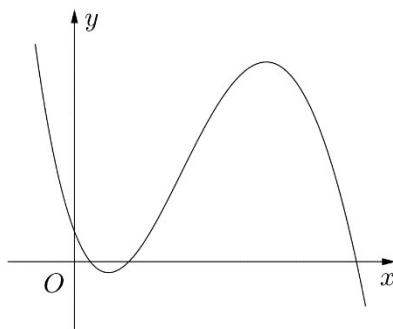


PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1.** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Trả lời:

- Câu 2.** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		-1	↘		$+\infty$
				-5			

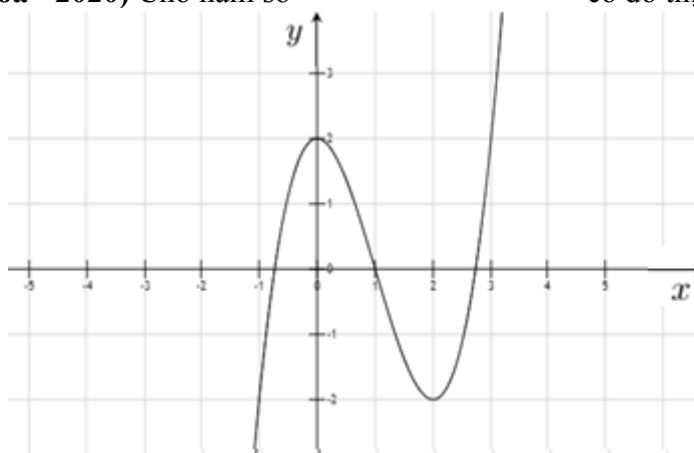
Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Trả lời:

- Câu 3.** (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020) Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Trả lời:

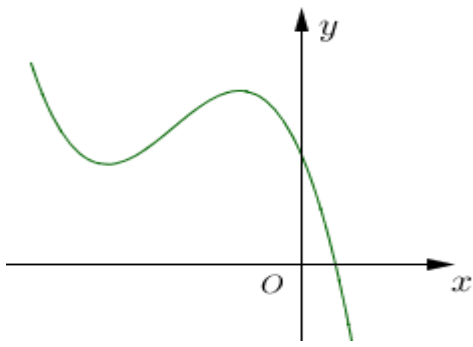
- Câu 4.** (Lê Lai - Thanh Hóa - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính $S = a + b$?

Trả lời:

- Câu 5.** (Sở Cần Thơ - 2021) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Trả lời:

Câu 6. (Sở Ninh Bình 2020) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m$. Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng?

Trả lời:

Câu 7. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Đường thẳng D có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?

Trả lời:

Câu 8. (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ có đồ thị (C_m) và đường thẳng $d: y = m^2x + 2m^3$. Biết rằng $m_1, m_2 (m_1 > m_2)$ là hai giá trị thực của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$. Tính $m_1 + m_2$?

Trả lời:

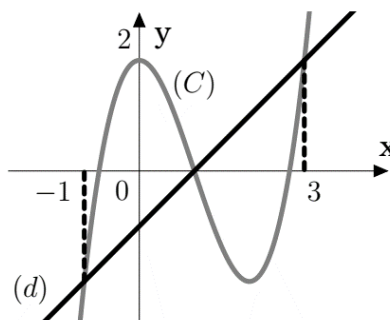
Câu 9. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?

Trả lời:

Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng?

Trả lời:

Câu 11. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ, đường thẳng d có phương trình $y = x - 1$.



Biết phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x_1 < x_2 < x_3$. Giá trị của $x_1 x_3$ bằng?

Trả lời:

- Câu 12. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2019]$ để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 3$ và đường thẳng $y = 3x + 1$ có duy nhất một điểm chung?

Trả lời:

- Câu 13. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Phương trình $x^3 - 6mx + 5 = 5m^2$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng khi $m = ?$

Trả lời:

- Câu 14.** Tính tổng tất cả các giá trị của m biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt $A(0; 4)$, B , C sao cho diện tích tam giác IBC bằng $8\sqrt{2}$ với $I(1; 3)$.

Trả lời:

- Câu 15.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2019]$ để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 3$ và đường thẳng $y = 3x + 1$ có duy nhất một điểm chung?

Trả lời:

- Câu 16.** Đường thẳng d có phương trình $y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0; 4)$, B và C sao cho diện tích của tam giác MBC bằng 4, với $M(1; 3)$. Tìm giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trả lời:

- Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng?

Trả lời:

- Câu 18. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019)** Giá trị lớn nhất của m để đường thẳng $(d): y = x - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2(m-2)x^2 + (8-5m)x + m - 5$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 20$ là?

Trả lời:

- Câu 19.** Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = -2x^3 - 3m^2x^2 + (m^3 + 2m)x + 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân?

Trả lời:

- Câu 20. (Kinh Môn - Hải Dương 2019)** Tìm m để đồ thị (C) của $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1; 0)$, B , C sao cho ΔOBC có diện tích bằng 64.

Trả lời:

- Câu 21. (Sở Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số $y = x^3 - 8x^2 + 8x$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2 + (8-a)x - b$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (P) . Biết đồ thị hàm số (C) cắt (P) tại ba điểm có hoành độ nằm trong $[-1; 5]$. Khi a đạt giá trị nhỏ nhất thì tích ab bằng?

Trả lời:

Câu 22. (Sở Quảng Trị - 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = -mx + m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 + m$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $-1 < x_1 + x_2 + x_3 < 3$?

Trả lời:

Câu 23. (Chuyên Thái Nguyên - 2020) Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Tổng tất cả các phần tử của T bằng?

Trả lời:

Câu 24. (Đại Học Hà Tĩnh - 2020) Cho đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 . Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}$.

Trả lời:

Câu 25. (Sở Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua điểm $A(1;1), B(2;4), C(3;9)$. Các đường thẳng AB, AC, BC lại cắt đồ thị lần lượt tại các điểm M, N, P (M khác A và B , N khác A và C , P khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của M, N, P bằng 5, giá trị của $f(0)$ là?

Trả lời:

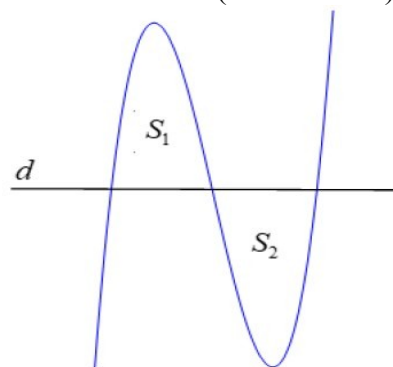
Câu 26. (Yên Lạc 2 - Vĩnh Phúc - 2020) Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S ?

Trả lời:

Câu 27. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $|x^3 - 12x| = m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3}$. Biết rằng m_0 có dạng $a\sqrt{3} + b$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính $4a^2 + 8b$.

Trả lời:

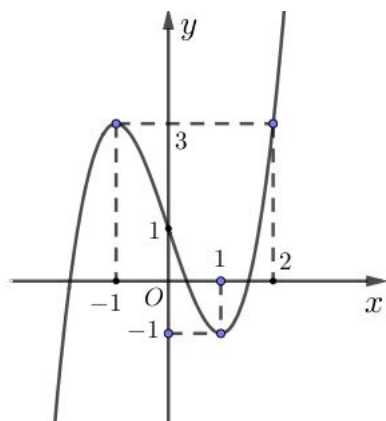
Câu 28. (Chuyên ĐHSPT - 2021) Gọi X là tập các giá trị của tham số m thỏa mãn đường thẳng $(d): y = -12m - 7$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4x - 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ).



Tính các giá trị của các phần tử của X là?

Trả lời:

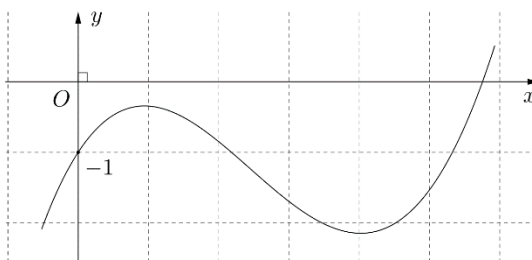
Câu 29. (Mã 101 - 2021 Lần 1) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là?

Trả lời:

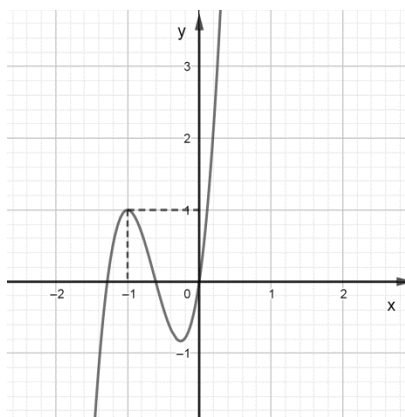
Câu 30. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là?

Trả lời:

Câu 31. (Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2020) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



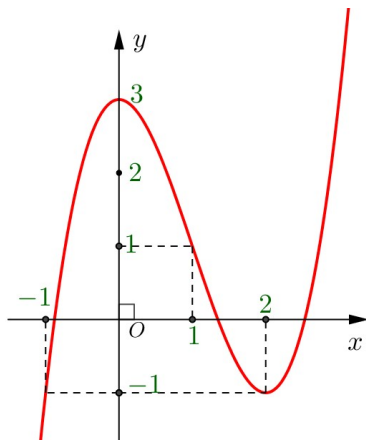
Số nghiệm của phương trình $f(f(\sqrt{f(x)}) + f(x) + 2\sqrt{f(x)}) - f(1) = 0$ là ?

Trả lời:

Câu 32. (Sở Bạc Liêu - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$, a, b là các số thực thỏa mãn $\begin{cases} a + b - 2 > 0 \\ 24 + 3(3a + b) < 0 \end{cases}$. Hỏi phương trình $2f(x).f''(x) = [f'(x)]^2$ có bao nhiêu nghiệm?

Trả lời:

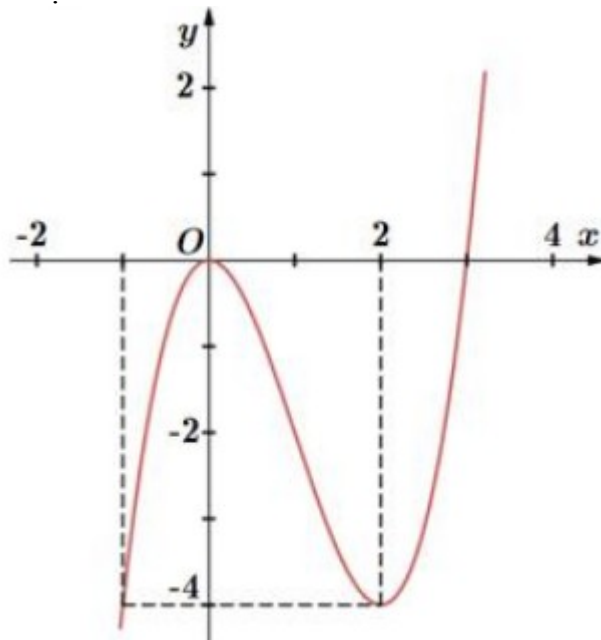
Câu 33. (Sở Cần Thơ - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Số nghiệm của phương trình $\left[f(x^2 + 1) \right]^2 - 2f(x^2 + 1) - 3 = 0$ là?

Trả lời:

Câu 34. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



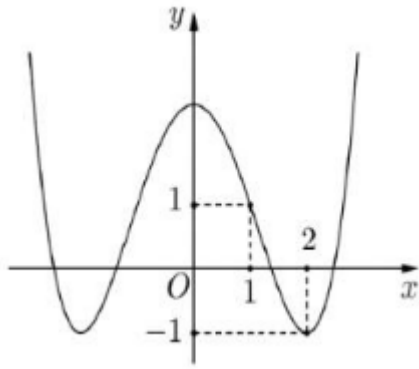
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ là?

Trả lời:

Câu 35. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng 2023) Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A(0; 3)$ và $B(2; -1)$. Số nghiệm thực của phương trình $4^{f(f(x))} - 2^{f(x)+f(f(x))} + 3 \cdot 2^{f(f(x))} = 3 \cdot 2^{f(x)}$ là?

Trả lời:

Câu 36. (Cụm Thuận Thành - Bắc Ninh 2023) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(1 - x^2)$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy , như hình vẽ.



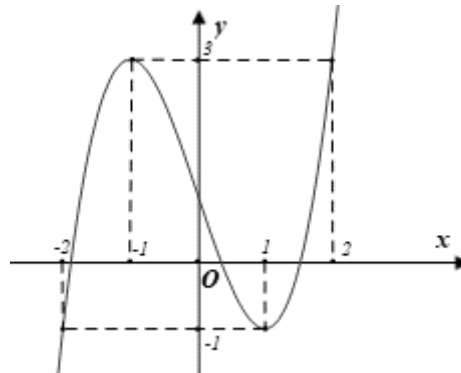
Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) + \frac{2}{x}$. Đồ thị hàm số $y = g'(x)$ cắt trục Ox tại bao nhiêu điểm?

Trả lời:

Câu 37. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020) Cho hàm số $f(x) = x^3 + x + 2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt[3]{f^3(x) + f(x) + m}) = -x^3 - x + 2$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$?

Trả lời:

Câu 38. (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - 2019) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau đây.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $f(f(x)) = m$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

Trả lời:

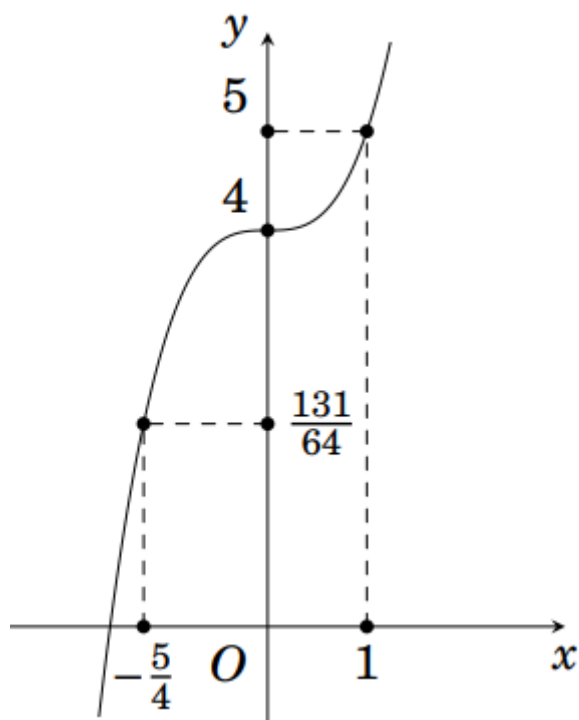
Câu 39. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2019) Cho hàm số $g(x) = 2x^3 + x^2 - 8x$. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\sqrt{g(g(x) + 3) - m} = 2g(x) + 7$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt?

Trả lời:

Câu 40. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x - 5^m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-6; 6]$ để bất phương trình $f(f(x)) \geq x$ đúng với mọi x thuộc khoảng $(2; 6)$.

Trả lời:

Câu 41. (Sở Hà Tĩnh 2022) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có $f'(1) = 3$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m \in [-10; 10]$ để phương trình $\ln \frac{f(x)}{3mx^2} + x[f(x) - 3mx] = 3mx^3 - f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

Trả lời:

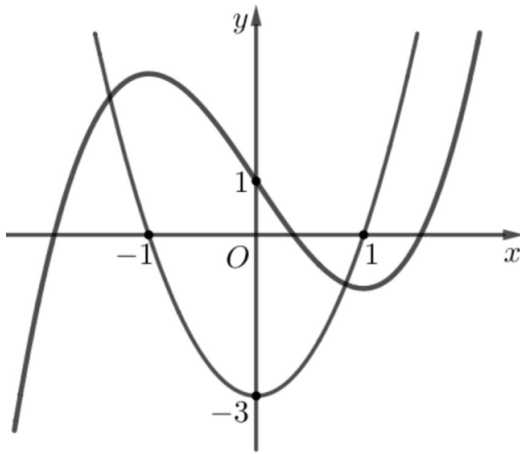
Câu 42. (Sở Nam Định 2022) Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'(f(x) + m) = 0$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt?

Trả lời:

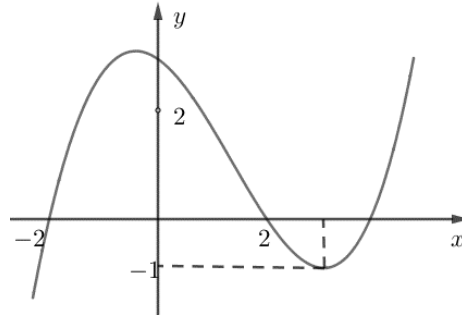
Câu 43. (Liên trường Nghệ An - Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Thái Hòa 2023) Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu số nguyên m thuộc $[2; 2024]$ để bất phương trình $f^3(f(x) + m) + 1 \geq 4f(x) + 3m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; +\infty)$?

Trả lời:

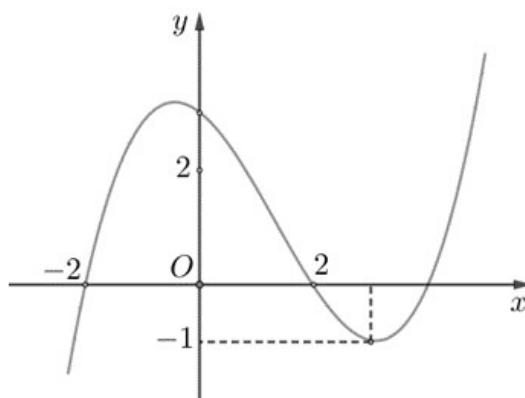
Câu 44. (Mã 103 2019) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{3}{2}$ là?

Trả lời:

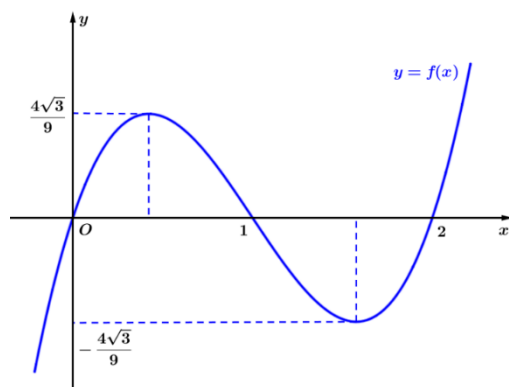
Câu 45. (Chuyên Lam Sơn - 2020) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = 1$ là?

Trả lời:

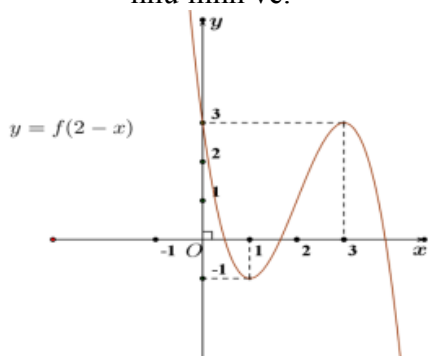
Câu 46. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|\sqrt{4-x^2} - |x^2-1|\right|\right) = \frac{1}{2021}$ là?

Trả lời:

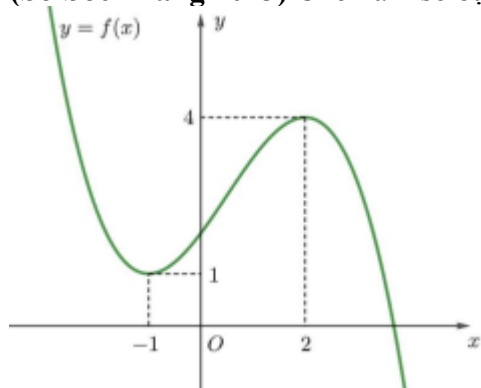
Câu 47. (THPT Bùi Thị Xuân – Huế - 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị $y = f(2-x)$ như hình vẽ.



Hỏi phương trình $|f(x^2 - 2x)| = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

Trả lời:

Câu 48. (Sở Sóc Trăng 2023) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , để phương trình $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty; 1)$?

Trả lời: