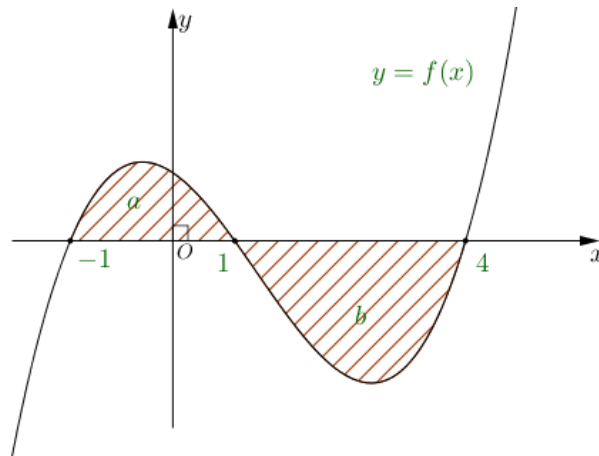


DẠNG 9**Tính tích phân dựa vào đồ thị**

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Biết rằng diện tích các miền phẳng A , B lần lượt bằng a và b . Tính

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx.$$

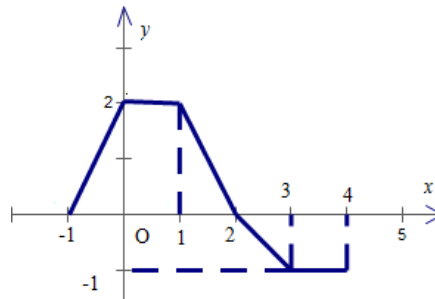
A. $\frac{a+b}{5}.$

B. $\frac{-a-b}{5}.$

C. $\frac{a-b}{5}.$

D. $\frac{b-a}{5}.$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ với $-1 \leq x \leq 4$ có đồ thị các đoạn thẳng như hình bên.



Tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

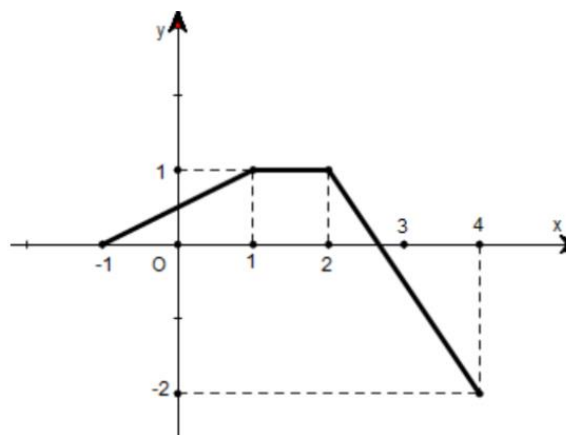
A. 4.

B. 1.

C. 5,5.

D. 2,5.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình vẽ.



Giá trị của tích phân $I = \int_{-1}^4 (2f(x) + 3)dx$ bằng

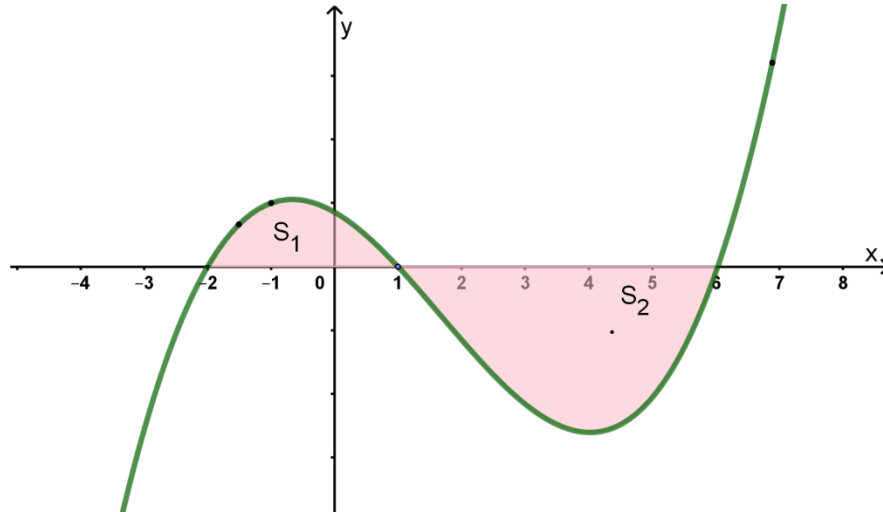
A. 17.

B. 21.

C. $\frac{67}{3}$.

D. 8.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức và có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hai phần tô màu lần lượt là $S_1 = \frac{5}{2}$, $S_2 = \frac{13}{2}$



Giá trị của biểu thức $\left| \int_{-2}^6 f(x)dx \right|$ bằng

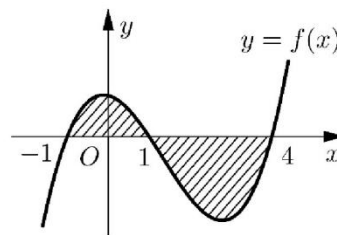
A. $\left| \int_{-2}^6 f(x)dx \right| = 9$.

B. $\left| \int_{-2}^6 f(x)dx \right| = 4$.

C. $\left| \int_{-2}^6 f(x)dx \right| = \frac{17}{2}$.

D. $\left| \int_{-2}^6 f(x)dx \right| = \frac{7}{2}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi s là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



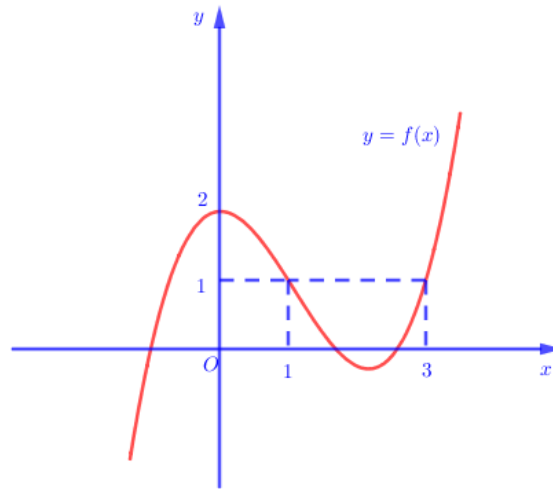
A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$.

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx$.

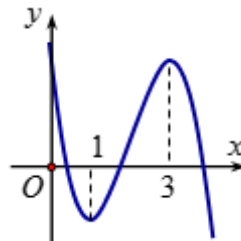
Câu 6: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khi đó $\int_0^1 xf'(x) f'(x) dx$ thuộc khoảng nào dưới đây?

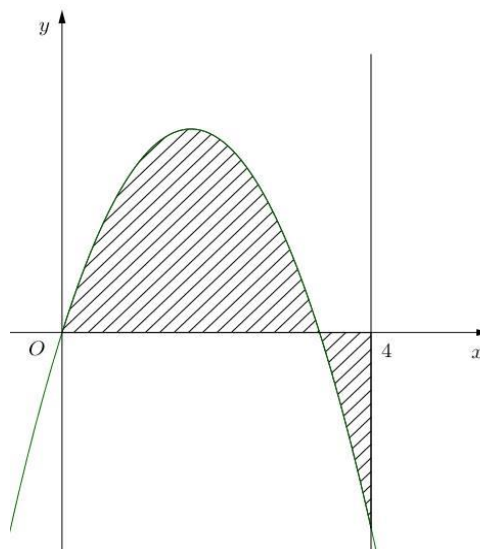
- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $\int_{-1}^4 f''(x) dx = 60$. Giá trị của $f(2) - f(-3)$ là



- A. -445. B. 445. C. -440. D. 440.

Câu 8: Cho hàm số $y = mx - x^2$ ($0 < m < 4$) có đồ thị là (C). Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên).



Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là

A. $m = \frac{10}{3}$.

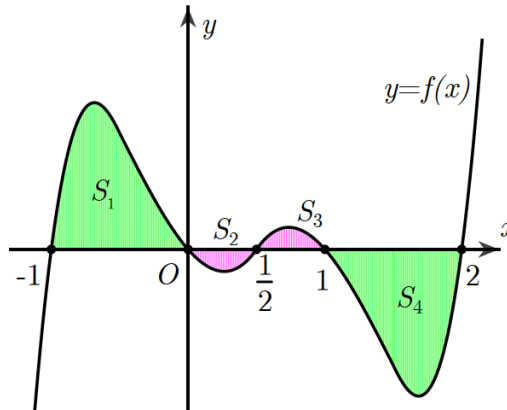
B. $m = \frac{8}{3}$.

C. $m = 3$.

D. $m = -2$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị tạo với trục hoành các miền có diện tích S_1, S_2, S_3, S_4 (như hình vẽ) và $S_1 = S_4 = 10$, $S_2 = S_3 = 8$. Biết tích phân

$$\int_{\sqrt[3]{e^4}}^{e^2} \frac{f(3\ln x - 4) + 1}{x} dx = \frac{a}{b} \text{ với } a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản. Tính tích } ab?$$



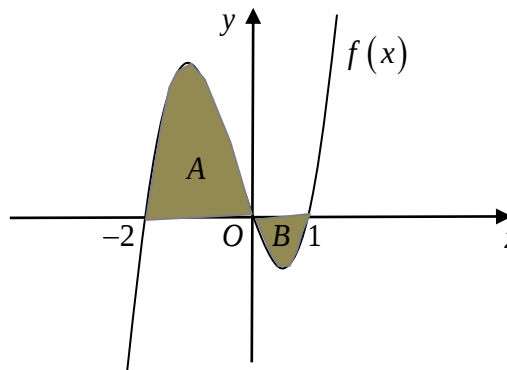
A. 31.

B. 84.

C. -84.

D. -24.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 12 và 2.



Giá trị của $I = \int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x + 3) dx$ bằng

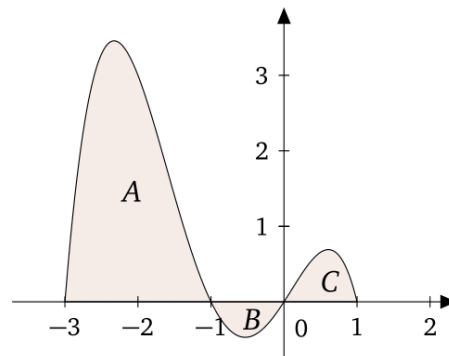
A. 2.

B. 10.

C. 50.

D. $\frac{14}{5}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Biết diện tích các hình A, B, C lần lượt là 27, 2 và 3. Tính tích phân $I = \int_0^2 (x^3 + x) f'(x^2 - 3) dx$.



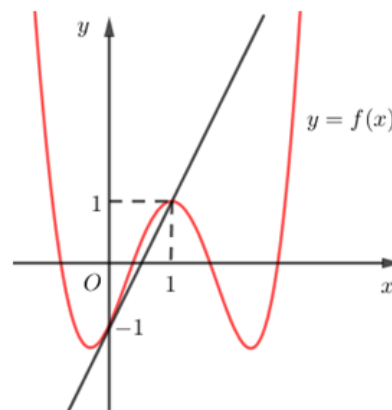
A. -14.

B. -32.

C. 32.

D. 28.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x[f(x^3) - 2] + f''(x^2) = x^3 - 3x^2 - 1$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x = 0$ có đồ thị như hình vẽ.

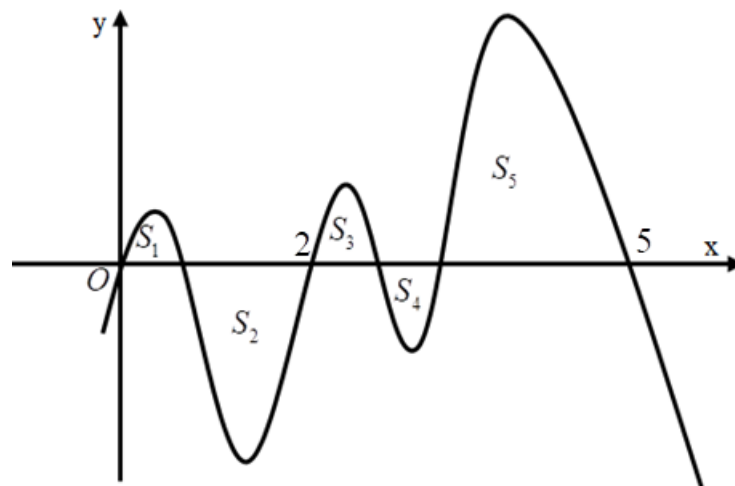


Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $-\frac{17}{30}$.B. $-\frac{27}{10}$.C. $\frac{37}{20}$.D. $\frac{47}{15}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và diện tích các hình phẳng trong hình bên là $S_1 = 3$,

$S_2 = 10$, $S_3 = 5$, $S_4 = 6$, $S_5 = 16$. tính tích phân $\int_{-3}^4 f(|x+1|) dx$.



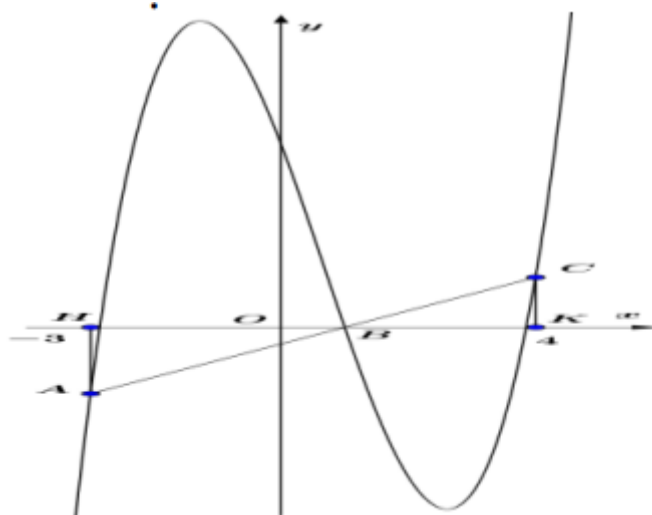
A. 1.

B. 53.

C. 10.

D. 4.

Câu 14: Cho đồ thị hàm bậc ba $y = f(2x) = ax^3 + bx^2 - 10x + d$ và đường thẳng $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm A, B, C . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và C lên Ox như hình vẽ.



Biết diện tích tam giác ABH và BCK lần lượt là 8 và $\frac{9}{2}$. Giá trị của $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng

A. 21.

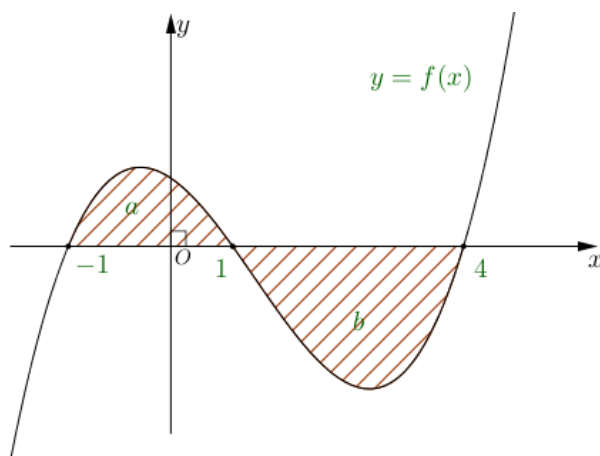
B. 72.

C. 57.

D. 13.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Biết rằng diện tích các miền phẳng A , B lần lượt bằng a và b . Tính

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx.$$

A. $\frac{a+b}{5}.$

B. $\frac{-a-b}{5}.$

C. $\frac{a-b}{5}.$

D. $\frac{b-a}{5}.$

Lời giải

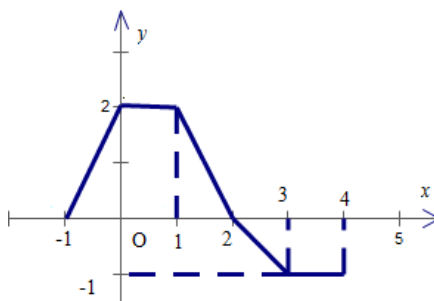
Chọn C

$$\text{Đặt } t = 5 \sin x - 1 \Rightarrow dt = 5 \cos x dx \Leftrightarrow \cos x dx = \frac{dt}{5}$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = -1, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 4.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_{-1}^4 \frac{1}{5} f(t) dt = \frac{1}{5} \left(\int_{-1}^1 f(t) dt + \int_1^4 f(t) dt \right) = \frac{a-b}{5}$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ với $-1 \leq x \leq 4$ có đồ thị các đoạn thẳng như hình bên.



$$\text{Tích phân } I = \int_{-1}^4 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. 4.

B. 1.

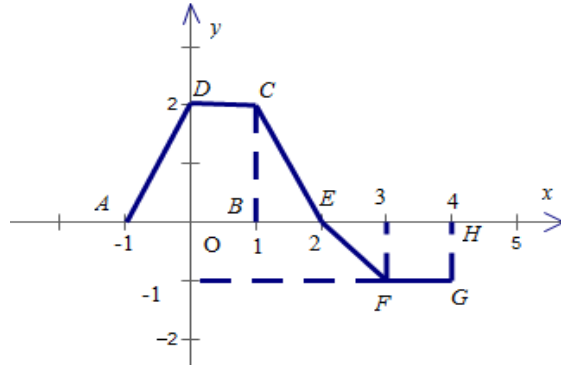
C. 5,5.

D. 2,5.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Phương Thảo; **GVPB:** Phạm Hiền

Chọn D



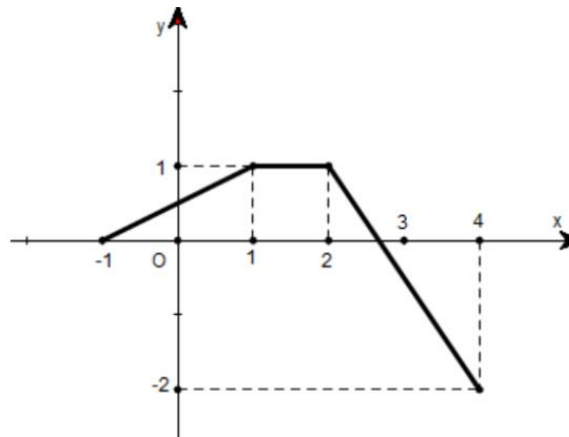
Ta có: $I = \int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx.$

Trong đó: $\int_{-1}^1 f(x) dx = S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (1+2) \cdot 2 = 3.$

$\int_1^2 f(x) dx = S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1; \int_2^4 f(x) dx = -S_{EFGH} = -\frac{1}{2} (1+2) \cdot 1 = -\frac{3}{2}.$

Vậy $I = \int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 3 + 1 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}.$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình vẽ.



Giá trị của tích phân $I = \int_{-1}^4 (2f(x) + 3) dx$ bằng

- A. 17. B. 21. C. $\frac{67}{3}$. D. 8.

Lời giải

Chọn A

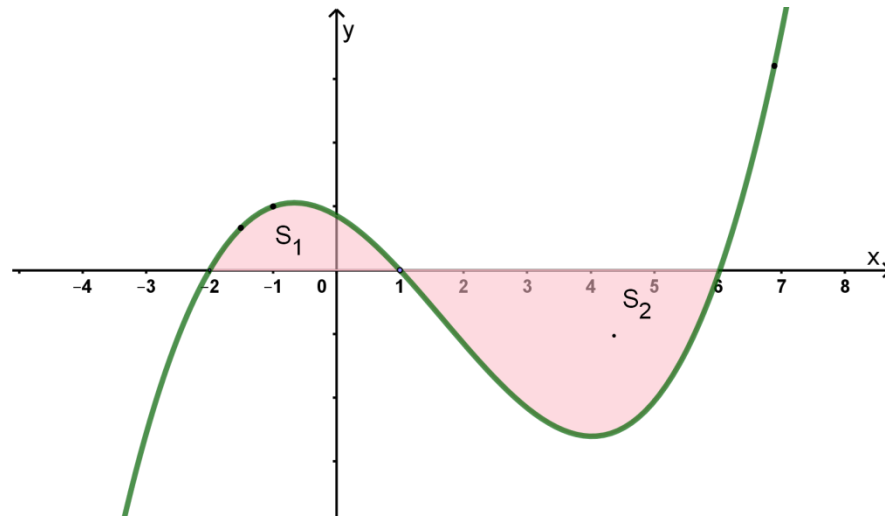
Ta có $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{khi } 1 < x \leq 2 \\ -\frac{3}{2}x + 4 & \text{khi } 2 < x \leq 4 \end{cases}$

Suy ra $\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right) dx + \int_1^2 1 dx + \int_2^4 \left(-\frac{3}{2}x + 4 \right) dx = 1 + 1 - 1 = 1.$

Khi đó $I = \int_{-1}^4 (2f(x) + 3) dx = 2 \int_{-1}^4 f(x) dx + \int_{-1}^4 3 dx = 2 + 15 = 17.$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức và có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hai phần tô màu lần

lượt là $S_1 = \frac{5}{2}$, $S_2 = \frac{13}{2}$



Giá trị của biểu thức $\left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right|$ bằng

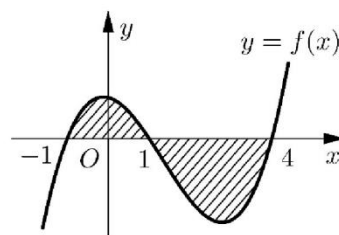
- A. $\left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right| = 9$. B. $\left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right| = 4$. C. $\left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right| = \frac{17}{2}$. D. $\left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right| = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left| \int_{-2}^6 f(x) dx \right| = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^6 f(x) dx \right| = |S_1 - S_2| = 4$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi s là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

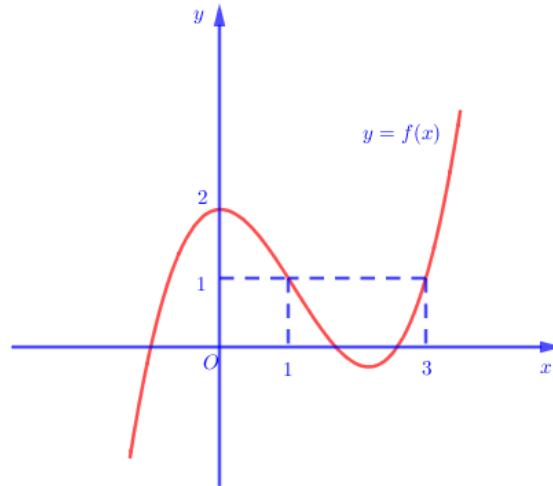
Lời giải

Chọn B

Ta có: hàm số $y = f(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 1]$; $f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 4]$, nên:

$$S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

Câu 6: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khi đó $\int_0^1 xf'(x)dx$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$, $(1; 1)$ và điểm $(3; 1)$ nên $\begin{cases} d = 2 \\ a + b + c + d = 1 \\ 27a + 9b + 3c + d = 1 \end{cases}$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, do điểm $x = 0$ là cực trị của hàm số nên $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.

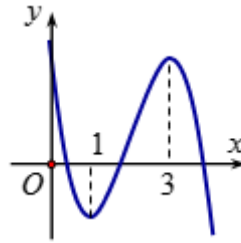
Giải hệ 4 phương trình 4 ẩn ở trên ta thu được $\begin{cases} a = \frac{4}{9} \\ b = -\frac{13}{9} \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$. Suy ra $f(x) = \frac{4}{9}x^3 - \frac{13}{9}x^2 + 2$.

Khi

đó

$$\int_0^1 xf'(x)dx = \int_0^1 x \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{13}{9}x^2 + 2 \right) \left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{26}{9}x \right) dx = -\frac{7442}{8505} \approx -0,875 \in \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right).$$

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $\int_{-1}^4 f''(x)dx = 60$. Giá trị của $f(2) - f(-3)$ là



A. -445.

B. 445.

C. -440.

D. 440.

Lời giải**Chọn C**

Vì hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc 3, có đồ thị như hình vẽ nên hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x=1; x=3$.

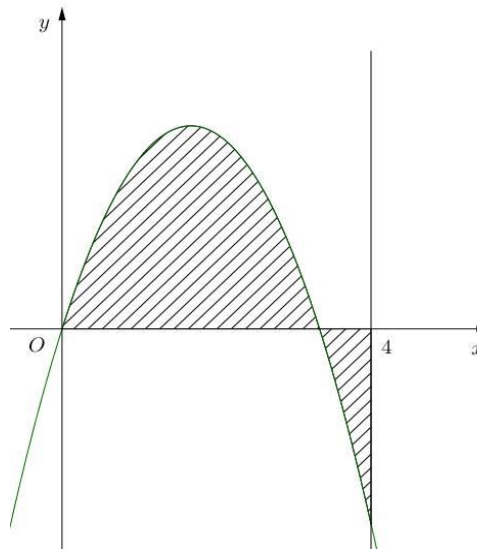
$$\text{Nên } f'(x) = a(x-1)(x-3) = a(x^2 - 4x + 3).$$

$$\text{Lại theo bài ra } \int_{-1}^4 f''(x) dx = 60 \Rightarrow f'(4) - f'(-1) = 60 \Leftrightarrow -5a = 60 \Leftrightarrow a = -12.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = -12(x^2 - 4x + 3) \Rightarrow f(x) = -12 \int (x^2 - 4x + 3) dx = -4x^3 + 24x^2 - 36x + C.$$

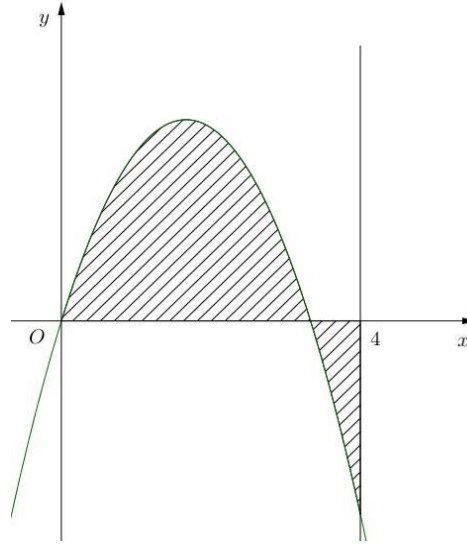
$$\Rightarrow f(2) - f(-3) = (-8 + C) - (432 + C) = -440.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = mx - x^2$ ($0 < m < 4$) có đồ thị là (C). Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (**phần tô đậm trong hình vẽ bên**).



Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là

A. $m = \frac{10}{3}$.B. $m = \frac{8}{3}$.C. $m = 3$.D. $m = -2$.**Lời giải****Chọn B**



Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox là: $x^2 - mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m (0 < m < 4) \end{cases}$.

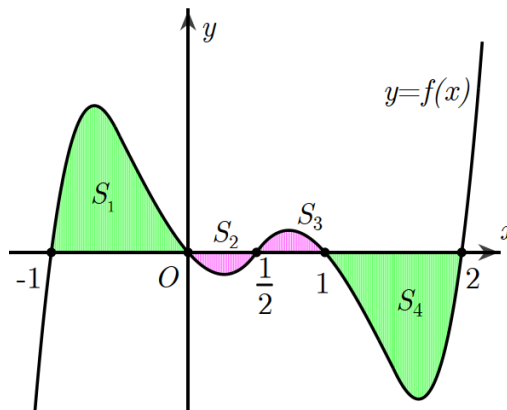
$$\text{Ta có } S_1 = \int_0^m |mx - x^2| dx = \int_0^m (mx - x^2) dx = \left(m \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^m = \frac{m^3}{6}.$$

$$S_2 = \int_m^4 |mx - x^2| dx = \int_m^4 (x^2 - mx) dx = \left(\frac{x^3}{3} - m \frac{x^2}{2} \right) \Big|_m^4 = \frac{64}{3} - 8m + \frac{m^3}{6}.$$

$$\text{Khi đó: } S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{m^3}{6} = \frac{m^3}{6} - 8m + \frac{64}{3} = 0 \Leftrightarrow 8m - \frac{64}{3} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị tạo với trục hoành các miền có diện tích S_1, S_2, S_3, S_4 (như hình vẽ) và $S_1 = S_4 = 10$, $S_2 = S_3 = 8$. Biết tích phân

$$\int_{\sqrt[3]{e^4}}^{e^2} \frac{f(3 \ln x - 4) + 1}{x} dx = \frac{a}{b} \text{ với } a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản. Tính tích } ab?$$



A. 31.

B. 84.

C. -84.

D. -24.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } I = \int_{\sqrt[3]{e^4}}^{e^2} \frac{f(3 \ln x - 4) + 1}{x} dx = \int_{\sqrt[3]{e^4}}^{e^2} \frac{f(3 \ln x - 4)}{x} dx + \int_{\sqrt[3]{e^4}}^{e^2} \frac{1}{x} dx = J + \frac{2}{3}.$$

$$\text{Xét } J = \int_{\sqrt[3]{e^4}}^{e^2} \frac{f(3\ln x - 4)}{x} dx$$

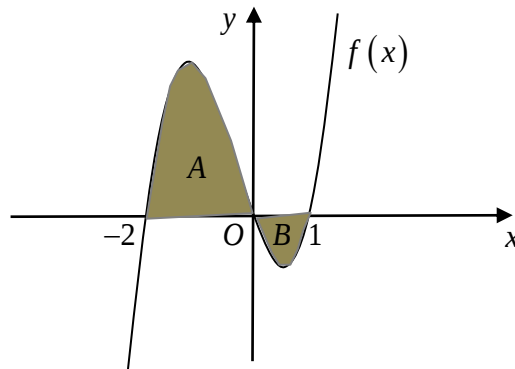
$$\text{Đặt } t = 3\ln x - 4 \Rightarrow dt = 3 \frac{dx}{x}; \text{ đổi cận } \begin{cases} x = e^2 \\ x = \sqrt[3]{e^4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 0 \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$J = \frac{1}{3} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{3} \left(\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \right)$$

$$= \frac{1}{3} (-S_2 + S_3 - S_4) = -\frac{10}{3}.$$

$$\text{Do đó } I = -\frac{10}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} = \frac{a}{b} \Rightarrow a.b = -24.$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 12 và 2.



$$\text{Giá trị của } I = \int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x+3) dx \text{ bằng}$$

A. 2.

B. 10.

C. 50.

D. $\frac{14}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có: } A = \int_{-2}^0 f(x) dx = 12; B = \int_0^1 -f(x) dx = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -2.$$

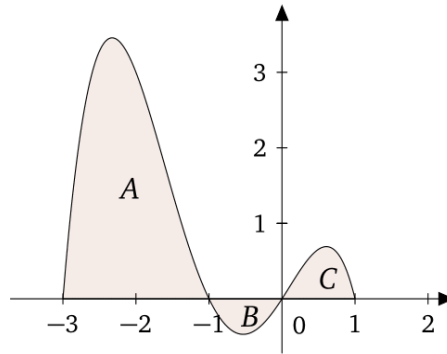
$$\text{Xét } I = \int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x+3) dx. \text{ Đặt } t = 5x+3 \Rightarrow dx = \frac{1}{5} dt.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = -2 \\ x = -\frac{2}{5} \Rightarrow t = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_{-2}^1 f(t) \cdot \frac{1}{5} dt = \frac{1}{5} \int_{-2}^1 f(x) dx = \frac{1}{5} \left[\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx \right] = 2.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Biết diện tích các

hình A, B, C lần lượt là 27, 2 và 3. Tính tích phân $I = \int_0^2 (x^3 + x)f'(x^2 - 3)dx$.



A. -14.

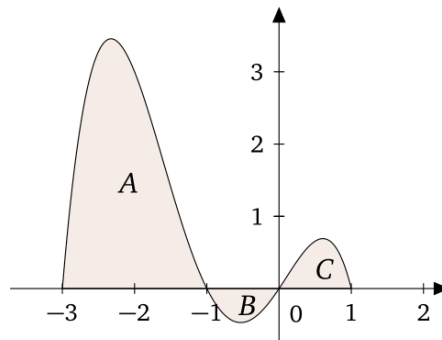
B. -32.

C. 32.

D. 28.

Lời giải

Chọn A



♦ Đặt $t = x^2 - 3 \Rightarrow 2xdx = dt$.

♦ Suy ra

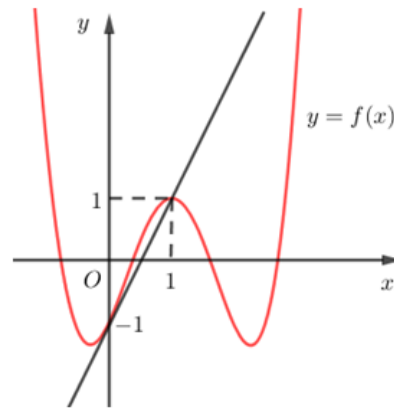
$$I = \int_0^2 (x^3 + x)f'(x^2 - 3)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 2x(x^2 - 3 + 4)f'(x^2 - 3)dx = \frac{1}{2} \int_{-3}^1 (t + 4)f'(t)dt$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-3}^1 (x + 4)f'(x)dx.$$

$$\text{♦ Đặt } \begin{cases} u = x + 4 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{♦ Ta có } 2I &= \int_{-3}^1 (x + 4)f'(x)dx = (x + 4)f(x) \Big|_{-3}^1 - \int_{-3}^1 f(x)dx = - \int_{-3}^1 f(x)dx \\ &= - \int_{-3}^{-1} f(x)dx - \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = -27 + 2 - 3 = -28 \Rightarrow I = -14. \end{aligned}$$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x[f(x^3) - 2] + f''(x^2) = x^3 - 3x^2 - 1$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x = 0$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $-\frac{17}{30}$.

B. $-\frac{27}{10}$.

C. $\frac{37}{20}$.

D. $\frac{47}{15}$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có:

$$x[f(x^3) - 2] + f''(x^2) = x^3 - 3x^2 - 1$$

$$\Rightarrow x^2 f(x^3) - 2x^2 + xf''(x^2) = x^4 - 3x^3 - x$$

$$\Rightarrow x^2 f(x^3) + xf''(x^2) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x$$

Lấy tích phân hai vế ta được

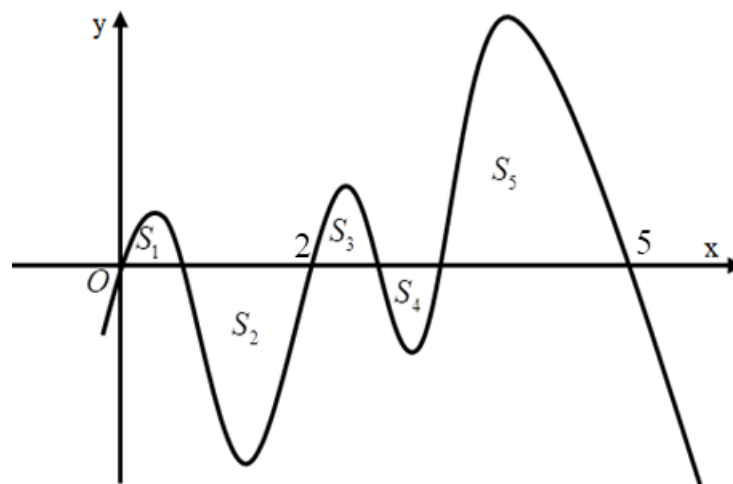
$$\int_0^1 x^2 f(x^3) dx + \int_0^1 xf''(x^2) dx = \int_0^1 (x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x) dx$$

$$= \frac{1}{3} \int_0^1 f(x^3) d(x^3) + \frac{1}{2} \int_0^1 f''(x^2) d(x^2) = -\frac{23}{60}$$

$$= \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = -\frac{23}{60} - \frac{1}{2} (f'(1) - f'(0)) = \frac{37}{60} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{37}{20}$$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và diện tích các hình phẳng trong hình bên là $S_1 = 3$,

$S_2 = 10$, $S_3 = 5$, $S_4 = 6$, $S_5 = 16$. tính tích phân $\int_{-3}^4 f(|x+1|) dx$.



A. 1.

B. 53.

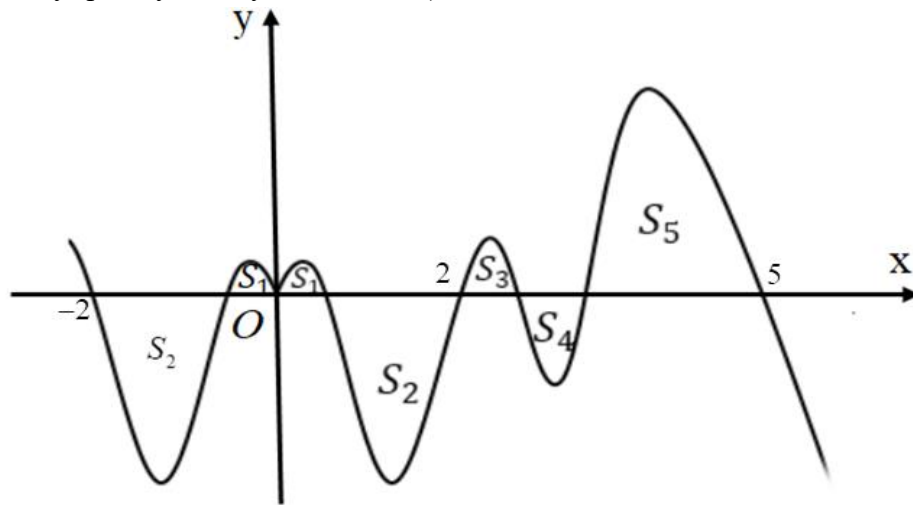
C. 10.

D. 4.

Lời giải

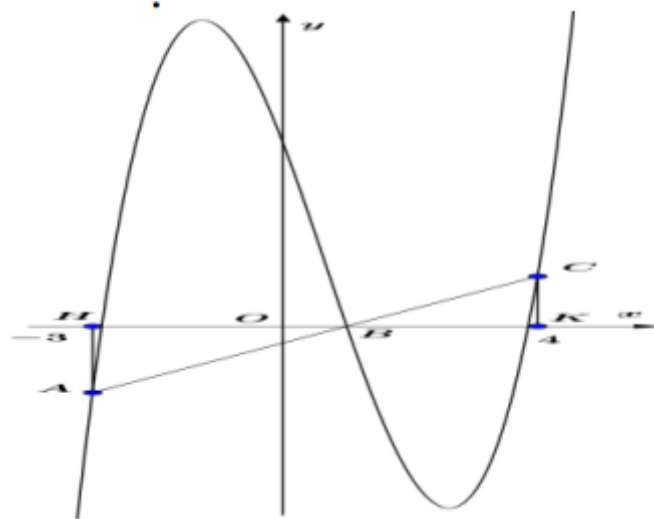
Chọn A

Đặt $t = x + 1$, ta có tích phân $\int_{-2}^5 f(|t|)dt$. Ta có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ trên $[-2; 5]$ (lấy đối xứng phần bên phải Oy qua Oy, vì đây là hàm chẵn)



$$\text{Vậy: } \int_{-2}^5 f(|t|)dt = \int_{-2}^5 f(|x|)dx = -S_2 + S_1 + S_1 - S_2 + S_3 - S_4 + S_5 = 1.$$

Câu 14: Cho đồ thị hàm bậc ba $y = f(2x) = ax^3 + bx^2 - 10x + d$ và đường thẳng $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm A, B, C . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và C lên Ox như hình vẽ.



Biết diện tích tam giác ABH và BCK lần lượt là 8 và $\frac{9}{2}$. Giá trị của $\int_{-3}^3 f(x)dx$ bằng

A. 21.

B. 72.

C. 57.

D. 13.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(b; 0)$ ($0 < b < 4$). Ta có $\triangle BCK$ đồng dạng $\triangle BAH$ ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle BCK}}{S_{\triangle BAH}} = \left(\frac{BK}{BH} \right)^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} = \frac{(4-b)^2}{(b+3)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 & (n) \\ b=25 & (l) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } B(1; 0) \Rightarrow BK = 3 \Rightarrow CK = \frac{2S_{\triangle BCK}}{BK} = 3$$

$\Rightarrow$ Hệ số góc của đường thẳng $y = g(x)$ là $k = \tan CBK = \frac{CK}{BK} = 1$ nên $g(x) = x - 1$

Ta có:

$$\begin{aligned} f(2x) - g(x) &= a(x+3)(x-1)(x-4) \\ \Leftrightarrow (ax^3 + bx^2 - 10x + d) - (x-1) &= a(x^3 - 2x^2 - 11x + 12) \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ -11 = -11a \\ d + 1 = 12a \end{cases} \\ \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 - 11x + d + 1 &= a(x^3 - 2x^2 - 11x + 12) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2, \text{ vì thế } f(2x) = x^3 - 2x^2 - 10x + 11 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{8} - \frac{x^2}{2} - 5x + 11. \\ d = 11 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $\int_{-3}^3 f(x) dx = 57.$

