

BÀI 3**BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR****1. Biểu thức tọa độ của phép cộng hai vector, phép trừ hai vector, phép nhân một số với một vector**

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

• Tổng hai vector: $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$

• Hiệu hai vector: $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$

• $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ ($k \in \mathbb{R}$)

$$\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

Nhận xét: $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$)

2. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng và tọa độ trọng tâm tam giác

Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, nếu $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm đoạn thẳng AB thì:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}; z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$$

ABC có $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, nếu $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm

Cho tam giác

của tam giác ABC thì: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Nếu $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

Nhận xét:

• Nếu $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ thì $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

• Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ thì $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

• Tích vô hướng 2 vector: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}; \vec{b})$

• Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ với $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, ta có:

+ Hai vector vuông góc: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

+ Góc hai vector:

CHỦ ĐỀ 1**BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR****DẠNG 1****CÁC PHÉP TOÁN VECTOR****1. Biểu thức tọa độ của phép cộng hai vector, phép trừ hai vector, phép nhân một số với một vector**

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:

• Tổng hai vector: $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$

• Hiệu hai vector: $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$

• $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ ($k \in \mathbb{R}$)

$$\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \quad (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$$

• $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ ($b \neq 0$)

• Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vector $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -10; 3)$ B. $(-2; -6; 3)$ C. $(-4; -8; 4)$ D. $(-2; -10; -3)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ vector $\vec{u} - \vec{v}$ là:

- A. $(3; 4; -3)$ B. $(-1; 2; -3)$ C. $(-1; 2; -1)$ D. $(1; -2; 1)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(1; 2; 3)$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} (1; 2; 3); \vec{b} (2; 2; -1); \vec{c} (4; 0; -4)$. Tọa độ

của vector $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

A. $d(-7;0;-4)$

B. $d(-7;0;4)$

C. $d(7;0;-4)$

D. $d(7;0;4)$

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a=(2;-3;3)$, $b=(0;2;-1)$, $c=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vector $u=2a+3b-2c$.

A. $(10;-2;13)$

B. $(-2;2;-7)$

C. $(-2;-2;7)$

D. $(-2;2;7)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a=(2;-3;3)$, $b=(0;2;-1)$, $c=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vector $u=2a+3b-2c$.

A. $(10;-2;13)$

B. $(-2;2;-7)$

C. $(-2;-2;7)$

D. $(-2;2;7)$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $x=(2;1;-3)$ và $y=(1;0;-1)$. Tìm tọa độ của vector $a=x+2y$.

A. $a=(4;1;-1)$

B. $a=(3;1;-4)$

C. $a=(0;1;-1)$

D. $a=(4;1;-5)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ với i, j, k lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $i+j-k$.

A. $i+j-k=(-1;-1;1)$.

B. $i+j-k=(-1;1;1)$.

C. $i+j-k=(1;1;-1)$.

D. $i+j-k=(1;-1;1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $a=(1;2;1)$ và $b=(-1;3;0)$. Vector $c=2a+b$ có tọa độ là

A. $(1;7;2)$

B. $(1;5;2)$

C. $(3;7;2)$

D. $(1;7;3)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $a(-2;2;0), b(2;2;0), c(2;2;2)$. Giá trị của $|a+b+c|$ bằng

A. 6.

B. 11.

C. $2\sqrt{11}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a=(2;m-1;3), b=(1;3;-2n)$. Tìm m, n để các vector a, b cùng hướng.

A. $m=7; n=-\frac{3}{4}$

B. $m=4; n=-3$

C. $m=1; n=0$

D. $m=7; n=-\frac{4}{3}$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vectơ $u=2i-2j+k$, $v=(m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|u|=|v|$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a=(2;m-1;3)$, $b=(1;3;-2n)$. Tìm m, n để các vector a, b cùng phương.

A. $m=7; n=-\frac{3}{4}$

B. $m=7; n=-\frac{4}{3}$

C. $m=4; n=-3$

D. $m=1; n=0$

Câu 14. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

- A. $M(4; -5; 0)$. B. $M(2; -3; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(4; 5; 0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (2; -2; -4)$, $b = (1; -1; 1)$.

- A. $a + b = (3; -3; -3)$
B. a và b cùng phương
C. $|b| = \sqrt{3}$
D. $a = 2i - 2j - 4k$

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$

- A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$
B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$
C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$
D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = (2; -5; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (1; 7; 2)$.

- A. $u = 3a - b + 5c$ với $u = (11; 22; 18)$
B. $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b} - 2\vec{c}$ với $\vec{x} = \left(-1; -\frac{115}{6}; -\frac{7}{6}\right)$
C. $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ với $\vec{v} = 2i - 3j + 2k$

D. $\vec{y} = \vec{b} - \vec{c}$ với $\vec{y} = -i + 5j - 3k$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 20. Tìm tọa độ vector $\vec{x}$, biết rằng: $\vec{a} + 2\vec{x} = \vec{b}$ với $\vec{a} = (5; 4; -1)$, $\vec{b} = (2; -5; 3)$.

Câu 21. Cho vector $\vec{a} = (1; -1; 0)$, xác định k để vector $\vec{u} = (2; 2k - 1; 0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$.

Câu 22. Cho hai vector $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tìm m để $\vec{u} = m\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 3\vec{a} + 2m\vec{b}$ cùng phương.

Câu 23. Cho ba vector $\vec{a} = (1; -7; 9)$, $\vec{b} = (3; -6; 1)$, $\vec{c} = (2; 1; -7)$. Biểu diễn vector $\vec{u} = (-4; 13; -6)$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Câu 24. Cho ba vector $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$, $\vec{c} = (4; 2; 3)$. Biểu diễn vector $\vec{u} = (1; 2; -2)$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Câu 25. Cho 3 vector $\vec{a} = (2; 5; 4)$, $\vec{b} = (6; 0; -3)$, $\vec{c} = (3; 2; -1)$. Xác định các số thực m, n để $m\vec{a} - 3n\vec{b} = \vec{c}$.

Câu 26. Cho 3 vector $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$, $\vec{c} = (3; 2; -4)$. Xác định các số thực m, n để $\frac{m}{3}\vec{a} - n\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 27. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(4; 2; 3)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(3; 8; 7)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 28. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(2; 5; 3)$, $B(3; 7; 4)$, $C(x; y; 6)$. Tìm $x; y$ để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

DẠNG 2

TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTOR

- Nếu $a = (a_1; a_2; a_3)$ thì $|\vec{a}| = \sqrt{a \cdot a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
- Tích vô hướng 2 vector: $a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$;
- Hai vector vuông góc: $a \perp b \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$
- Góc hai vector:
$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (3; 0; 1)$ và $v = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $u \cdot v$.

- A. $u \cdot v = 8$. B. $u \cdot v = 6$. C. $u \cdot v = 0$. D. $u \cdot v = -6$.

Câu 30. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $u = i + 3j$ và $v = (2; -1)$. Tính $u \cdot v$.

- A. $u \cdot v = -1$. B. $u \cdot v = 1$. C. $u \cdot v = (2; -3)$. D. $u \cdot v = 5\sqrt{2}$.

Câu 31. Cho hai véc tơ $a = (1; -2; 3)$, $b = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(a+b) \cdot b$ bằng

- A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $u = (2; -1; 1)$ và $v = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $u \cdot v = 1$.

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector u và v tạo với nhau một góc 120° và $|u| = 2$, $|v| = 5$. Tính $|u + v|$

- A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7. D. $\sqrt{39}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° B. 60° C. 150° D. 30°

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $-\frac{5}{6}$ D. $-\frac{3}{13}$

Câu 37. Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. 120° B. 45° C. 135° D. 60°

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$ B. $m = 5$ C. $m = 1$ D. $m = -2$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .

- A. $m = 2$ B. $m = 2 \pm \sqrt{6}$ C. $m = 2 - \sqrt{6}$ D. $m = 2 + \sqrt{6}$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù?

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 5

Câu 41. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$ B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(3; -1; -2)$. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

- A. -6 B. -14 C. 14 D. 6

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 2$

B. $m = -6$

C. $m = 0$

D. $m = -4$

Câu 45. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$, $C(3;1;-2)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng:

A. $9 - 2\sqrt{6}$.

B. $9 - 3\sqrt{6}$.

C. $9 + 3\sqrt{6}$.

D. $9 + 2\sqrt{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $a = (2; 1; -3)$, $b = (-4; -2; 6)$.

A. $b = -2a$.

B. $a \cdot b = 0$.

C. a ngược hướng với b .

D. $|b| = 2|a|$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (1; -2; 3)$ và $b = (1; 1; -1)$.

A. $|a + b| = 2$.

B. $a \cdot b = -4$.

C. $|a - b| = 5$.

D. $a \perp b$.

Câu 49. Biết $c = (x; y; z)$ khác 0 và vuông góc với cả hai vector $a = (1; 3; 4)$, $b = (-1; 2; 3)$.

A. $5z - x = 0$.

B. $7x - y = 0$.

C. $5y + 7z = 0$.

D. $7x + y = 0$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$.

A. $AB \perp BD$.

B. $AB \perp BC$.

C. $AB \perp AC$.

D. $AB \perp CD$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 51. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; -2; \frac{1}{4})$, $b = (-2; 1; 1)$, $c = 3i + 2j + 4k$

- a) Tính các tích vô hướng $a.b$, $c.b$. Trong ba vectơ trên có các cặp vectơ nào vuông góc ?
b) Tính $\cos(a, b)$, $\cos(a, i)$

Câu 52. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (2; 5; 4)$, $b = (6; 0; -3)$, $c = (3; 2; -1)$

- a) Tính $(a.b)c$.
b) Tính góc giữa 2 vectơ $\vec{a}$ và b .

Câu 53. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (3; 2; 2\sqrt{3})$, $b = (\sqrt{3}; 2\sqrt{3}; -1)$, $c = (3; 2; -1)$

- a) Tính $4\vec{a} \cdot \vec{c} + b^2 - 5c^2$.
b) Tính góc giữa 2 vectơ $\vec{a}$ và b .

Câu 54. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $b = (1; -2; 3)$, $c = (2; -1; 1)$. Tìm tọa độ vectơ u , biết rằng: $u \perp a$, $u \perp b$, $u.c = -6$.

Câu 55. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $b = (1; -3; 2)$, $c = (3; 2; -4)$. Tìm tọa độ vectơ u , biết rằng: $a.u = -5$, $u.b = -11$, $u.c = 20$.

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$. Biết $M(x; y; z)$, để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-2; 1; 0)$, $C(2; -3; 1)$. Điểm $S(a; b; c)$ sao cho $SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$

Câu 58. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng bao nhiêu?

Câu 59. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, để $|\vec{MB} - 2\vec{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì m bằng bao nhiêu?

Câu 60. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3), B(2;2;1), M \in Ox$. Tìm điểm M sao cho biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 61. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-1;2;-3), B(0;2;1), C(-1;2;1), M \in Oy$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ để T đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 62. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0;2;3), B(2;1;1), C(1;2;3), M \in Oz$. Tìm điểm M sao cho biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;0), B(2;0;-2)$ và điểm $M(a,b,c)$ với a,b,c là các số thực thay đổi thỏa mãn $a+2b-c-1=0$. Biết $MA=MB$ và góc $\angle AMB$ có số đo lớn nhất. Tính $S=a+2b+3c$.

DẠNG 3

ĐỘ DÀI ĐƯỜNG THẲNG

TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

•

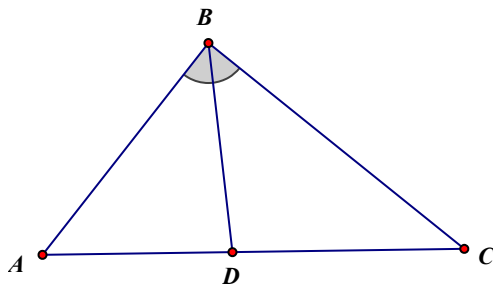
• $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm đoạn thẳng AB thì: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}; z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$

• $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm của tam giác ABC thì:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$$

• Cho tam giác ABC có D là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Khi đó ta có:

$$\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \frac{DA}{BA} = \frac{DC}{BC}$$



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = \sqrt{5}$ B. $OA = 5$ C. $OA = 3$ D. $OA = 9$

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4;2;2)$. B. $(2;1;1)$. C. $(2;0;-2)$. D. $(1;0;-1)$.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4;9;8)$. C. $B(5;3;-7)$. D. $B(5;-3;-7)$.

Câu 68. Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(0;0;3)$ B. $G(0;0;9)$ C. $G(-1;0;3)$ D. $G(0;0;1)$

Câu 69. Cho bốn điểm $S(1,2,3)$; $A(2,2,3)$; $B(1,3,3)$; $C(1,2,4)$. Xác định tọa độ trọng tâm G của hình chóp $SABC$.

- A. $(5;9;13)$ B. $\left(\frac{5}{3}; 3; \frac{13}{3}\right)$ C. $\left(1; \frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right)$ D. $\left(\frac{5}{4}; \frac{9}{4}; \frac{13}{4}\right)$

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\vec{CE} = 2\vec{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$ C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là

- A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $(4;5;-9)$. C. $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $(1;-7;12)$.

Câu 72. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\vec{MA}=3\vec{MB}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4;-3;8)$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;2;1)$, $B(-2;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\vec{AM}=2\vec{MB}$.

- A. $M(0;0;3)$. B. $M(0;0;-3)$. C. $M(-8;-4;7)$. D. $M(8;4;-7)$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

- A. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$. B. $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$.
C. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$. D. $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$.

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$. B. $\frac{AM}{BM}=2$. C. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$. D. $\frac{AM}{BM}=3$.

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8)$, $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\vec{CA}+\vec{CB}|$ bằng:

- A. $10\sqrt{5}$. B. $6\sqrt{10}$. C. $10\sqrt{6}$. D. $5\sqrt{10}$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5)$, $B(4;3;2)$, $C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+2b+c$?

- A. 1. B. 3. C. 6. D. -9.

Câu 79. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4; 1; -1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C .

- A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$ B. $N\left(-\frac{3}{4}; 0; -\frac{1}{2}\right)$ C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; -\frac{1}{2}\right)$ D. $Q\left(-\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a + b + 2c$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 14. D. 15.

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị $a - b + c$ bằng

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$ và $N\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

- A. $I(1; 1; 1)$. B. $I(0; 1; 1)$. C. $I(0; -1; -1)$. D. $I(1; 0; 1)$.

Câu 83. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC .

- A. $D(-12; -1; 3)$ B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$ C. $D(8; 7; -1)$ D. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$.

Câu 85. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$. Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tìm mệnh đề đúng?

- A. $a + b + c = 6$. B. $a + b + c = 5$. C. $a + b + c = 8$. D. $a + b + c = 7$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 86. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$, $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó.

- A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì tọa độ điểm là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.
- B. Tọa độ vector là $\overrightarrow{AB} = i - j - 2k$
- C. $2024a + 2025b = 2025$
- D. $a + b + c = -2$

Câu 87. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- A. $x + 2y = 1$.
- B. $3y + z = 1$.
- C. $x + 2y - 2z = -15$.
- D. $x + y + z = 11$.

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$ là $G(x_G; y_G; z_G)$.

- A. $x_G + y_G + z_G = 1$.
- B. $2x_G - y_G = 3$.
- C. $2x_G + y_G - 3z_G = -1$.
- D. $x_G - 2y_G - 3z_G = -6$.

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $D(a; b; c)$.

- A. $a + b = 3$.
- B. $a + c = \frac{5}{3}$.
- C. $a + b - 2c = 1$.
- D. $a + b + c = 4$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 90. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho: $A(1; -1; 1)$, $B(2; -3; 2)$, $C(4; -2; 2)$.

- a) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .
- b) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC .

$$\overrightarrow{MA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MB}$$

c) Tìm tọa độ điểm M thỏa

Câu 91. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho: $A(1; -1; 1), B(2; -3; 2), C(4; -2; 2), D(3; 0; 1), E(1; 2; 3)$

a) Chứng tỏ rằng $ABCD$ là hình chữ nhật. Tính diện tích của nó.

b) Tính cos các góc của tam giác ABC

c) Tìm trên đường thẳng Oy điểm cách đều hai điểm AB

d) Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Câu 92. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(4; -1; 2); B(7; 3; 2)$.

a) Tìm tọa độ điểm $M \in Ox$ và cách đều hai điểm A, B .

b) Tìm M trên mặt phẳng (Oyz) sao cho tam giác ABM vuông cân tại A .

Câu 93. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; -3), B(0; 3; 7), C(2; 5; 0)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

c) Tính góc $\angle ABC$.

d) Tính diện tích ΔABC . Từ đó suy ra độ dài đường cao AH của ΔABC .

Câu 94. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; -4; 7), B(-5; 3; -2), C(1; 2; -3)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành ΔABC .

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

c) Tìm tọa độ trọng tâm của ΔABC .

d) Tính góc $\angle ABC$.

e) Tính độ dài đường cao BH của ΔABC

Câu 95. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng: $A(1; 2; -1), B(-1; 1; 3), C(-1; -1; 2), D'(2; -2; -3)$

a) Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng BD' và $B'D$.

c) Tìm tọa độ trọng tâm của $\Delta AA'C$.

Câu 96. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng: $A(0; 2; 2), B(0; 1; 2), C(-1; 1; 1), C'(1; -2; -1)$

a) Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng AC' và $A'C$.

c) Tìm tọa độ trọng tâm của $\Delta B'DD'$.