

Bài 18. Trung vị, tứ phân vị*Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)***Họ tên thí sinh:****Số báo danh:****PHẦN E. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN****Câu 1.** Kết quả thu thập điểm số môn Toán của 25 học sinh khi tham gia kì thi học sinh giỏi toán 11.(thang điểm 20) cho ta bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải**Lời giải**Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n=25$. Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{25}$ là điểm số của 25 học sinh trong kì thi đó và dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.Trung vị của mẫu số liệu là $x_{13} \in [8;12)$.Ta có: $n=25, n_m=12, C=1+7=8, u_m=8, u_{m+1}=12$.

Trung vị mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m) = 8 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} (12 - 8) = 9,5.$$

Câu 2. Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Nhóm	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải**Lời giải**Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n=3+12+15+24+2=56$.Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{56}$ là thời gian truy cập Internet của lần lượt 56 học sinh theo thứ tự không giảm.Trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2} \in [15,5;18,5)$.Ta có: $n_m=15; C=3+12=15; u_m=15,5; u_{m+1}=18,5$.

Khi đó trung vị của mẫu số liệu phép nhóm là:

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} (18,5 - 15,5) = \frac{181}{10} = 18,1$$

Câu 3. Điều tra về số lượng học sinh khối 11 trong một lớp học, người ta thu được dữ liệu của 100 lớp học và có bảng phân phối tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[36;38)	[38;40)	[40;42)	[42;44)	[44;46)
Tần số	9	15	25	30	21

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải**Lời giải**

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là số học sinh trong một lớp học khối 11 được điều tra được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2} \in [42; 44)$.

Ta có: $n_m = 30; C = 9 + 15 + 25 = 49; u_m = 42; u_{m+1} = 44$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = 42 + \frac{\frac{100}{2} - 49}{30} (44 - 42) = \frac{631}{15} \approx 42,07.$$

Câu 4. Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1; 5)	[5; 9)	[9; 13)	[13; 17)	[17; 21)
Tần số	4	8	13	6	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải**Lời giải**

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 4 + 8 + 13 + 6 + 5 = 35$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{18} \in [9; 13)$.

Ta có: $n_m = 13; C = 4 + 8 = 12; u_m = 9; u_{m+1} = 13$.

$$M_e = 9 + \frac{\frac{35}{2} - 12}{13} (13 - 9) = \frac{139}{13} \approx 10,69$$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 5. Một học viện bóng đá điều tra về lứa tuổi của 100 học viên trẻ đăng kí đầu tiên để tham gia khóa học mới và thu được bảng sau:

Nhóm tuổi	[8; 9]	[10; 11]	[12; 13]	[14; 15]	[16; 17]
Số học viên	14	20	33	18	15

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải**Lời giải**

Vì độ tuổi được điều tra là số nguyên nên ta hiệu chỉnh bảng số liệu trên về bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm tuổi	[7, 5; 9, 5)	[9, 5; 11, 5)	[11, 5; 13, 5)	[13, 5; 15, 5)	[15, 5; 17, 5)
Số học viên	14	20	33	18	15

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2} \in [11, 5; 13, 5)$.

Ta có: $n_m = 33; C = 14 + 20 = 34; u_m = 11,5; u_{m+1} = 13,5$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = 11,5 + \frac{\frac{100}{2} - 34}{33} (13,5 - 11,5) = \frac{823}{66} \approx 12,47$$

Câu 6. Người ta ghi chép lại trọng lượng (gam) một loại cá rô được nuôi trong ao theo một chế độ đặc biệt sau 6 tháng, họ có bảng tần số ghép nhóm sau:

Trọng lượng	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)	[110; 120)
Số cá	13	24	55	61	31	16

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

Lời giải

Lời giải

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 13 + 24 + 55 + 61 + 31 + 16 = 200$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{200}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2} \in [90; 100)$.

Ta có: $n_m = 61; C = 13 + 24 + 55 = 92; u_m = 90; u_{m+1} = 100$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = 90 + \frac{\frac{200}{2} - 92}{61} (100 - 90) = \frac{5570}{61} \approx 91,31(g)$$

Câu 7. Nghiên cứu thời gian chạy 01 vòng sân trường $300m$ của 41 học sinh lớp 11A trường THPT được giáo viên bộ môn Thể dục ghi lại, có kết quả sau:

Thời gian	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số học sinh	5	8	13	9	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{41}$ là thời gian chạy của học sinh lớp 11A được xếp theo thứ tự không giảm. Do $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [40; 45); x_6, \dots, x_{13} \in [45; 50); x_{14}, \dots, x_{26} \in [50; 55)$ nên trung vị của mẫu là $x_{21} \in [50; 55)$.

Ta xác định được $n = 41, n_m = 13, C = 5 + 8 = 13, u_m = 50, u_{m+1} = 55$.

$$M_e = 50 + \frac{\frac{41}{2} - 13}{13} (55 - 50) = 52,88.$$

Câu 8. Kết quả khảo sát hàm lượng vitamin C của một số loại trái cây cho ở bảng sau:

Hàm lượng vitamin C (%)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số lượng	3	4	5	2	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{15}$ là hàm lượng vitamin C của một số loại trái cây xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; x_3 \in [6; 7); x_4; \dots; x_7 \in [7; 8); x_8; \dots; x_{12} \in [8; 9)$ nên trung vị của mẫu là $x_8 \in [8; 9)$.

Ta xác định được $n=15, n_m=5, C=3+4=7, u_m=8, u_{m+1}=9$.

$$M_e = 8 + \frac{\frac{15}{2} - 7}{5} (9 - 8) = 8,1.$$

Câu 9. Chiều cao (đơn vị: m) của 35 cây bạch đàn được cho ở bảng sau:

Số đo chiều cao (m)	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)
Số cây	6	9	15	4	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{35}$ là chiều cao của các cây bạch đàn xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_6 \in [6,5;7); x_7; \dots; x_{15} \in [7;7,5); x_{16}; \dots; x_{30} \in [7,5;8)$ nên trung vị của mẫu là $x_{16} \in [7,5;8)$.

Ta xác định được $n=35, n_m=15, C=6+9=15, u_m=7,5, u_{m+1}=8$.

$$M_e = 7,5 + \frac{\frac{35}{2} - 15}{15} (8 - 7,5) = 7,58.$$

Câu 10. Số bài tập của các bộ môn được giáo viên cho học sinh về làm ở khối 11 ở một nhóm học sinh trường THPT được giao về làm trong 01 tuần được cho như sau:

Số bài tập	[5;12)	[12;19)	[19;26)	[26;33)	[33;40)
Số học sinh	27	58	22	23	10

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{140}$ là hàm lượng vitamin C của một số loại trái cây xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_{27} \in [5;12); x_{28}; \dots; x_{85} \in [12;19)$ nên trung vị của mẫu là $\frac{1}{2}(x_{70} + x_{71}) \in [8;9)$.

Ta xác định được $n=140, n_m=58, C=27, u_m=12, u_{m+1}=19$.

$$M_e = 12 + \frac{\frac{140}{2} - 27}{58} (19 - 12) = 23,7.$$

Câu 11. Số tiền mà học sinh lớp 11 chi cho ăn uống sinh hoạt trong 01 tuần được tổng hợp ở bảng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[300;340)	[340;380)	[380;420)	[420;460)	[460;500)
Số học sinh	5	9	12	7	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_3$ là số tiền chi ăn uống sinh hoạt trong tuần của học sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_5 \in [300; 340); x_6; \dots; x_9 \in [340; 380); x_{15}; \dots; x_{26} \in [380; 420)$ nên trung vị của mẫu là $x_{19} \in [380; 420)$.

Ta xác định được $n = 39, n_m = 12, C = 5 + 9 = 14, u_m = 380, u_{m+1} = 420$.

$$M_e = 380 + \frac{\frac{39}{2} - 14}{12} (420 - 380) = 398,3.$$

Câu 12. Trong đợt kiểm tra học kỳ II môn Thể dục ở một trường THPT được giáo viên tổng hợp thời gian chạy của 41 học sinh ở cự ly $1500m$ dưới bảng như sau:

Thời gian (đơn vị phút)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)	[15;17)
Số học sinh	5	8	13	9	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{41}$ là thời gian chạy của học sinh lớp được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_5 \in [7; 9); x_6 \dots x_{13} \in [9; 11); x_{14} \dots x_{26} \in [11; 13)$

nên trung vị của mẫu là $x_{21} \in [11; 13)$.

Ta xác định được $n = 41, n_m = 13, C = 5 + 8 = 13, u_m = 11, u_{m+1} = 13$

$$M_e = 11 + \frac{\frac{41}{2} - 13}{13} (13 - 11) = 12,15.$$

Câu 13. Ở lớp $11A$ của trường THPT, kết quả phần thi lý thuyết trong kỳ thi Nghề môn Tin học được giáo viên tổng hợp như sau:

Điểm thi	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh	3	4	5	2	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{15}$ là hàm lượng vitamin C của một số loại trái cây xếp theo thứ tự không giảm. Do $x_1; x_2; x_3 \in [6; 7); x_4 \dots x_7 \in [7; 8); x_8 \dots x_{12} \in [8; 9)$ nên trung vị của mẫu là $x_8 \in [8; 9)$

Ta xác định được $n = 15, n_m = 5, C = 3 + 4 = 7, u_m = 8, u_{m+1} = 9$

$$M_e = 8 + \frac{\frac{15}{2} - 7}{5} (9 - 8) = 8,1$$

Câu 14. Chiều cao (đơn vị: m) của 35 cây bạch đàn được cho ở bảng sau:

Số đo chiều cao (m)	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)
Số cây	6	9	15	4	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{35}$ là chiều cao của các cây bạch đàn xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \dots x_6 \in [6, 5; 7); x_7 \dots x_{15} \in [7, 7, 5); x_{16} \dots x_{30} \in [7, 5; 8)$ nên trung vị của mẫu là $x_{16} \in [7, 5; 8)$.

Ta xác định được $n = 35, n_m = 15, C = 6 + 9 = 15, u_m = 7, 5; u_{m+1} = 8$

$$M_e = 7, 5 + \frac{\frac{35}{2} - 15}{15} (8 - 7, 5) = 7, 58.$$

Câu 15. Số lượng học sinh trên lớp đăng ký tham gia hoạt động Hoa phượng đỏ ở một trường THPT trên địa bàn TP.HCM được cho ở bảng sau:

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên?

Lời giải**Lời giải**

Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5, 5; 10, 5)	[10, 5; 15, 5)	[15, 5; 20, 5)	[20, 5; 25, 5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \dots x_4 \in [5, 5; 10, 5); x_5 \dots x_{12} \in [10, 5; 15, 5); x_{13}, x_{14} \in [15, 5; 20, 5); x_{15} \dots x_{20} \in [20, 5; 25, 5)$

nên trung vị của mẫu số liệu $x_1 \dots x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [10, 5; 15, 5)$.

Ta xác định được $n = 20, n_m = 8, C = 4, u_m = 10, 5; u_{m+1} = 15, 5$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 10, 5 + \frac{\frac{20}{2} - 4}{8} (15, 5 - 10, 5) = 14, 25$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$.

Do $x_5, x_6 \in [10, 5; 15, 5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 10, 5 + \frac{\frac{20}{4} - 4}{8} (15, 5 - 10, 5) = 11, 125$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$.

Do $x_{15}, x_{16} \in [20, 5; 25, 5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 20, 5 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 14}{6} (25, 5 - 20, 5) = 21, 3.$$

Câu 16. Thời gian (phút) di chuyển đến trường của nhóm học sinh trường THPT A được tổng hợp dưới bảng sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học	6	14	25	37	13	9	21

sinh							
------	--	--	--	--	--	--	--

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{125}$ là thời gian di chuyển của học sinh lớp được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_6 \in [15; 20); x_7 \dots x_{20} \in [20; 25); x_{21} \dots x_{45} \in [25; 30); x_{46} \dots x_{82} \in [30; 35)$ nên trung vị của mẫu là $x_{63} \in [30; 35)$.

Ta xác định được $n = 125, n_m = 37, C = 6 + 14 + 25 = 45, u_m = 30, u_{m+1} = 35$

$$M_e = 30 + \frac{\frac{125}{2} - 45}{45} (35 - 30) = 31,94.$$

Câu 17. Cân nặng (kg) của nhóm học sinh trường THPT được tổng hợp dưới bảng sau:

Cân nặng	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số học sinh	7	5	11	5	7

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{35}$ là cân nặng của học sinh lớp được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_7 \in [40; 45); x_8 \dots x_{13} \in [45; 50); x_{14} \dots x_{33} \in [50; 55)$

nên trung vị của mẫu là $x_{19} \in [50; 55)$.

Ta xác định được $n = 35, n_m = 11, C = 7 + 5 = 12, u_m = 50, u_{m+1} = 55$

$$M_e = 50 + \frac{\frac{35}{2} - 12}{12} (55 - 50) = 52,29.$$

Câu 18. Tổng hợp tiền lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên?

Lời giải

Lời giải

c) Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{24}$ lần lượt là lương tháng của mỗi nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \dots x_3 \in [6; 8); x_4 \dots x_9 \in [8; 10); x_{10} \dots x_{17} \in [10; 12); x_{18} \dots x_{24} \in [12; 14)$ nên trung vị của mẫu là $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) \in [10; 12)$.

Ta xác định được $n = 24, n_m = 8, C = 3 + 6 = 9, u_m = 10, u_{m+1} = 12$

$$Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8} (12 - 10) = 10,75$$

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$.

Do $x_6, x_7 \in [8; 10)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{4} - 3}{6}(10 - 8) = 9$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$.

Do $x_{18}, x_{19} \in [12; 14)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7}(14 - 12) = 12,3.$$

----HẾT---