 2; 5), C(5; 0; 2)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A(1;-1;1), B(0;1;2), C(1;0;1)$. Tìm tọa độ:

a) Trung điểm M của AB ; b) Trọng tâm G của tam giác ABC .

•Dạng ③: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;4;2)$ và $\vec{b}=(-4;1;0)$.

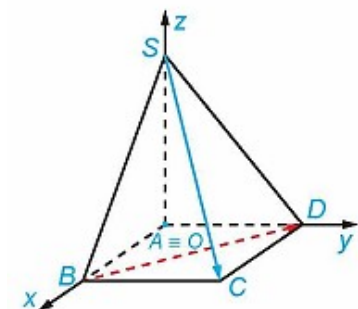
a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và cho biết hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có vuông góc với nhau hay không.

b) Tính độ dài của vectơ $\vec{a}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA=2, AB=3, AD=4$. Xét hệ toạ độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS (H.2.48).

a) Xác định toạ độ của các điểm S, A, B, C, D .

b) Tính BD và SC . c) Tính $(\vec{BD}, \vec{SC})$.



Hình 2.48

Câu 3: Cho ba vectơ $\vec{a}=(3;0;1), \vec{b}=(1;-1;-2), \vec{c}=(2;1;-1)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}$.

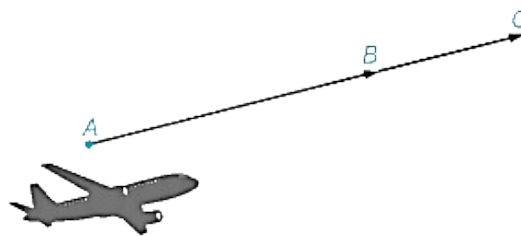
b) Tính $|\vec{a}|, |\vec{b}|, \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

c) Cho $\vec{d}=(1;7;-3)$. Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

•Dạng 4: Ứng dụng thực tế

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?

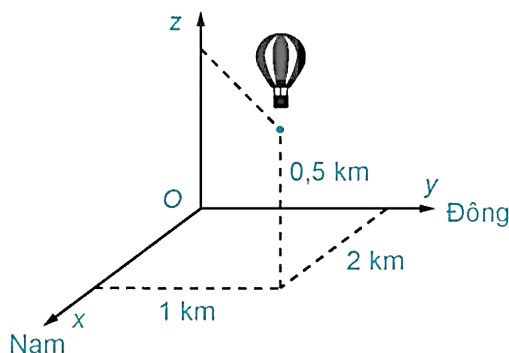


Hình 2.49

Câu 2: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5 \text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5 \text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8 \text{ km}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai kình khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.50), đơn vị đo lấy theo kilômét.

- a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc kình khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.
- b) Xác định khoảng cách giữa hai kình khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



(H.2.50)

Câu 3: Trong Ví dụ 2, kình khí cầu thứ nhất hay thứ hai ở xa điểm xuất phát hơn? Giải thích vì sao.

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$ B. $I(1; 0; 4)$ C. $I(2; 0; 8)$ D. $I(2; -2; -1)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(3; 17; -2)$ B. $(-3; -17; 2)$ C. $(3; -2; 5)$ D. $(3; 5; -2)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm

- A. $H(0; 0; -1)$ B. $E(-1; 2; 0)$ C. $F(0; 0; -2)$ D. $G(0; 0; 2)$

- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4)$, $B(3;4;2)$. Tìm tọa độ điểm M , biết B là trung điểm của AM .
- A. $M(-1;0;6)$ B. $M(2;2;-2)$ C. $M(2;3;3)$ D. $M(5;6;0)$
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz ?
- A. $M(0;0;-2)$ B. $M(1;2;0)$ C. $M(1;0;2)$ D. $M(1;0;0)$
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;0;1)$ và $B(1;-1;2)$ tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là
- A. $(2;-1;1)$ B. $(0;-1;-1)$ C. $(-2;1;-1)$ D. $(0;-1;3)$
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-1;0;-2)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .
- A. $M(-1;-1;-1)$ B. $M(0;1;-1)$ C. $M(0;2;-2)$ D. $M(-2;-2;-2)$
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(-1;0;1)$, $C(0;2;-1)$. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.
- A. $\sqrt{21}$ B. 21 C. $\sqrt{13}$ D. 13
- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;1)$, $B(3;2;-2)$, $C(-3;1;5)$. Tìm tọa độ điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{CM}$. Khi đó tổng $S = \frac{9}{x} + \frac{3}{y} - \frac{27}{z}$ bằng
- A. 6 B. -15 C. 16 D. -13
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây
- A. $Q(-1;2;3)$ B. $N(1;-2;3)$ C. $P(1;2;-3)$ D. $M(1;-2;-3)$
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(4;-5;3)$ qua trục Oz có tọa độ là
- A. $(4;-5;-3)$ B. $(-4;5;3)$ C. $(-4;5;-3)$ D. $(0;0;3)$
- Câu 13:** Trong không gian cho $Oxyz$ vector $\overrightarrow{OM} = i - 3j + 4k$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ $Oxyz$ là
- A. $(1;-3;4)$ B. $(1;4;-3)$ C. $(0;0;4)$ D. $(1;-3;0)$
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-6;3)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?
- A. $P(3;0;0)$ B. $N(3;-1;5)$ C. $M(0;-2;4)$ D. $Q(0;0;5)$
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
- A. $(-1;2;-3)$ B. $(0;2;-3)$ C. $(1;0;0)$ D. $(1;-2;3)$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1), B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

- A. $C(-6;2;0)$ B. $C(4;2;-1)$ C. $C(-12;0;8)$ D. $C(3;-1;-5)$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-2;-4;9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA=2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

- A. 5. B. 3. C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{54}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-6;2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(0;-6;0)$ B. $(5;0;2)$ C. $(5;-6;0)$ D. $(0;-6;2)$

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3); B(2;-3;4)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

- A. $M(1;1;0)$ B. $M(3;-5;7)$ C. $M(-3;5;0)$ D. $M(-2;1;0)$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;1;4)$ và $N(0;2;-1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

- A. $(-3;1;-5)$ B. $(-1;-1;-1)$ C. $(3;3;3)$ D. $(1;1;1)$

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4), B(2;4;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .

- A. $G(6;3;3)$ B. $G(2;1;1)$ C. $G(2;1;1)$ D. $G(1;2;1)$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4), D(6;9;-5)$. Hãy tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$?

- A. $(2;3;-1)$ B. $(2;-3;1)$ C. $(2;3;1)$ D. $(-2;3;1)$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(4;-1;-1)$ B. $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ C. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ D. $G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3), B(2;3;-4), C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2;4;-5)$ B. $D(4;2;9)$ C. $D(6;2;-3)$ D. $D(-4;-2;9)$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;1;-4), B(5;-3;3), C(-1;-1;10)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(2;1;-3)$ B. $G(2;-1;3)$ C. $G(2;-1;-3)$ D. $G(-2;-1;3)$

- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;3;4)$, $B(1;0;-2)$ và $C(4;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
 A. $G(3;0;2)$. B. $G(2;1;1)$. C. $G(1;1;3)$. D. $G(3;0;-1)$.
- Câu 27:** Cho tam giác ABC , biết $A(1;-2;4)$, $B(0;2;5)$, $C(5;6;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
 A. $G(6;3;3)$. B. $G(4;2;2)$. C. $G(3;3;6)$. D. $G(2;2;4)$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-4;1;-5)$, $B(2;-4;7)$, $C(3;-2;9)$. Tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là
 A. $(2;3;-3)$. B. $(-3;-3;3)$. C. $(-6;5;-12)$. D. $(-3;3;-3)$.
- Câu 29:** Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .
 A. $I(4;-2;2)$. B. $I(2;-1;2)$. C. $I(4;-2;1)$. D. $I(2;-1;1)$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:
 A. $I(1;-1;2)$. B. $I(1;1;0)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. D. $I(1;1;1)$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
 A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.
- Câu 32:** Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;2;3)$ và $C(3;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là
 A. $D(5;1;1)$. B. $D(5;1;-1)$. C. $D(5;-1;-1)$. D. $D(-5;1;-1)$.
- Câu 33:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;2;4)$, $B(3;0;-2)$ và $C(1;3;7)$. Gọi D chân đường phân giác trong hạ từ A . Tính OD
 A. $\frac{\sqrt{207}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{205}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{201}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{203}}{3}$.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là
 A. $E(4;4;1)$. B. $E(0;2;-1)$. C. $E(1;3;-1)$. D. $E(1;1;2)$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;2)$ và $G(1;-3;2)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm C .

- A. $C(3; -7; 1)$. B. $C(2; -4; -1)$. C. $C(1; -1; -3)$. D. $C(3; 2; 1)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. B. $(-2; 11; 1)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (1; 2; -2)$. Tính độ dài vector a .

- A. $|a| = 2\sqrt{2}$. B. $|a| = 8$. C. $|a| = 3$. D. $|a| = 9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 3; 12)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng

- A. 13 . B. 11 . C. 17 . D. 6 .

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(4; 2; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 2 . B. 4 . C. $\sqrt{22}$. D. 22 .

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 6; 0)$, $B(0; 0; 8)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 100 . B. 10 . C. 48 . D. 6 .

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(3; 0; 1)$. Độ dài vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\sqrt{19}$. B. 19 . C. $\sqrt{13}$. D. 13 .

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto j, k lần lượt là các vecto đơn vị trên các trục Oy, Oz .

Tích vô hướng $j \cdot k$ bằng

- A. 0 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -4; 5)$. Giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 10 . B. -14 . C. 6 . D. 3 .

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$, $\vec{v} = (0; 1; 1)$, khi đó

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 - \sqrt{3}$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 - \sqrt{3}$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, gọi J là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos J$ bằng

- A. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. B. $\frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$. C. $\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$. D. $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $|d| = \sqrt{2}$

B. $a \perp b$

C. $|d| = \sqrt{3}$

D. $b \perp c$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3, 1, 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$

B. $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$

C. $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$

D. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

A. $OA = 3$

B. $OA = 9$

C. $OA = \sqrt{5}$

D. $OA = 5$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (2; -1; 1)$, $v = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vectơ u và v bằng:

A. 150°

B. 120°

C. 60°

D. 30°

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $a = (m; 3; 4)$; $b = (4; m; -7)$. Với giá trị nào của m thì a vuông góc với b ?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = i\sqrt{3} + k$, $v = j\sqrt{3} + k$. Khi đó tích vô hướng của $u \cdot v$ bằng 2

b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ j , k lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Oy , Oz . Tích vô hướng $j \cdot k$ bằng 3

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -3)$ và $B(-2; 1; -1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{17}$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; -3; 1)$ và $b = (-1; 4; -2)$. Giá trị của biểu thức $a \cdot b$ bằng -16

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (-1; 1; 0)$, $b = (1; 1; 0)$, $c = (1; 1; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $|a| = \sqrt{2}$

Giáo viên:.....

Số ĐT:.....

b) $a \perp b$

c) $|c| = \sqrt{3}$

d) $b \perp c$

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $a = (2; 4; -2)$ và $b = (1; -2; 3)$. Tích vô hướng của hai vector a và b bằng -22 b) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (3; 0; 1)$, $v = (2; 1; 0)$. Tích vô hướng $u \cdot v$ bằng 6 c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u}_1(1; 1; -4)$, $\vec{u}_2(0; 1; 1)$. Góc giữa hai vector đã cho bằng 60° d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 3; 3)$, $b = (-2; 2; 1)$ và $c = (-1; 2; 3)$. Tích vô hướng $\vec{c} \cdot (a - b)$ bằng 5 **Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $a = (1; -2; 3)$ và $b = (2; -1; -1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $[a, b] = (-5; -7; -3)$

b) Vector a không cùng phương với vector b .c) Vector a không vuông góc với vector b .

d) $|a| = \sqrt{14}$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a = (-1; 1; 0)$, $b = (1; 1; 0)$, $c = (1; 1; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $|a| = \sqrt{2}$

b) $a \perp b$

c) $|d| = \sqrt{3}$

d) $b \perp c$

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho $a = 2i - 3j + 4k$, $A(1; 0; -2)$ và $B(2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng 17

b) Cho hai vec tơ $a = (1; -2; 3)$, $b = (-2; 1; 2)$ Khi đó tích vô hướng $(a+b) \cdot b$ bằng 10

c) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector i và $u = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là 60°

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn AB bằng $\sqrt{6}$

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (x; 2; 1)$ và $v = (1; -1; 2x)$. Tích vô hướng của u và v bằng $3x - 2$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 7; 3)$ và $B(4; 1; 5)$. độ dài của đoạn AB bằng $2\sqrt{19}$

c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng 3

d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (-2; 1; 2)$, $b = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $(a-b) \cdot b$ bằng 12

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $\sqrt{349}$

- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (1; 0; -2)$ và $b = (2; -1; 3)$. Tích có hướng của hai vectơ a và b là một vectơ có tọa độ là $(2; -7; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a(2; 3; 1)$, $b(-2; 1; 2)$. Khi đó $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ có tọa độ bằng $(2; 0; 1)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ n vuông góc với cả hai vectơ $a = (1; 1; -2)$, $b = (1; 0; 3)$ là $(2; -3; -1)$

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $[u, v] = 0 \Leftrightarrow u, v$ cùng phương.
- b) Nếu u, v không cùng phương thì giá của vectơ $[u, v]$ vuông góc với mọi mặt phẳng song song với giá của các vectơ u và v .
- c) $\| [u, v] \| = \|u\| \|v\| \cos(u, v)$.
- d) $[u, v] \cdot u = [u, v] \cdot v = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (1; 2; -1)$, $b = (3; -1; 0)$, $c = (1; -5; 2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) a cùng phương với b .
- b) a, b, c không đồng phẳng.
- c) a, b, c đồng phẳng.
- d) a vuông góc với b .

Câu 11: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$, $N(4; -5; 1)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng 7

- b) Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $u = (1; 0; 3)$ và $v = (x; -1; 1)$. Nếu $u \cdot v = 3$ thì độ dài của $|v|$ bằng $\sqrt{2}$.
- c) Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 60°
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 3; 2)$ và $b = (2; 1; 1)$. Tích vô hướng $a \cdot (2a - b)$ là 31

Câu 12: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (-2; -3; 1)$ và $b = (1; 0; 1)$. Côsin góc giữa hai vectơ a và b bằng $\frac{1}{2\sqrt{7}}$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $u = (2; -1; 5)$ và $v = (1; -3; -2)$. Tích vô hướng $u \cdot (u - v)$ bằng 41
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (1; 2; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ bằng 6
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (1; -2; 1)$ và $v = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng 120°

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (2; 0; -1)$ và $b = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $a \cdot (b + 2a)$ bằng 7
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; 1; -2)$ và $b = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai vectơ $u = 2a + 3mb$ và $v = ma - b$ vuông góc là $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (2; -1; 1)$, $v = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vectơ u và v bằng 120°

d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 0; 0)$ và $b = (2; 0; 1)$. Tính vô hướng $a \cdot (a + 2b)$ bằng 5

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 3; 3)$ và $b = (-2; 2; 1)$. Tích vô hướng $a \cdot (a - b)$ bằng 12

b) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (-2; 1; 2)$, $b = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $(a - b) \cdot b$ bằng 12

c) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; -2; -1)$ và $b = (2; 1; -1)$. Giá trị của $\cos(a, b)$ là $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; -1), B(2; 2; -2)$. Nếu M là điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AB = 2MB$ thì độ dài OM bằng 3

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho a và b tạo với nhau một góc 120° , đồng thời $|a| = 2$ và $|b| = 5$. Đặt $u = ka - b$ và $v = a + 2b$. Để $u \perp v$ thì giá trị của k là $k = \frac{9}{2}$

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là $\frac{\sqrt{29}}{2}$

c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng $\frac{9}{\sqrt{35}}$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 0; 1)$ và $b = (1; 2; 1)$. Tính vô hướng $a \cdot (2a + b)$ là 6

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1)$ và $A'(1;1;-1)$. Giá trị của $\cos(\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{B'D'})$ bằng $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho $a(-2;2;0), b(2;2;0), c(2;2;2)$. Giá trị của $|a+b+c|$ bằng 11
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a=(2;1;0), b=(-1;0;-2)$. Khi đó $\cos(a; b)$ bằng $\frac{2}{5}$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a=(1;1;3), b=(-2;1;5)$ và $c=(1;-3;2)$. Tính tích vô hướng $a.(b-2c)$ bằng 6

Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC=2MB$. Độ dài đoạn AM bằng $\sqrt{30}$
- b) Cho hai vectơ $a=(1;1;-2)$ và $b=(1;0;m)$. Góc giữa chúng bằng 45° khi $m=2-\sqrt{6}$
- c) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ a và b thỏa mãn $|a|=2\sqrt{3}, |b|=3$ và $(a, b)=30^\circ$. Độ dài của vectơ $3a-2b$ bằng 22
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(-1;-1;0)$ và $C(3;1;-1)$. Tọa độ điểm M thuộc trục Oy và M cách đều B, C là $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$

Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Gọi φ là góc giữa hai vectơ $a=(1;2;0)$ và $b=(2;0;-1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng $\frac{2}{5}$.
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(-3;0;4)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng 6

- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$.
Số đo của góc $\widehat{ABC}$ là 45°
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. độ dài đoạn thẳng OA bằng 5

Câu 19: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 1)$, $B(0; 1; 0)$, $C(1; 0; 0)$ và $D(-2; 3; -1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{1}{6}$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm có tọa độ $A(1; 0; 1)$, $B(2; 2; 1)$, $C(1; 3; -1)$. Gọi M là điểm nằm trên tia Oy sao cho thể tích tứ diện $ABCM$ bằng $\frac{1}{2}$. Tung độ của điểm M là 1
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; -2)$, $B(3; 1; 0)$, $C(2; 2; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{6}$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm tạo thành tứ giác lồi $A(2; 0; -1)$, $B(-2; 1; -3)$, $C(1; 2; 2)$, $D(0; -1; -5)$. Diện tích của tứ giác này có giá trị bằng $\frac{13\sqrt{6}}{2}$

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$ và $D(1; 1; 1)$. Độ cao của tứ diện kẻ từ D bằng 3
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho năm điểm tạo thành một hình chóp có đáy là tứ giác với $A(0; 0; 3)$, $B(2; -1; 0)$, $C(3; 2; 4)$, $D(1; 3; 5)$, $E(4; 2; 1)$. Đỉnh của hình chóp tương ứng là Điểm C
- c) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $a = (4; -2; -4)$, $b = (6; -3; 2)$. Giá trị của biểu thức $|(2a - 3b)(a + 2b)|$ bằng 200

d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 0; 3)$ và $b = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $a \cdot (a + b)$ bằng 23

Câu 21: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ a và b thỏa mãn $|a| = 2\sqrt{3}$, $|b| = 3$ và $(a, b) = 30^\circ$. Độ dài của vectơ $3a - 2b$ bằng 6

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-5; -4; -8)$. Độ dài đường cao DH của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{45}{7}$

c) Trong không gian $Oxyz$, Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O . Biết rằng $B(m; 0; 0)$, $D(0; m; 0)$, $A'(0; 0; n)$ với m, n là các số dương và $m + n = 4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $BDA'M$ bằng $\frac{64}{27}$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh $A(0; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0; 0; 2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M di động trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, $D(0; m; 0)$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5 là 3

b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 1; 1)$, $B(5; 3; 6)$, $C(-1; 2; 3)$. Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{523}$.

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn AB bằng $\sqrt{6}$

- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $u = (1; 1; 2), v = (-1; m; m - 2)$. Khi $\| [u, v] \| = \sqrt{14}$ thì $m = 2$ hoặc $m = -3$

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $a(3; 2; 1), b(3; 2; 5)$. Tọa độ vector tích có hướng $[a, b]$ là $(8; -12; 0)$
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3), B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $\sqrt{359}$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 1; 0), B(0; 4; 0), C(0; 2; -1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a; b; c)$ thỏa mãn $a > 0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{17}{6}$. Tổng $a + b + c$ bằng 5
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (-5; 3; -1), b = (1; 2; 1), c = (m; 3; -1)$. Tìm tất cả giá trị của m sao cho $a = [b, c]$ là $m = 6$

Câu 24: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm có tọa độ là $A(1; 2; 0), B(2; 1; -1), C(0; 1; -1)$. Giá trị $\sin \angle ABC$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi $\vec{p}$ là vector cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tọa độ của vector $\vec{p}$ là $(9; -12; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; -2), B(3; 1; 0), C(2; 2; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng $\sqrt{7}$

d) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $a = (4, -2, -4), b = (6, -3, 2)$. Giá trị của biểu thức $\left| (2a - 3b)(a + 2b) \right|$ bằng 204

Câu 25: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $u = mi + 2j - 3k, v = mj + 2i + 4k$. Biết rằng $u \cdot v = 8$, khi đó giá trị của m bằng 5

b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (1; -2; 1)$ và $v = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng 60°

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$ và $A'(0; 0; 2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ là 90°

d) Trong không gian $Oxyz$, gọi J là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos J$ bằng $\frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$

•Dạng 9: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u} = (1; 8; 6), \vec{v} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{w} = (0; 5; 4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$

Câu 2: Cho $\vec{a} = (2; -1; 5), \vec{b} = (0; 3; -3), \vec{c} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b} + 3\vec{c}$.

Câu 3: Nếu tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là $(x; y; z)$ thì tọa độ của vectơ đối của $\vec{a}$ là gì?

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (-2; 3; -2)$.

a) Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$. b) Tìm $(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (2; 0; -3)$. Hãy chỉ ra tọa độ của một vectơ $\vec{w}$ khác $\vec{0}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;9;-1)$, $B(9;4;5)$ và $G(3;0;4)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC nhận G là trọng tâm.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3;7;2)$, $N(5;1;-1)$ và $P(4;-4;-2)$.

Tìm tọa độ:

- a) Trung điểm / của đoạn thẳng MN ; b) Trọng tâm G của tam giác MNP .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}=(1;0;5)$ và $\vec{b}=(1;3;9)$.

- a) Biểu diễn hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ qua các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$
 b) Biểu diễn hai vector $\vec{a}+\vec{b}$ và $2\vec{a}$ qua các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, từ đó xác định tọa độ của hai vector đó.

Câu 9: Với các giả thiết như trong Ví dụ 5, hãy xác định tọa độ của các chiếc máy bay sau 10 phút tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B).

Câu 10: Cho ba điểm $A(2;0;2)$, $B(1;2;3)$, $C(2;1;2)$.

- a) Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$. b) Tính các độ dài AB, BC, CA .

Câu 11: Trong Vật lí, ta biết rằng nếu lực $\vec{F}$ tác động vào một vật và làm vật dịch chuyển theo đoạn thẳng từ M đến N , thì công A sinh bởi lực $\vec{F}$ được tính bằng công thức $A=\vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}$. Hãy giải quyết bài toán được đặt ra ở phần Khởi động.

Câu 12: Trong tình huống mở đầu, hãy tính độ lớn của góc α .

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$.

- a) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm tọa độ của M theo tọa độ của A và B .
 b) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ của G theo tọa độ của A và B và C .

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm

$A(0;1;-2)$, $B(2;-1;3)$, $C(1;3;-2)$, $D(5;-1;8)$.

- a) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không?
- b) Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $A(7;3;3), B(1;2;4), C(2;3;5)$.

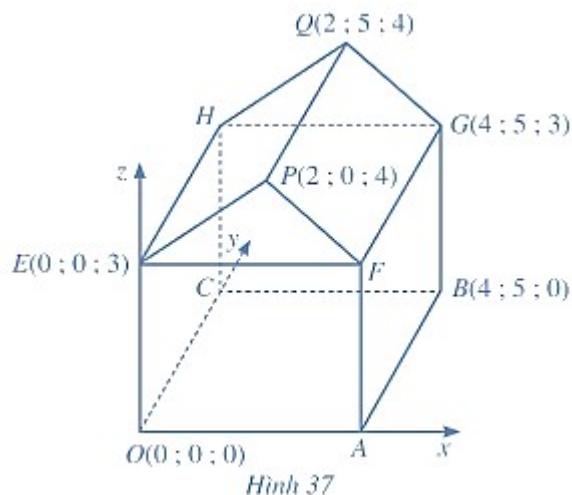
- a) Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
- b) Tìm độ dài cạnh AB và AC .
- c) Tính góc A .

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0), B(0;0;1)$ và $C(2;1;1)$.

- a) Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng.
- b) Tính chu vi của tam giác ABC .
- c) Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Câu 17: Hình 37 minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

- a) Tìm tọa độ của các điểm A, H và F .
- b) Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với

$A(1; 3; -2), B(3; 2; -4), C(2; 1; 0), D(3; 5; -1)$.

a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.

b) Chứng minh rằng BCD là tam giác đều.

c) Tính số đo của $\widehat{AMD}$ với M là trung điểm của BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

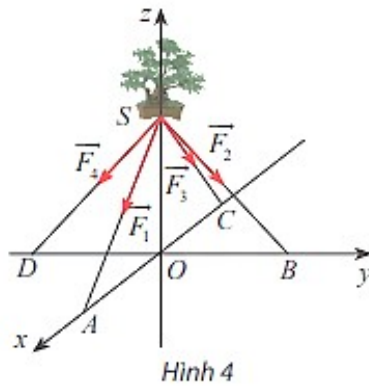
Câu 19: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt

$S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0), B(0; 20; 0),$

$C(-20; 0; 0), D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có

độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như

Hình 4. Tìm tọa độ của các lực nói trên (mỗi centimet biểu diễn 1 N).



Hình 4