**PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN QUỲ HỢP**

**KỲ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN VÒNG 1**

**NĂM HỌC 2020 – 2021. MÔN TOÁN 9**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Rút gọn biểu thức

1. 
2. Cho biểu thức 
3. Tìm điều kiện của để biểu thức có nghĩa và rút gọn 
4. Tìm các giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên

**Câu 2.** Giải các phương trình sau :



**Câu 3. (6,0 điêm)**

1. Xác định đa thức bậc bốn biết và với 
2. Tìm nguyên dương thỏa mãn 
3. Cho các số dương thỏa mãn Chứng minh rằng :



**Câu 4.**

1. Cho tam giác vuông tại A, vuông góc với là đường phân giác. Gọi là đường phân giác của tam giác 
2. Chứng minh và 
3. Gọi là đường phân giác của tam giác Chứng minh rằng 
4. Cho tam giác đều đường cao Lấy điểm nằm giữa B và C, vẽ vuông góc với tại D, vuông góc với tại E. Tìm vị trí của điểm trên BC để diện tích lớn nhất

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Bảy người câu được 100 con cá. Biết rằng không có hai người nào câu được số cá như nhau. Chứng minh rằng có ba người câu được tổng cộng không ít hơn 50 con cá

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. 

Ta có : 



1. Cho biểu thức 
2. Tìm điều kiện của để biểu thức có nghĩa và rút gọn 

Để biểu thức có nghĩa 

Vậy thì P có nghĩa

Rút gọn :



1. Tìm các giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên

Để nguyên nguyên

vì thỏa mãn

Vậy thì nguyên

**Câu 2. Giải các phương trình sau :**

****

1. ĐKXĐ: 

Phương trình 



Vậy 

1. Ta có: và 

Đặt 



Phương trình (2) có dạng 



Với mà 



Ta có phương trình 

Xét vế trái : 

Và vế phải : 

Dấu xảy ra khi 

Vậy phương trình (2) có nghiệm 

**Câu 3.**

1. **Xác định đa thức bậc bốn biết và với **

Gọi đa thức bậc bốn có dạng :

Ta có : 



Mà 



1. **Tìm nguyên dương thỏa mãn **

****

Do 

Nếu 

Tương tự nếu 

Vậy có các cặp nghiệm thỏa mãn 

1. **Cho các số dương thỏa mãn Chứng minh rằng :**

****

Đặt . Ta có :

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho cặp số 



Suy ra điều phải chứng minh.

**Câu 4.**

1. **Cho tam giác vuông tại A, vuông góc với là đường phân giác. Gọi là đường phân giác của tam giác **

****

1. **Chứng minh** **và** 

Áp dụng tính chất tia phân giác tương ứng của tam giác ta có :



Xét có : 



Từ (1) và (2) suy ra . Theo định lý Ta – let đảo ta có 

\***Chứng minh **

Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có : 

Tứ giác có : là hình bình hành

Lại có là phân giác nên là hình thoi. Hơn nữa, , khi đó là hình vuông. Vậy  

1. **Gọi** **là đường phân giác của tam giác** **Chứng minh rằng** 

****

Ta có: và (góc ngoài)

Mà , do đó 

cân ở CTương tự 

Khi đó . Suy ra :



Vậy 

1. **Cho tam giác đều** **đường cao** **Lấy điểm** **nằm giữa B và C, vẽ** **vuông góc với** **tại D,** **vuông góc với** **tại E. Tìm vị trí của điểm** **trên BC để diện tích** **lớn nhất**

****

Đặt Nhận xét là các đại lượng không đổi. Ta có :  


Hơn nữa 

Từ (1) và (2) suy ra 

Hạ ta có 

Mà và 

Do đó 

Áp dụng bất đẳng thức 

Khi đó (không đổi)

Dấu xảy ra là trung điểm của 

Vậy giá trị lớn nhất của là khi M là trung điểm của 

**Câu 5. Bảy người câu được 100 con cá. Biết rằng không có hai người nào câu được số cá như nhau. Chứng minh rằng có ba người câu được tổng cộng không ít hơn 50 con cá**

Gọi là số con cá mỗi người câu được

Giả sử 

\*Trường hợp 1: 

Khi đó 

\* Trường hợp 2: , khi đó 

Vậy 