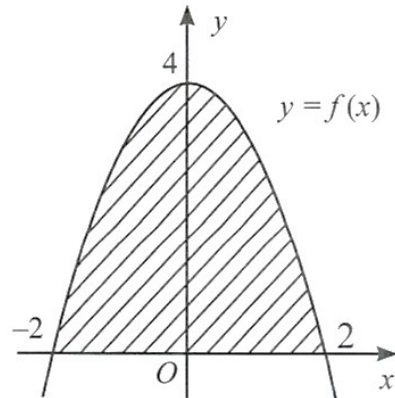


PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị như Hình.



Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(x) = 4 - 2x^2$.

b) $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.

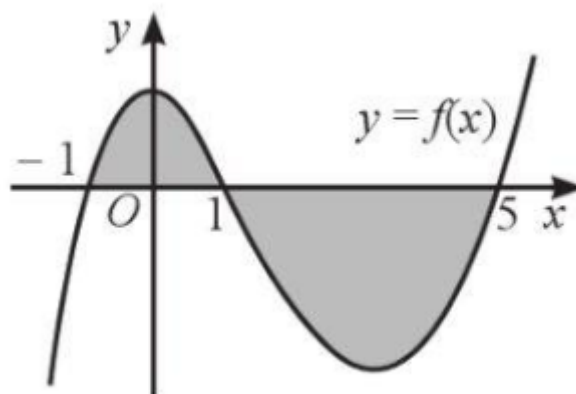
c) $S = \int_{-2}^2 f(x) dx$.

d) $S = \frac{16}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Câu 2. Cho hình phẳng được tô màu như Hình. Diện tích hình phẳng được kí hiệu là S .



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng đó được giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 5$.

b) $S = \int_{-1}^5 |f(x)| dx$

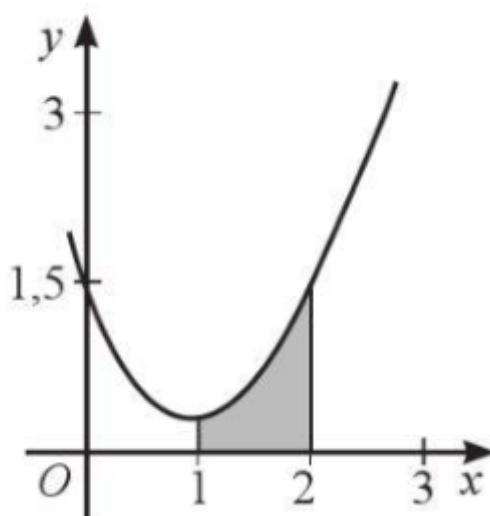
c) $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$

d) $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Câu 3. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ và gọi S là diện tích hình phẳng được tô màu như Hình



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $S = \int_1^2 f(x) dx$

b) $S = \int_0^{1,5} |f(x)| dx$

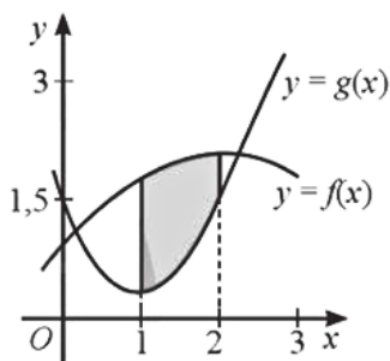
c) $S = \int_0^{1,5} f(x) dx$

d) $S = \int_1^2 |f(x)| dx$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Câu 4. Cho đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và gọi S là diện tích hình phẳng được tô màu như Hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $S = \int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$

b) $S = \int_0^2 [f(x) - g(x)] dx$

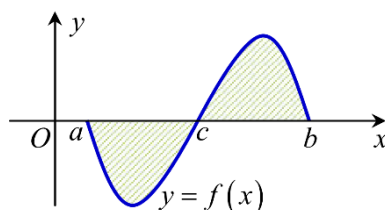
c) $S = \int_1^2 [g(x) - f(x)] dx$

d) $S = \int_1^2 |g(x) - f(x)| dx$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Câu 5. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình bên).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$

b) $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

c) $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

d) $S = \int_a^b f(x) dx$

Lời giải

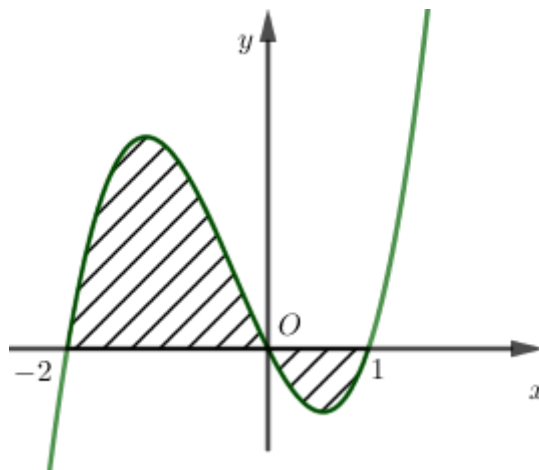
a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Dựa vào hình vẽ ta thấy: $x \in (a; c) \Rightarrow f(x) < 0$ và $x \in (c; b) \Rightarrow f(x) > 0$

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Do đó, ta có:

Câu 6. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Kí hiệu S là diện tích hình tô đậm trong hình



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$

b) $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$

c) $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$

d) $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$

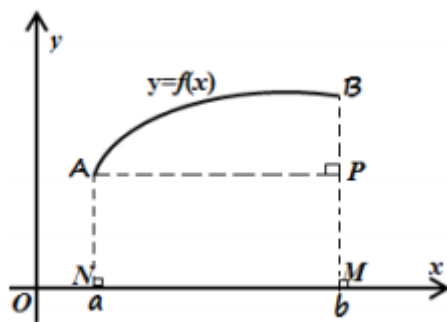
Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

$$S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$$

Ta có

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int_a^b f'(x)dx$ là diện tích hình thang $ABMN$.

b. $\int_a^b f'(x)dx$ là độ dài đoạn BP .

c) $\int_a^b f'(x)dx$ là độ dài đoạn MN .

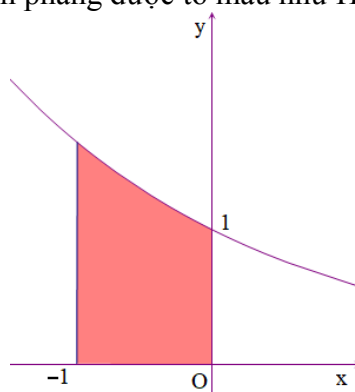
d) $\int_a^b f'(x)dx$ là độ dài đoạn cong AB .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

$$\int_a^b f'(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a) = BM - PM = BP$$

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = e^{-\frac{x}{2}}$ và hình phẳng được tô màu như Hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{-\frac{x}{2}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 0$.

b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức $S = \int_{-1}^0 e^{-\frac{x}{2}} dx$.

c) Diện tích hình phẳng đó bằng $\int_{-1}^0 \left(e^{-\frac{1}{2}} \right)^x dx$

d) Diện tích hình phẳng đó bằng $-2 \left(1 - e^{\frac{1}{2}} \right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{-\frac{x}{2}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 0$.

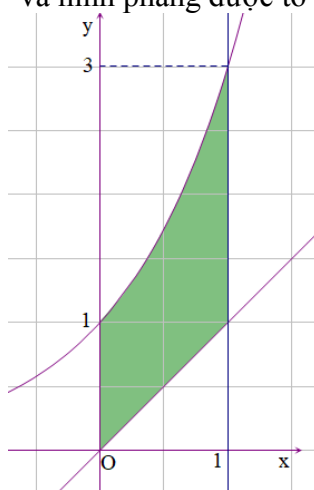
$$S = \int_{-1}^0 \left| e^{-\frac{x}{2}} \right| dx = \int_{-1}^0 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức

c) d) Diện tích hình phẳng đó là:

$$S = \int_{-1}^0 e^{-\frac{x}{2}} dx = \int_{-1}^0 \left(e^{-\frac{1}{2}} \right)^x dx = \frac{\left(e^{-\frac{1}{2}} \right)^x}{\ln e^{-\frac{1}{2}}} \Bigg|_{-1}^0 = -2 \left(1 - e^{\frac{1}{2}} \right)$$

Câu 9. Cho các đồ thị hàm số $y = 3^x$, $y = x$ và hình phẳng được tô màu như Hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 3^x$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$.

$$S = \int_0^1 |3^x - x| dx$$

b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức

c) Diện tích hình phẳng đó bằng $\int_0^1 (x - 3^x) dx$ (vì $3^x > x$, $\forall x \in [0; 1]$).

d) Diện tích hình phẳng đó bằng $\frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=3^x, y=x$ và hai đường thẳng $x=0, x=1$.

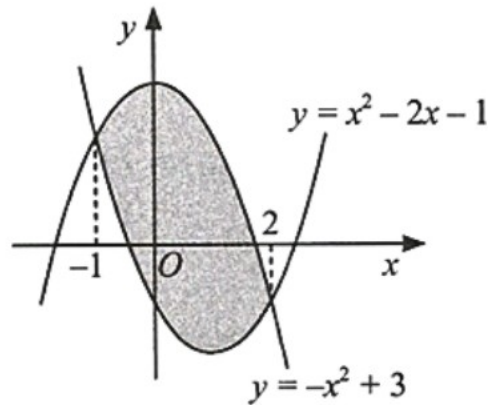
b) c) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức

$$S = \int_0^1 |3^x - x| dx = \int_0^1 (3^x - x) dx \text{ (vì } 3^x > x, \forall x \in [0; 1] \text{)}.$$

$$S = \int_0^1 (3^x - x) dx = \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{2}.$$

d) Diện tích hình phẳng đó là:

Câu 10. Cho hình phẳng (H) là phần tô đậm trong hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1, y = -x^2 + 3$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$.

b) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 |(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)| dx$.

c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$.

d) Nếu $\ln S = a \ln b$ (với a, b là các số nguyên tố và S là diện tích hình phẳng (H)) thì $a^2 + b^2 = 29$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

$$S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = -2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx.$$

d) Sai.

$$S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^2 = 9, \text{ suy ra } \ln S = 2 \ln 3$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = 13.$$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $F'(2) = e^2 - 4$.

b) $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$

c) $\int_0^2 f(x) dx = e^2 - 4$

d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng $e^2 - 5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

$$\text{Ta có } F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow F'(2) = f(2) = e^2 - 4.$$

b) Sai.

$$\int f(x) dx = \int (e^x - 2x) dx = e^x - x^2 + C.$$

c) Sai.

$$\int_0^2 f(x) dx = (e^x - x^2) \Big|_0^2 = (e^2 - 4) - (e^0 - 0) = e^2 - 5.$$

d) Đúng.

$$S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^2 |e^x - 2x| dx = e^2 - 5$$

Câu 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = f(x) = 6\sqrt{x} - 5$, đường thẳng $y = 1$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int f(x) dx = 4x\sqrt{x} - 5x + C$.

b) $\int [f(x) - 1] dx = 4x\sqrt{x} - 6x + C$

c) $\int_1^4 [f(x) - 1] dx = 6$

d) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 10.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

$$\int f(x) dx = \int (6\sqrt{x} - 5) dx = 4x\sqrt{x} - 5x + C$$

b) Đúng.

$$\int [f(x) - 1] dx = \int (6\sqrt{x} - 6) dx = 4x\sqrt{x} - 6x + C$$

c) Sai.

$$\int_1^4 [f(x) - 1] dx = \int_1^4 (6\sqrt{x} - 6) dx = (4x\sqrt{x} - 6x) \Big|_1^4 = 10$$

d) Đúng.

$$S = \int_1^4 |f(x) - 1| dx = \int_1^4 |6\sqrt{x} - 6| dx = (4x\sqrt{x} - 6x) \Big|_1^4 = 10.$$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = 3\sin x$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \pi$. Hình phẳng (H_a) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = a$ với $a \in (0; \pi)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int f(x) dx = 3\cos x + C$

b) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 6.

c) Diện tích của hình phẳng (H_a) bằng $3|\cos a - 1|$.

d) Nếu diện tích của (H_a) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích của (H) thì $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{12}\right)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

$$\int f(x) dx = \int 3\sin x dx = -3\cos x + C.$$

b) Đúng.

$$S = \int_0^\pi |f(x)| dx = \int_0^\pi |3\sin x| dx = (-3\cos x) \Big|_0^\pi = -3(-1 - 1) = 6$$

c) Đúng.

$$S_a = \int_0^a |f(x)| dx = \int_0^a |3 \sin x| dx = (-3 \cos x) \Big|_0^a = 3 - 3 \cos a = 3 |\cos a - 1|.$$

d) Sai.

$$S_a = \frac{2}{3} S \Leftrightarrow 3 - 3 \cos a = 4 \Leftrightarrow \cos a = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow a \approx 1,91 \notin \left(\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{12}\right).$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 4x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

b) $x^2 - 4x \geq 0, \forall x \in [0; 4]$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y = f(x)$ và Ox được tính theo công thức

$$S = \int_4^0 |x^2 - 4x| dx$$

d) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y = f(x)$ và Ox có diện tích là 32.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

b) $x^2 - 4x \leq 0, \forall x \in [0; 4]$

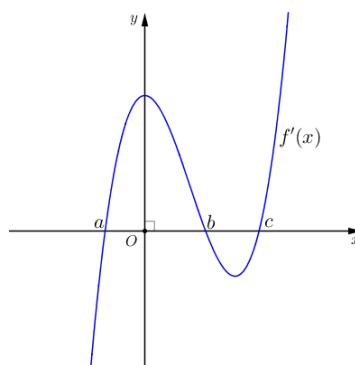
$$S = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$$

c)

$$S = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx = \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3}$$

d)

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và cắt Ox tại đúng 3 điểm phân biệt có hoành độ a, b, c (hình bên). Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Ox tương ứng với $x \in [a; b]$, S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Ox tương ứng với $x \in [b; c]$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f'(x) \geq 0, \forall x \in [a; b], f'(x) \leq 0, \forall x \in [b; c]$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$ và đồng biến trên $[b; c]$.
- c) $S_1 = f(a) - f(b), S_2 = f(a) - f(c)$
- d) $f(b) > f(c) > f(a)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $f'(x) \geq 0 \forall x \in [a; b], f'(x) \leq 0 \forall x \in [b; c]$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $[a; b]$ và nghịch biến trên $[b; c]$.

c)
$$S_1 = \int_a^b |f'(x)| dx = \int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

d)
$$S_2 = \int_b^c |f'(x)| dx = \int_b^c -f'(x) dx = f(b) - f(c)$$
 $f(x)$ nghịch biến trên $[b; c]$ nên $f(b) > f(c)$.

$S_1 > S_2$ nên $f(b) - f(a) > f(b) - f(c)$, suy ra $f(c) > f(a)$.

$\Rightarrow f(b) > f(c) > f(a)$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét parabol $(P): y = x^2 - 4$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hoành độ giao điểm của (P) và Ox là -2 và 2 .

b)
$$\int (x^2 - 4) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$$

c) $|x^2 - 4| = x^2 - 4 \forall x \in [-2; 2]$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và Ox bằng $\frac{32}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

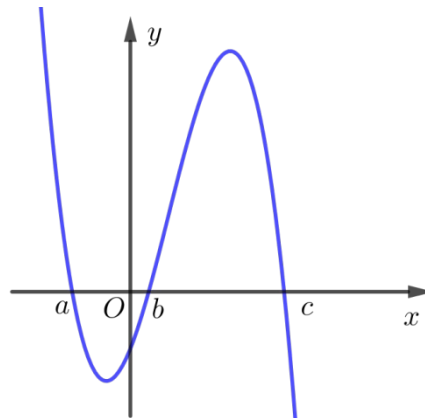
b) $\int (x^2 - 4) dx = \frac{x^3}{3} - 4x + C$

c) $|x^2 - 4| = 4 - x^2 \forall x \in [-2; 2]$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và Ox bằng:

$$\int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx = - \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}$$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(c) > f(a) > f(b)$

b) $f(c) > f(b) > f(a)$

c) $f(a) > f(b) > f(c)$

d) $f(a) > f(b)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

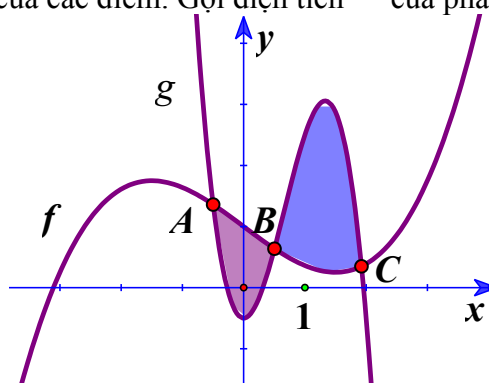
Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ và trục hoành nằm bên dưới và bên trên

Ox . Khi đó
$$S_1 = \int_a^b |f'(x)| dx = - \int_a^b f'(x) dx = - f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b)$$

Tương tự $S_2 = f(c) - f(b)$. Quan sát đồ thị $f'(x)$ ta có $S_2 > S_1 > 0$
 $\Rightarrow f(c) - f(b) > f(a) - f(b)$ do đó $f(c) > f(a) > f(b)$.

Vậy (1) và (4) đúng.

Câu 18. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị giao nhau như hình vẽ. Gọi a, b, c lần lượt là hoành độ của các điểm. Gọi diện tích S của phần tô màu trên hình bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$

b) $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$

c) $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx$

d) $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right| + \left| \int_b^c [f(x) - g(x)] dx \right|$

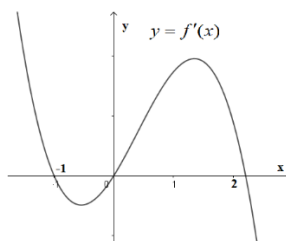
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Ta có
$$S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right| + \left| \int_b^c (f(x) - g(x)) dx \right|$$

$$= \int_a^b (f(x) - g(x)) dx + \int_b^c (g(x) - f(x)) dx$$

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $a + c > 0$

b) $a + b + c + d < 0$

c) $a + c < b + d$

d) $b + d - c > 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Theo đồ thị ta có $f(0) = 0 \Rightarrow d = 0$ và hệ số $a < 0$.

Xét $\int_{-1}^0 f(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^0 = -a + b - c + d$, mà $\int_{-1}^0 f(x) dx < 0$ nên ta có $-a + b - c + d < 0$ (1)

Hay $a + c > b + d$. Do đó ta c sai.

Thay $d = 0$ ta có $a > b - c$, vì $a < 0$ nên $b - c < 0$. d sai.

Xét $\int_0^1 f(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = a + b + c + d$, mà $\int_0^1 f(x) dx > 0$ nên ta có $a + b + c + d > 0$ (2).

Do đó ta b sai.

Từ (2) ta có $-a - b - c - d < 0$ cộng từng vế với (1) ta có $a + c > 0$ a đúng

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + C$.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$ thì $F(3) = 20$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1, x = 3, y = 0, y = f(x)$ bằng $\frac{4}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành bằng $\frac{4}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

$$\int f(x) dx = \int (x^2 - 2x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + C.$$

b) Sai.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + C$

$$F(0) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot 0^3 - 0^2 + C = 2 \Leftrightarrow C = 2$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2$$

$$\Rightarrow F(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 + 2 = 2$$

c) Sai.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1, x = 3, y = 0, y = f(x)$ là

$$\int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx = 4.$$

d) Đúng.

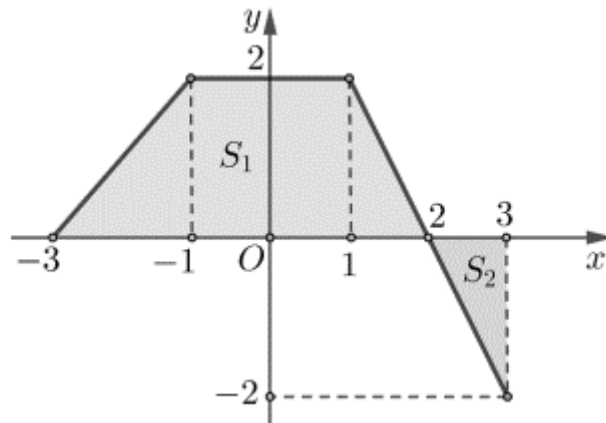
Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là nghiệm của hệ phương trình:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là

$$S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \frac{4}{3}$$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = -3, x = 3$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\int_{-3}^3 f(x) dx$

b) Diện tích của $S_2 = \left| \int_2^3 (-2x + 4) dx \right| = 1$

c) Diện tích của $S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$

d) Diện tích hình phẳng (H) bằng $S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx$

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x)$, ta có:

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x \in [-3; -1] \\ 2, & x \in [-1; 1] \\ -2x+4, & x \in [1; 3] \end{cases}$$

$$S_{(H)} = \int_{-3}^3 |f(x)| dx$$

a) Sai. Ta có:

b) Đúng. Do $f(x) = -2x+4 \leq 0, x \in [2; 3]$ nên $S_2 = \int_2^3 |-2x+4| dx = \left| \int_2^3 (-2x+4) dx \right| = 1$

c) Đúng. Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_1 = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-1} (x+3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x+4) dx$

d) Đúng. Ta có: $S_{(H)} = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = S_1 + S_2 = S_1 - \int_2^3 (-2x+4) dx$

Câu 22. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -\sin x, y = 1, x = a (0 \leq a \leq \pi), x = \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu $a = \pi$ thì diện tích của (H) bằng 0.

b) Nếu $a = 0$ thì diện tích của (H) bằng $\pi + 2$.

c) Nếu diện tích của hình (H) là $S = \pi - a + \frac{3}{2}$ thì $\frac{\pi}{a}$ là số nguyên chia hết cho 9.

d) Nếu diện tích của hình (H) là S' thì $\int_a^\pi \sin x dx = S' - \pi - a$

Lời giải

a) Đúng. Nếu $a = \pi$ thì diện tích của (H) bằng $\int_\pi^\pi |1 + \sin x| dx = 0$

b) Đúng. Nếu $a = 0$ thì diện tích của (H) bằng

$$\int_0^\pi |1 + \sin x| dx = \int_0^\pi (1 + \sin x) dx = (x - \cos x) \Big|_0^\pi = \pi + 2$$

c) Sai. Diện tích của hình (H) là

$$S = \int_a^\pi |1 + \sin x| dx = \int_a^\pi (1 + \sin x) dx = (x - \cos x) \Big|_a^\pi = \pi + 1 - a + \cos a$$

Theo đề, ta có: $S = \pi - a + \frac{3}{2}$

Nên $\pi + 1 - a + \cos a = \pi - a + \frac{3}{2} \Leftrightarrow \cos a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{3}$ (vì $0 \leq a \leq \pi$).

$$\frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{\pi} = 3$$

Do đó, $\frac{\pi}{3}$ và không chia hết cho 9.

d) Sai. Diện tích của hình (H) là:

$$\begin{aligned} S' &= \int_a^{\pi} |1 + \sin x| dx = \int_a^{\pi} (1 + \sin x) dx = x \Big|_a^{\pi} + \int_a^{\pi} \sin x dx = \pi - a + \int_a^{\pi} \sin x dx \\ &\Rightarrow \int_a^{\pi} \sin x dx = S' - \pi + a \end{aligned}$$

Câu 23. Cho hai hàm số $f(x) = x^3$ và $g(x) = 4x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

b) $\int f(x) \cdot g(x) dx = \frac{x^6}{2} + C$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1, x = 2, y = 0, y = f(x)$ bằng $\frac{15}{4}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $g(x)$ được tính theo công

thức
$$D_S = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng. $\int f(x) dx = \int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$.

b) Sai. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int 4x^4 dx = \frac{4}{5}x^5 + C$.

c) Sai. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1, x = 2, y = 0, y = f(x)$ bằng

$$\int_{-1}^2 |f(x)| dx = \frac{17}{4}.$$

d) Đúng.

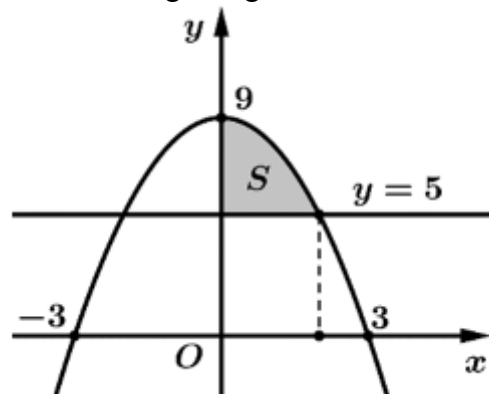
Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $g(x)$ là nghiệm của phương trình:

$$x^3 = 4x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $g(x)$ được tính theo công thức

$$S = \int_{-2}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^0 |f(x) - g(x)| dx + \int_0^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx.$$

Câu 24. Parabol $(P): y = f(x)$ có đồ thị cắt đường thẳng $y = 5$ tại 2 điểm như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Parabol (P) có phương trình $y = x^2 - 9$.

b) $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + C$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol (P) và trục hoành bằng 36.

d) Diện tích miền được tô đậm trong hình vẽ bằng $\frac{14}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Sai.

Gọi Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Ta có Parabol (P) đi qua các điểm $(-3; 0), (3; 0), (0; 9)$ nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 9a - 3b + c = 0 \\ c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 9 \end{cases}$$

Suy ra Parabol (P) có phương trình $y = -x^2 + 9$.

b) Đúng. $\int f(x) dx = \int (-x^2 + 9) dx = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + C.$

c) Đúng.

Hoành độ giao điểm của Parabol (P) và trục hoành là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol (P) , trục hoành và hai đường thẳng

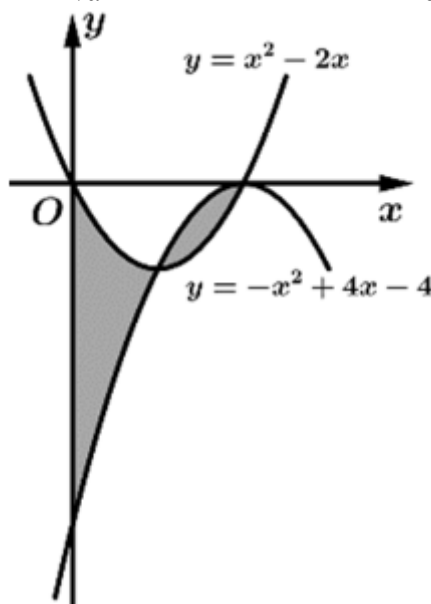
$$x = -3, x = 3 \text{ là } S = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^3 |(-x^2 + 9)| dx = 36.$$

d) Sai.

Hoành độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng $y = 5$ là nghiệm của phương trình $-x^2 + 9 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Vậy diện tích miền được tô đậm được giới hạn bởi Parabol (P) , đường thẳng $y = 5$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là $S = \int_0^2 |f(x) - 5| dx = \int_0^2 |(-x^2 + 4)| dx = \frac{16}{3}$.

Câu 25. Cho hai Parabol $y = f(x) = x^2 - 2x$ và $y = g(x) = -x^2 + 4x - 4$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int f(x) dx = x^3 - 2x^2 + C$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = f(x)$ và trục hoành bằng $\frac{4}{3}$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol đã cho bằng $\frac{1}{3}$.

d) Diện tích miền được tô đậm trong hình vẽ bằng $\frac{4}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Sai. $\int f(x) dx = \int (x^2 - 2x) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$

b) Đúng.

Giao điểm của Parabol $y = f(x)$ và trục hoành $y = 0$ là nghiệm của phương trình

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = 0, x = 2 \text{ là } S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \frac{4}{3}$$

c) Đúng.

Hoành độ giao điểm của hai Parabol là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 2x = -x^2 + 4x - 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol là

$$S = \int_1^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_1^2 |2x^2 - 6x + 4| dx = \frac{1}{3}$$

d) Sai.

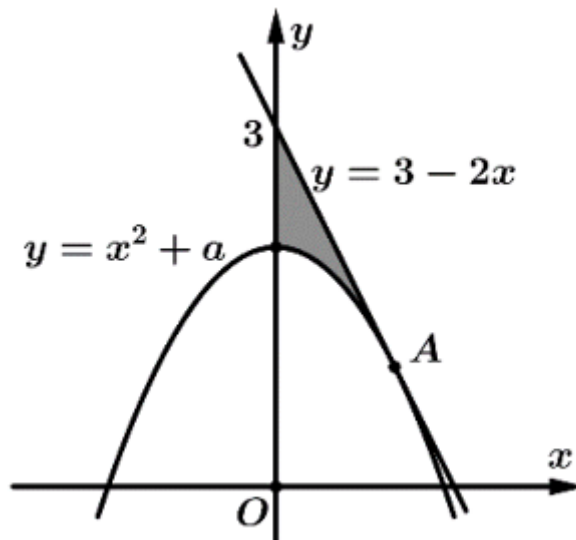
Miền tô đậm trong hình vẽ được giới hạn bởi hai Parabol và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ sẽ có

$$S = \int_0^2 |f(x) - g(x)| dx$$

diện tích là:

$$= \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx + \int_1^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^1 |2x^2 - 6x + 4| dx + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} + \frac{1}{3} = 2$$

Câu 26. Parabol $f(x) = -x^2 + a$ tiếp xúc với đường thẳng $g(x) = 3 - 2x$ tại điểm A như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int g(x) dx = -x^2 + 3x + C$

b) $a = -2$

- c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y=f(x)$ và trục hoành bằng $\frac{4}{3}$.
- d) Diện tích miền tô đậm trong hình vẽ bằng $\frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng. $\int g(x)dx = \int (3 - 2x)dx = 3x - x^2 + C$.

b) Sai.

Parabol $y=f(x)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=g(x)$ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+a=3-2x \\ -2x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow f(x)=-x^2+2.$$

c) Sai.

Hoành độ giao điểm của Parabol $y=f(x)$ và trục hoành $y=0$ là nghiệm của phương trình:

$$-x^2+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y=f(x)$, trục hoành và hai đường $x=-\sqrt{2}, x=\sqrt{2}$

$$S = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |f(x)| dx = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |-x^2+2| dx = \left| -\frac{x^3}{3} + 2x \right|_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

là

d) Sai.

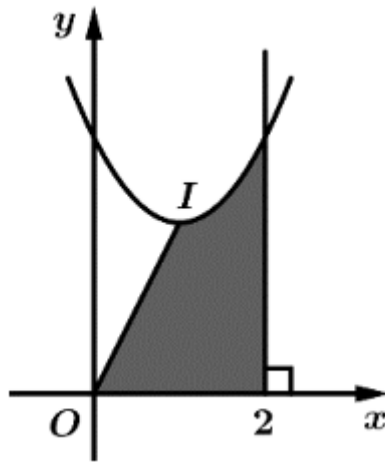
Phương trình hoành độ giao điểm của Parabol $y=f(x)$ và đường thẳng $y=g(x)$ là

$$-x^2+2=3-2x \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=1$$

Vậy miền tô đậm được giới hạn bởi hai đường $y=f(x), y=g(x)$ và hai đường thẳng

$$x=0, x=1 \text{ có diện tích là } \int_0^1 |f(x)-g(x)| dx = \int_0^1 |x^2-2x+1| dx = \frac{1}{3}.$$

Câu 27. Cho Parabol $(P): y=f(x)=x^2-2x+3$ có đỉnh là điểm I như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ của điểm I là $I(1; 2)$.

b) $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + C$.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ thì phương trình $F(x) = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

d) Diện tích miền được tô đậm trong hình bằng $\frac{10}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Đúng.

Điểm I là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

$$f'(x) = 2x - 2; f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1.$$

Suy ra tọa độ điểm I là $(1; 2)$.

b) Đúng. $\int f(x)dx = \int (x^2 - 2x + 3)dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + C.$

c) Sai.

$$F(x) = \int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + C.$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 1.$$

Ấn máy tính để tính nghiệm phương trình $F(x) = 0$ ta được: phương trình có 1 nghiệm thực

d) Đúng.

Đường thẳng OI có vector chỉ phương là $\vec{OI}(1; 2) \Rightarrow$

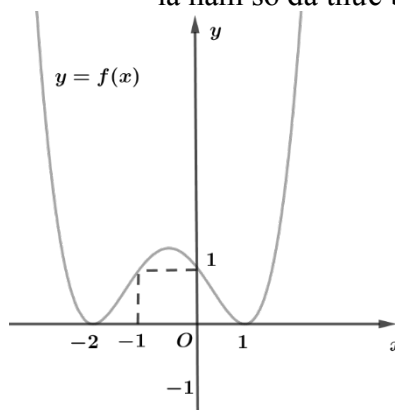
Vector pháp tuyến của đường thẳng OI là $\vec{n}(2; -1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $OI: 2(x-1) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 0 \Rightarrow y = 2x$.

Suy ra diện tích hình được tô đậm trong hình là:

$$S = \int_0^2 |f(x)| dx - \int_0^1 |f(x) - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x + 3| dx - \int_0^1 |x^2 - 4x + 3| dx = \frac{14}{3} - \frac{4}{3} = \frac{10}{3}.$$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ là hàm số đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

b) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - x + 1$

c) Phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = f'(x)$ có tất cả 3 nghiệm phân biệt

d) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x); y = f'(x)$ có diện tích bằng $\frac{107}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Hàm số đã cho có dạng $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

Từ giả thiết đồ thị hàm số đã cho ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-2; 0)$, $(-1; 1)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$ và có hai điểm cực tiểu là $(1; 0)$, $(-2; 0)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(-2) = 0 \\ f(1) = 0 \\ f'(-2) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 1 \\ a + b + c + d = -1 \\ 16a - 8b + 4c - 2d = -1 \\ -32a + 12b - 4c + d = 0 \\ 4a + 3b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 1 \\ a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{-3}{4} \\ d = -1 \end{cases}.$$

Do đó $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - x + 1 \Rightarrow f'(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = f'(x)$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$y = f(x); y = f'(x) \text{ là}$$

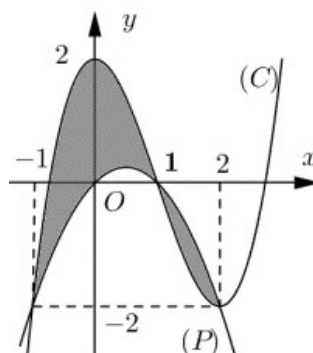
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số

$$S = \int_{-2}^4 |f(x) - f'(x)| dx$$

Vì biểu thức $f(x) - f'(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ không đổi dấu trên các khoảng $(-2; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; 4)$ nên ta có

$$S = \left| \int_{-2}^{-1} [f(x) - f'(x)] dx \right| + \left| \int_{-1}^1 [f(x) - f'(x)] dx \right| + \left| \int_1^4 [f(x) - f'(x)] dx \right| = \frac{107}{5} (dvdt).$$

Câu 29. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đồ thị parabol (P) của hàm đa thức bậc hai $y = mx^2 + nx + p$ có trục đối xứng vuông góc với trục hoành.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số bậc ba là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

b) Hàm số bậc hai là $y = -x^2 + x$.

c) Diện tích phần **tô đậm** là $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$.

d) Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng $\frac{37}{12}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Gọi hàm số bậc ba là $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị (C) đi qua các điểm $(1;0), (2;-2)$ và đạt cực trị tại $x=0; x=2$ nên ta có hệ sau :

$$\begin{cases} 0 = a + b + c + d \\ -2 = 8a + 4b + 2c + d \\ 0 = c \\ 0 = 12a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số bậc ba là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Gọi hàm bậc hai là $y = mx^2 + nx + p$. Đồ thị (P) đi qua các điểm $(1;0), (2;-2), (-1;-2)$ nên ta có hệ sau :

$$\begin{cases} 0 = m + n + p \\ -2 = 4m + 2n + p \\ -2 = m - n + p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \\ p = 0 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số bậc hai là $y = -x^2 + x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là :

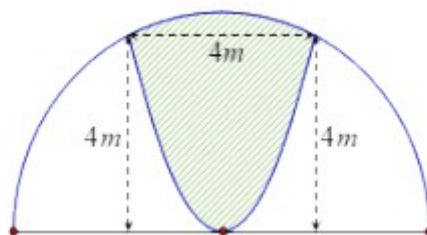
$$x^3 - 3x^2 + 2 = -x^2 + x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy diện tích phần tô đậm là :

$$S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$$

$$S = \int_{-1}^2 |(x^3 - 2x^2 - x + 2)| dx.$$

Câu 30. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng $4(m)$. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là $150.000 \text{ đồng}/m^2$ và $100.000 \text{ đồng}/m^2$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Bán kính của nửa đường tròn là $R = 4(m)$.

$$S = \int_{-2}^2 \sqrt{20 - x^2} dx$$

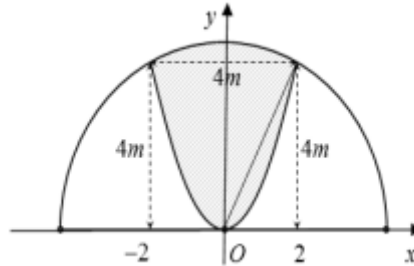
b) Diện tích của khuôn viên hình tròn được xác định bởi

c) Gọi S_1 là diện tích phần trồng hoa, khi đó $S_1 = 11,94 m^2$.

d) Số tiền cần dùng để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên là 3.738.574 đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------



a) Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, suy ra mệnh đề sai

b) Phương trình của nửa đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

$$S = \int_{-2\sqrt{5}}^{2\sqrt{5}} \sqrt{20 - x^2} dx$$

Do đó , suy ra mệnh đề sai

c) Parabol (P) có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $(2;4)$ nên có phương trình: $y = x^2$.

$$S_1 = \int_{-2}^2 \left[\sqrt{20 - x^2} - x^2 \right] dx \approx 11,94 (m^2)$$

, suy ra mệnh đề đúng

d) Gọi S_2 là diện tích phần không tô màu là: $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 (m^2)$.

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3.738.593$$

suy ra mệnh đề đúng.