

CHƯƠNG 6

MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

BÀI 1

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

1. Định nghĩa xác suất có điều kiện

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu $P(A|B)$.

$$\text{Nếu } P(B) > 0 \text{ thì } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Chú ý:

- Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$
- Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Công thức trên được gọi là **công thức nhân xác suất**.

- Cho A và B là hai biến cố với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có:
$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

Trong đó $n(A \cap B)$ là số các trường hợp thuận lợi của $(A \cap B)$; $n(B)$ là số các trường hợp thuận lợi của B .

- Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$ thì:
$$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$$

• Cho A và B là hai biến cố với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$. Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi:
$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B}) \quad \text{và} \quad P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

Tính chất trên giải thích vì sao hai biến cố độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến này không làm ảnh hưởng đến xác suất của biến cố kia.

2. Sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất có điều kiện

KIẾN THỨC CẦN NHỚ ĐỂ GIẢI TOÁN

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

1. Xác suất điều kiện:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

2. Công thức nhân xác suất: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(A|B)$

Chú ý 1: Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$$

$$P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

Chú ý 2:

- $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$
- $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$
- $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$
- Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau

Chú ý 3:

• Xác suất của một biến cố có thể phụ thuộc vào nhiều yếu tố, điều kiện khác nhau nào đó mà có thể được nói ra hoặc không nói ra (điều kiện hiểu ngầm). Để chỉ ra một cách cụ thể hơn về việc xác suất của một sự kiện A nào đó phụ thuộc vào một điều kiện B nào đó ra sao, ta sử dụng xác suất có điều kiện.

• Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024$, $P(B)=0,2025$.

a) Tính $P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

b) Tính $P(B|\bar{A})$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 2. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$.

a) Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

b) Tính $P(\bar{B}|A)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

c) Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 3. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,8$, $P(B)=0,65$, $P(A \cap \bar{B})=0,55$.

a) Tính $P(A \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.

b) Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,35.

Câu 4. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A. $\frac{2}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 5. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại.

a) Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{7}$.

b) Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 6. Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7.

a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

- A. 0,28 . B. 0,7 . C. 0,46 . D. 0,18 .

b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A. 0,6 . B. 0,7 . C. 0,46 . D. 0,3 .

c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A. 0,4 . B. 0,7 . C. 0,28 . D. 0,6 .

Câu 7. Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 8. Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{9}{16}$. C. $\frac{9}{17}$. D. $\frac{21}{80}$.

Câu 9. Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 10. Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.

Câu 11. Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.

Câu 12. Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 13. Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{9}{16}$. C. $\frac{9}{17}$. D. $\frac{21}{80}$.

Câu 14. Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 15. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,7$, $P(\bar{B})=0,6$.

- a) $P(A|B)=0,6$
 b) $P(B|\bar{A})=0,4$
 c) $P(B|\bar{A})=0,4$
 d) $P(\bar{B}|\bar{A})=0,6$

Câu 16. Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A})=0,4$, $P(B)=0,8$, $P(A \cap B)=0,4$.

- a) $P(A)=0,6$ và $P(\bar{B})=0,2$.
 b) $P(A|B)=\frac{1}{2}$
 c) $P(\bar{B}|A)=\frac{2}{3}$
 d) $P(\bar{A} \cap B)=\frac{3}{5}$

Câu 17. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án $0,8$.

Câu 18. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 19. Một hộp có 3 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy bóng ngẫu nhiên hai lần liên tiếp, trong đó mỗi lần lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp. Xét các biến cố:

A: “Quả bóng màu xanh được lấy ra ở lần thứ nhất”;

B: “Quả bóng màu đỏ được lấy ra ở lần thứ hai”.

Hỏi hai biến cố A và B có độc lập không?

Đáp án:

Câu 20. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai.

Đáp án:

Câu 21. Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

Đáp án:

Câu 22. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

Đáp án:

Câu 23. Một lô sản phẩm có 20 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

Đáp án:

Câu 24. Một thư viện có 35% tổng số sách là sách khoa học, 14% tổng số sách là sách khoa học tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên một quyển sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách khoa học tự nhiên, biết rằng đó là quyển sách về khoa học.

Đáp án:

Câu 25. Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như hình vẽ. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02 . Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện, máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1 ; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.



a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

Đáp án:

Câu 26. Một hộp kín đựng 20 tấm thẻ giống hệt nhau đánh số từ 1 đến 20 . Một người rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ từ trong hộp. Người đó được thông báo rằng thẻ rút ra mang số chẵn. Tính xác suất để người đó rút được thẻ số 10.

Đáp án:

Câu 27. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để:

a) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm;

b) Có ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm nếu biết rằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 .

Đáp án:

Câu 28. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đó không nhỏ hơn 10 nếu biết rằng có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm.

Đáp án:

Câu 29. Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{13}{13}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

Đáp án:

Câu 30. Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,7 . Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9 . Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,4 . Tính xác suất để:

- a) Cả hai thí nghiệm đều thành công;
- b) Cả hai thí nghiệm đều không thành công;
- c) Thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công.

Đáp án: