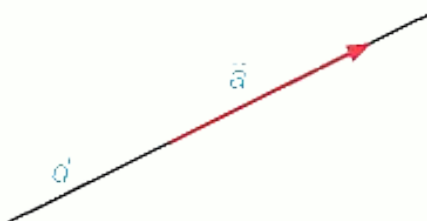


◆ **CHƯƠNG 2. VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**▶ **BÀI 1. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN**

A. Tóm tắt kiến thức

1. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

- ✓ Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.
- ✓ Độ dài của vectơ trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.
- ✍ **Chú ý:** Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, đối với vectơ trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:
- ✓ Vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.
- ✓ Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$
- ✓ Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.
- ✓ Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là giá của vectơ đó



Hình 2.4. Đường thẳng d là giá của vectơ $\vec{a}$.

- ✓ Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.
- ✓ Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

- ✍ **Chú ý:** Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vectơ trong không gian:
- ✓ Trong không gian, với mỗi điểm O và vectơ $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.
- ✓ Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \dots$ gọi là các vectơ -không.
- ✓ Ta quy ước vectơ-không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vectơ. Do đó, các vectơ không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

a) Tổng của hai vectơ trong không gian

- ✓ Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A bất kì và các điểm B, C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó, vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.
- ✓ Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ. Bốn điểm A, B, A', B' đồng phẳng và tứ giác $ABB'A'$ là hình bình hành.
- ✍ **Chú ý:** Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian có các tính chất sau:
- ✍ Tính chất giao hoán: Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- ✍ Tính chất kết hợp: Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là ba vectơ bất kì thì $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- ✓ Tính chất cộng với vectơ $\vec{0}$: Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.
- ✍ Từ tính chất kết hợp của phép cộng vectơ trong không gian, ta có thể viết tổng của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ mà không cần sử dụng các dấu ngoặc. Tương tự đối với tổng của nhiều vectơ trong không gian.
- ✓ Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Khi đó, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Hiệu của hai vectơ trong không gian

- ✓ Trong không gian, vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ được gọi

Chú ý:

- ✓ Hai vectơ là đối nhau nếu và chỉ nếu tổng của chúng bằng $\vec{0}$.
- ✓ Vectơ $\overrightarrow{BA}$ là một vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Vectơ $\vec{0}$ được coi là vectơ đối của chính nó.



- ✓ Tương tự như hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian:
- ✓ Vectơ $\vec{a} + (-\vec{b})$ được gọi là hiệu của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.

III. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

- ✓ Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ với một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:
- ✓ Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k > 0$; ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k < 0$;
- ✓ Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.
- ✓ Trong không gian, phép lấy tích của một số với một vectơ được gọi là phép nhân một số với một vectơ.

Chú ý:

- ✓ Quy ước $k\vec{a} = \vec{0}$ nếu $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
- ✓ Nếu $k\vec{a} = \vec{0}$ thì $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
- ✓ Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

✍ **Chú ý:** Tương tự như phép nhân một số với một vectơ trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vectơ trong không gian có các tính chất sau:

✓ Tính chất kết hợp: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

✓ Tính chất phân phối: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$ và $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

✓ Tính chất nhân với 1 và -1: Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $1\vec{a} = \vec{a}$ và $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

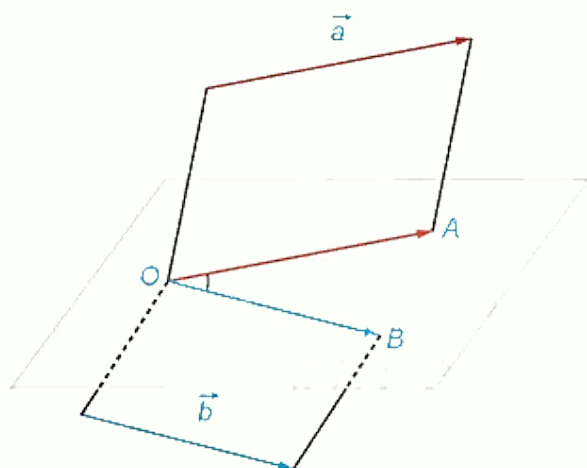
✍ **Chú ý:** Tương tự như trong mặt phẳng, nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với điểm O tùy ý, ta có

→ → → →

4. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

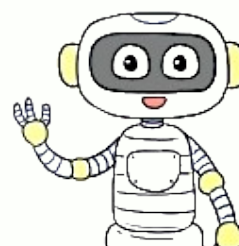
a) Góc giữa hai vectơ trong không gian

✓ Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì và gọi A, B là hai điểm sao cho $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$. Khi đó, góc $\widehat{AOB}$ ($0^\circ \leq \widehat{AOB} \leq 180^\circ$) được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $(\vec{a}, \vec{b})$.



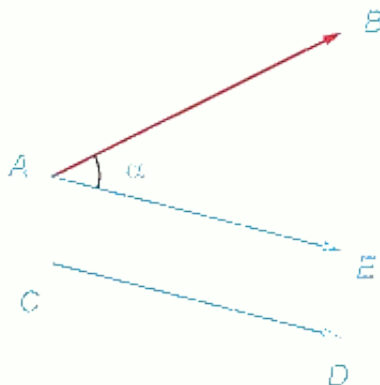
Hình 2.22

Nếu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là 90° thì ta nói hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau và kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$.



Chú ý:

- ✓ Để xác định góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ trong không gian ta có thể lấy điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD}$, khi đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \widehat{BAE}$ (H.2.23).
- ✓ Quy ước góc giữa một vectơ bất kì và 0 có thể nhận một giá trị tùy ý từ 0° đến 180° .



Hình 2.23

b) Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Chú ý:

- ✓ Quy ước nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- ✓ Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khi đó: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- ✓ Với mọi vectơ $\vec{a}$, ta có $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

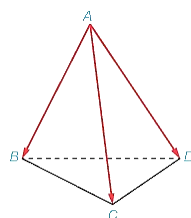
B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Nhận biết vectơ trong không gian

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1 (H.2.5).

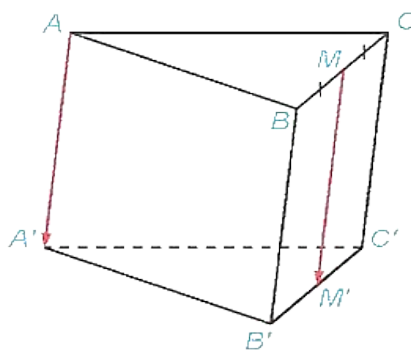
- Có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?
- Trong các vectơ tìm được ở câu a , những vectơ nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) ?
- Tính độ dài của các



Hình 2.5

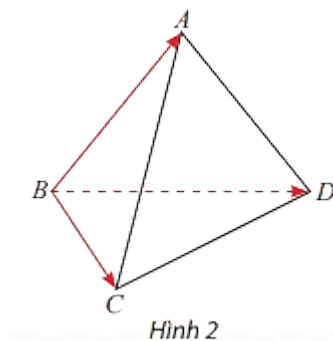
Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (H.2.8).

- Trong ba vectơ $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{B'B}$, vectơ nào bằng vectơ $\overrightarrow{AA'}$? giải thích vì sao.
- Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.



Hình 2.8

Câu 3: Cho hình tứ diện $ABCD$. Hãy chỉ ra các vectơ có điểm đầu là B và điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình tứ diện.

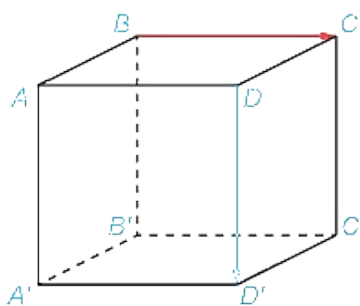


Hình 2

•Dạng 2: Tổng và hiệu của hai vectơ

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1 (H.2.12). Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$.



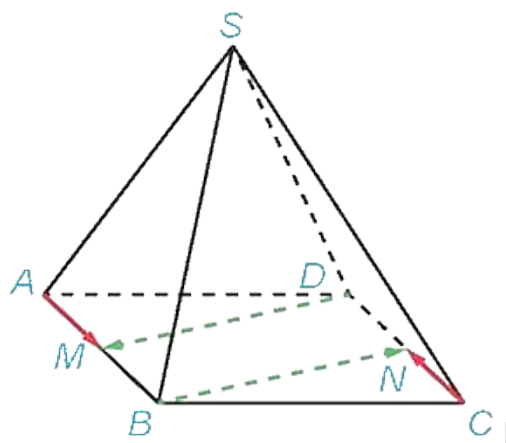
Hình 2.12

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (H.2.14). Chứng minh rằng $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD (H.2.16). Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CN}$ là hai vectơ đối nhau;

b) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.



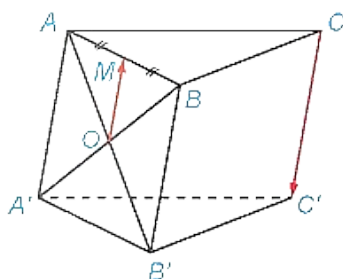
Hình 2.16

•Dạng ③: Tích của một số với một vectơ

☞ Các ví dụ minh họa

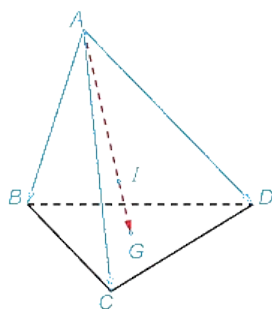
Câu 1: Trong HĐ6, gọi O là giao điểm của AB' và $A'B$ (H.2.18).

chứng minh rằng $\vec{CC'} = (-2)\vec{OM}$.



Hình 2.18

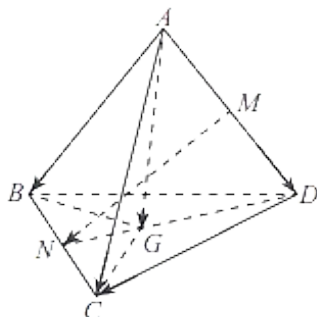
Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD (H.2.19). Chứng minh rằng $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.



Hình 2.19

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.



Hình 18

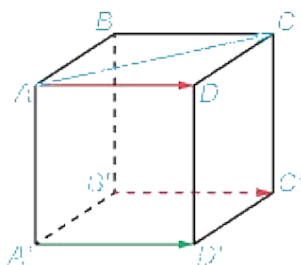
•Dạng 4: Tích vô hướng của hai vectơ

▢ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (H.2.24).

Tính góc giữa các cặp vectơ sau:

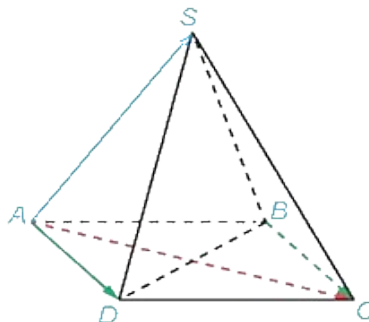
a) $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{B'C'}$; b) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'D'}$.



Hình 2.24

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a (H.2.26). Tính các tích vô hướng sau:

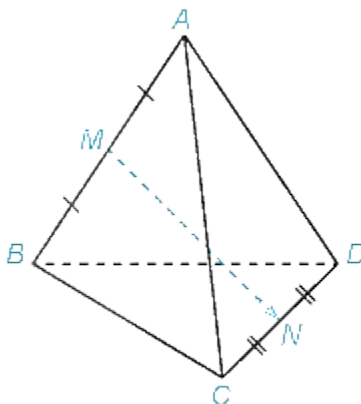
a) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$.



Hình 2.26

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có AC và BD cùng vuông góc với AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, CD (H.2.27). Chứng minh rằng:

a) $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$ b) $\vec{MN} \cdot \vec{AB} = 0$.



Hình 2.27

•Dạng ③: Ứng dụng thực tế

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Hình 2.15 mô tả một lọ hoa được đặt trên bàn, trọng lượng của lọ hoa tạo nên một lực tác dụng lên mặt bàn và một phản lực từ mặt bàn lên lọ hoa. Có nhận xét về độ dài và hướng của các vector biểu diễn hai lực đó.



Hình 2.15

Câu 2: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (H.2.20). Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và cỡ độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h , trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Hãy giải thích vì sao $\vec{F}_1 = k \vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Hình 2.20

Câu 3: Ba sợi dây không giãn với khối lượng không đáng kể được buộc chung một đầu và được kéo căng về ba hướng khác nhau (H.2.31). Nếu các lực kéo làm cho ba sợi dây ở trạng thái đứng yên thì khi đó ba sợi dây nằm trên cùng một mặt phẳng. Hãy giải thích vì sao.



Hình 2.31

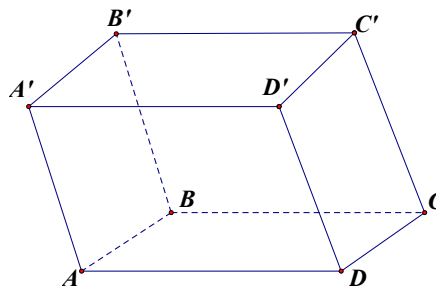
©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 4. B. 12. C. 8. D. 10.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'}$ là vector nào dưới đây?



- A. $\vec{DB'}$. B. $\vec{DB}$. C. $\vec{BD}$. D. $\vec{BD'}$.

Câu 3: Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu giá của ba vec tơ a, b, c cùng song song với một mặt phẳng thì ba vec tơ đó đồng phẳng.
 B. Nếu giá của ba vec tơ a, b, c cắt nhau từng đôi một thì ba vec tơ đó đồng phẳng.
 C. Nếu trong ba vec tơ a, b, c có một vec tơ bằng vec tơ $\vec{0}$ thì ba vec tơ đó đồng phẳng.
 D. Nếu trong ba vec tơ a, b, c có hai vec tơ cùng phương thì ba vec tơ đó đồng phẳng.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ B. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$
 C. $\vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ D. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC}$

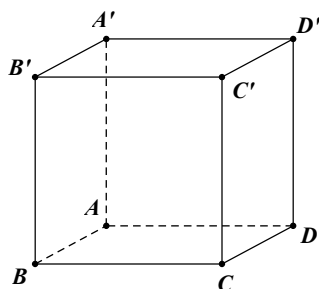
Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề đúng là

- A. $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$ B. $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD}$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ) có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC'}$.



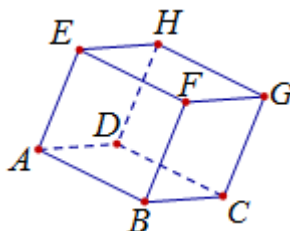
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. 0.

D. a^2 .

Câu 7: Cho hình hộp $ABCDEFGH$ (tham khảo hình vẽ). Tính tổng ba vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ ta được



A. $\overrightarrow{AH}$.

B. $\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AF}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 8: Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

B. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

C. Cho hình chóp $S.ABCD$. Nếu có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

D. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 9: Cho ba vectơ a, b, c . Điều kiện nào sau đây khẳng định a, b, c đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $ma + nb + pc = \vec{0}$.

B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $ma + nb + pc = \vec{0}$.

C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $ma + nb + pc = \vec{0}$.

D. Giá của a, b, c đồng quy.

Câu 10: Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Ba véc tơ a, b, c đồng phẳng nếu có hai trong ba véc tơ đó cùng phương.

B. Ba véc tơ a, b, c đồng phẳng nếu có một trong ba véc tơ bằng véc tơ 0 .

C. véc tơ $x = a + b + c$ luôn đồng phẳng với hai véc tơ a và b .

D. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba véc tơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**.

A. Ba véc tơ đồng phẳng là ba véc tơ cùng nằm trong một mặt phẳng.

B. Ba véc tơ a, b, c đồng phẳng thì có $c = ma + nb$ với m, n là các số duy nhất.

C. Ba véc tơ đồng phẳng khi có $\overrightarrow{d} = ma + nb + pc$ với $\overrightarrow{d}$ là véc tơ bất kì.

D. Ba véc tơ đồng phẳng là ba véc tơ có giá cùng song song với một mặt phẳng.

Câu A sai, ba vector đồng phẳng có thể không cùng nằm trong một mặt phẳng.

B sai vì thiếu điều kiện 2 véc tơ a, b không cùng phương. Đẳng thức không xảy ra nếu a, b

cùng phương và a, c không cùng phương.

C sai vì $\overrightarrow{d} = ma + nb + pc$ với $\overrightarrow{d}$ là véc tơ bất kì không phải là điều kiện để 3 véc tơ a, b, c đồng phẳng, $\overrightarrow{d} = 0$ và m, n, p không đồng thời bằng 0 mới suy ra a, b, c đồng phẳng).

Câu 12: Chỉ ra mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. Ba vector đồng phẳng là ba vector cùng nằm trong một mặt phẳng.

B. Ba vector a, b, c đồng phẳng thì có $c = ma + nb$ với m, n là các số duy nhất.

C. Ba vector không đồng phẳng khi có $\overrightarrow{d} = ma + nb + pc$ với $\overrightarrow{d}$ là vector bất kì.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 13: Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. Nếu trong ba vector a, b, c có một vector bằng 0 thì ba vector a, b, c đồng phẳng.

B. Nếu giá của ba vector a, b, c cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector a, b, c đồng phẳng.

C. Nếu trong ba vector a, b, c có hai vector cùng phương thì ba vector a, b, c đồng phẳng.

D. Nếu giá của ba vector a, b, c đồng quy thì ba vector a, b, c đồng phẳng.

Câu 14: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Cho a, b, c đều khác 0 . Ba véc tơ a, b, c đồng phẳng khi và chỉ khi giá của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

B. Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì tồn tại một mặt phẳng chứa cả ba đường thẳng đó.

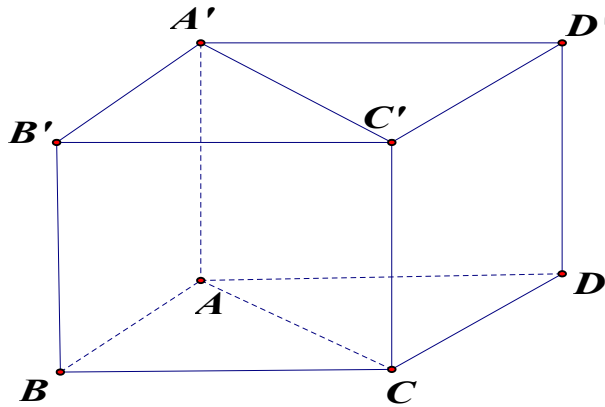
D. Với hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A}$.

Câu 15: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A.** Nếu giá của ba vector a, b, c cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
- B.** Nếu ba vector a, b, c có một vector 0 là thì ba vector đồng phẳng.
- C.** Nếu trong ba vector a, b, c có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.
- D.** Nếu giá của ba vector cắt nhau từng đôi một thì 3 vector đồng phẳng.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Thực hiện phép toán $\vec{u} = \vec{A'D'} + \vec{A'B'} + \vec{A'A}$.

- A.** $\vec{u} = \vec{A'C}$ **B.** $\vec{u} = \vec{BC'}$ **C.** $\vec{u} = \vec{BA'}$ **D.** $\vec{u} = \vec{BD}$



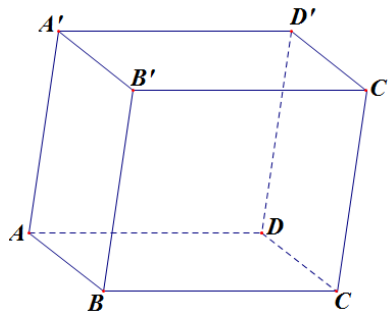
Câu 17: Cho G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 4\vec{AG}$ **B.** $\vec{GD} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$
- C.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 0$ **D.** $\frac{1}{4}(\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD}) = \vec{PG}$ (P là tùy ý).

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\vec{AI} = \vec{CJ}$ **B.** $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$ **C.** $\vec{BI} = \vec{D'J}$ **D.** $\vec{A'I} = \vec{JC}$

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?



- A.** $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BC'}$ **B.** $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD'}$
- C.** $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BD}$ **D.** $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'} = \vec{BA'}$

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó

A. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$
 C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CG}$

B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{GC}$
 D. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CG}$

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

A. $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$

B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JC}$

C. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$

D. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mp (BCD) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$

B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$

C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$

D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AG}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AG}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AG}$

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = a$, $\overrightarrow{AB} = b$, $\overrightarrow{AC} = c$, $\overrightarrow{BC} = d$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $a + b + c = d$

B. $a = b + c$

C. $b - c + d = 0$

D. $a + b + c + d = 0$

Câu 25: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$

B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC'}$

C. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{CD'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{AA'}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 8\overrightarrow{SO}$

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{OS}$

Lời giải

Chọn A

$ABCD$ là hình bình hành tâm $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SA}) + (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SB}) + (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SC}) + (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SD}) = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = -4\overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{SO}$$

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA}$
 C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DD'}$ D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD'}$

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $x = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của x bằng

- A. $(1 + \sqrt{3})a$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $a\sqrt{6}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 32: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hãy chỉ ra mệnh đề **sai**?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ B. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$
 C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{0}$

Câu 33: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$ B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$
 C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

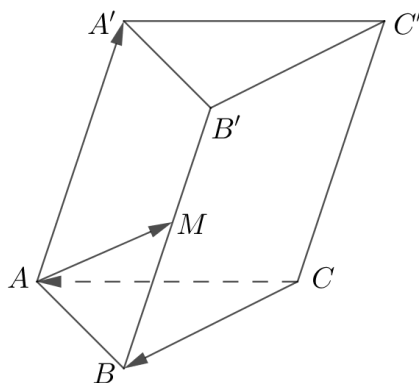
Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Tính độ dài đoạn OS theo a .

- A. $OS = 6a$ B. $OS = 4a$ C. $OS = a$ D. $OS = 2a$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{2}$ B. $-\frac{a^2}{2}$ C. $\frac{a^2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$

Câu 36: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = a$, $\overrightarrow{CB} = b$, $\overrightarrow{AA'} = c$ (Tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

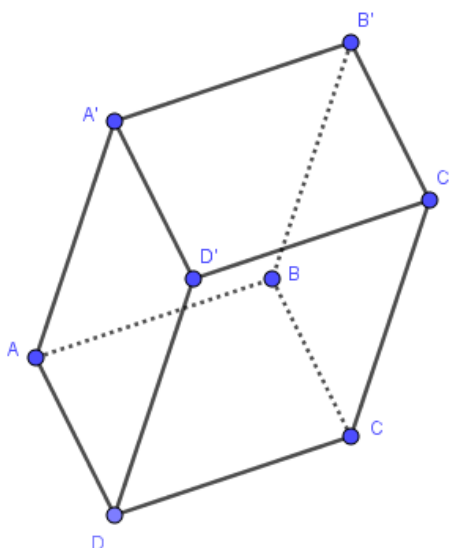
A. $\vec{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$

B. $\vec{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$

C. $\vec{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$

D. $\vec{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức **đúng**:



A. $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$

B. $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$

C. $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$

D. $\vec{AB'} = \vec{AB} + \vec{AA'} + \vec{AD}$

Câu 38: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ bằng

A. 0

B. $-\frac{a^2}{2}$

C. $\frac{a^2}{2}$

D. a^2

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M là trung điểm của BB' . Đặt $\vec{CA} = \vec{a}, \vec{CB} = \vec{b}, \vec{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\vec{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{\vec{b}}{2}$

B. $\vec{AM} = -\frac{\vec{a}}{2} + \vec{b} + \vec{c}$

C. $\vec{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{\vec{c}}{2}$

D. $\vec{AM} = \vec{a} - \frac{\vec{b}}{2} + \vec{c}$

Câu 40: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$.
Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vector $\vec{y}; \vec{z}$ cùng phương.

B. Hai vector $\vec{x}; \vec{y}$ không cùng phương.

C. Hai vector $\vec{x}; \vec{z}$ cùng phương.

D. Ba vector $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 41: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector:
 $\vec{AB} + \vec{B_1C_1} + \vec{DD_1} = k\vec{AC_1}$

A. $k = 4$.

B. $k = 1$.

C. $k = 0$.

D. $k = 2$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AC} = \vec{b}, \vec{AD} = \vec{c}$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\vec{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

B. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

C. $\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\vec{AO} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$

B. $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$

C. $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$

D. $\vec{AO} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn:

$\vec{GS} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. G, S, O không thẳng hàng.

B. $\vec{GS} = 4\vec{OG}$.

C. $\vec{GS} = 5\vec{OG}$.

D. $\vec{GS} = 3\vec{OG}$.

Câu 45: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\vec{AA'} = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vector $\vec{BC'}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\vec{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

B. $\vec{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\vec{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 46: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{PQ} = \frac{1}{4}(\vec{BC} + \vec{AD})$

B. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$

C. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$

D. $\vec{PQ} = \vec{BC} + \vec{AD}$

Câu 47: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hệ thức nào đúng?

A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$

B. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'}$

C. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

D. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AB'}$

Câu 48: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c$. Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ a, b, c .

- A. $\overrightarrow{BC'} = a + b - c$. B. $\overrightarrow{BC'} = -a + b - c$. C. $\overrightarrow{BC'} = -a - b + c$. D. $\overrightarrow{BC'} = a - b + c$.

Câu 49: Trong không gian cho 3 vectơ a, b, c không đồng phẳng. Xét các vectơ $x = 2a - b, y = -4a + 2b, z = -3a - 2b$. Khẳng định nào đúng?

- A. Hai vectơ y, z cùng phương B. Hai vectơ x, y cùng phương
C. Hai vectơ x, z cùng phương. D. 3 vectơ a, b, c đồng phẳng.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đặt $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b, \overrightarrow{AD} = c$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a - 2b + c)$ B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + b - 2c)$
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2a + b + c)$ D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$

Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ có $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AE} = c$. Gọi I là điểm thuộc đoạn thẳng BG sao cho $4BI = BG$. Biểu thị $\overrightarrow{AI}$ qua a, b, c ta được

- A. $\overrightarrow{AI} = a + \frac{7}{4}b + \frac{7}{4}c$ B. $\overrightarrow{AI} = a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{3}c$
C. $\overrightarrow{AI} = a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$ D. $\overrightarrow{AI} = a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{4}c$

Câu 52: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vectơ $x = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a .

- A. $a\sqrt{2}$. B. $(1 + \sqrt{3})a$. C. $a\sqrt{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 53: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = a, \overrightarrow{CB} = b, \overrightarrow{AA'} = c$. Khi đó

- A. $\overrightarrow{AM} = a - c + \frac{b}{2}$ B. $\overrightarrow{AM} = -\frac{a}{2} + b + c$
C. $\overrightarrow{AM} = -a + b + \frac{c}{2}$ D. $\overrightarrow{AM} = a - \frac{b}{2} + c$

Câu 54: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giá BCD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ B. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$
C. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 55: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Đặt $\vec{CA} = \vec{a}$, $\vec{CB} = \vec{b}$, $\vec{CC'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ B. $\vec{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$
C. $\vec{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ D. $\vec{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$

Câu 56: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\vec{AA'} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\vec{AG}$ bằng:

- A. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$. B. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$. C. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$. D. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$.

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD ; G là trọng tâm tam giác ABD ; I là trung điểm của đoạn GM . Điểm F thuộc cạnh BC sao cho $2FB = 3FC$, điểm J thuộc cạnh DF sao cho $7DJ = 5DF$. Dựng hình bình hành $BMKC$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. $GM \parallel DK$. B. $3DK = 10GM$.
C. A, I, J thẳng hàng. D. $7AJ = 12AI$.

Câu 58: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\vec{MA'} = k\vec{MC}$, $\vec{NC'} = l\vec{ND}$. Khi MN song song với BD' thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $k - l = -\frac{3}{2}$. B. $k + l = -3$. C. $k + l = -4$. D. $k + l = -2$.

Câu 59: Cho tứ diện $ABCD$, M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD . Bộ ba vectơ nào dưới đây đồng phẳng?

- A. $\vec{BC}; \vec{AD}; \vec{MN}$ B. $\vec{AC}; \vec{AD}; \vec{MN}$ C. $\vec{BC}; \vec{BD}; \vec{AD}$ D. $\vec{AC}; \vec{DC}; \vec{MA}$

Câu 60: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\vec{BD}, \vec{BD_1}, \vec{BC_1}$ đồng phẳng. B. $\vec{CD_1}, \vec{AD}, \vec{A_1B_1}$ đồng phẳng.
C. $\vec{CD_1}, \vec{AD}, \vec{A_1C}$ đồng phẳng. D. $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{C_1A}$ đồng phẳng.

Câu 61: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{BD}, \vec{AK}, \vec{GF}$ đồng phẳng. B. $\vec{BD}, \vec{IK}, \vec{GF}$ đồng phẳng.
C. $\vec{BD}, \vec{EK}, \vec{GF}$ đồng phẳng. D. $\vec{BD}, \vec{IK}, \vec{GC}$ đồng phẳng.

Câu 62: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{BD}, \vec{EK}, \vec{GF}$ đồng phẳng. B. $\vec{BD}, \vec{IK}, \vec{GC}$ đồng phẳng.
C. $\vec{BD}, \vec{IK}, \vec{GF}$ đồng phẳng. D. $\vec{BD}, \vec{AK}, \vec{GF}$ đồng phẳng.

- Câu 63:** Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Bộ ba véc tơ nào sau đây đồng phẳng?
- A. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.
- Câu 64:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm của AC, BD, BC, CD, SA, SD . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?
- A. P, Q, R, T . B. M, P, R, T . C. M, Q, T, R . D. M, N, R, T .
- Câu 65:** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$, gọi I là tâm hình bình hành $ABFE$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.
C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
- Câu 66:** Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây.
- A. Ba vector $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ không đồng phẳng. B. G là trung điểm MN .
C. Ba vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \frac{1}{4} \overrightarrow{OG}$.
- Câu 67:** Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm SA, SB . G là trọng tâm tam giác ABC . C' là điểm di động trên cạnh SC . Gọi G' là giao điểm với SG với $(A'B'C')$. Khi C' di động trên SC , biểu thức nào sau đây có giá trị không đổi?
- A. $\frac{SG}{SG'} - \frac{SC}{SC'}$. B. $2\frac{SG}{SG'} - 3\frac{SC}{SC'}$. C. $\frac{2SG}{3SG'} - \frac{SC}{SC'}$. D. $3\frac{SG}{SG'} - \frac{SC}{SC'}$.
- Câu 68:** Cho ba vector a, b, c không đồng phẳng. Xét $x = 2a - b - c; y = -a + 2b + c; z = a + 4b + mc$. Giá trị của m để các vector x, y, z đồng phẳng là:
- A. 0 . B. 1 . C. 4 . D. -2 .
- Câu 69:** Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$. Tìm x để các véc tơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.
- Câu 70:** Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau và $AB = a, BC = b, CD = c$. Độ dài đoạn thẳng AD bằng
- A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $\sqrt{-a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$. D. $\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$.
- Câu 71:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vector $x = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ theo a .
- A. $|x| = 2a\sqrt{2}$. B. $|x| = 2a\sqrt{6}$. C. $|x| = a\sqrt{2}$. D. $|x| = a\sqrt{6}$.

- Câu 72:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. M là điểm trên AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên đoạn $C'D$ sao cho $xC'D = C'N$. Với giá trị nào của x thì $MN // D'B$
- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = \frac{1}{3}$. C. $x = \frac{1}{4}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

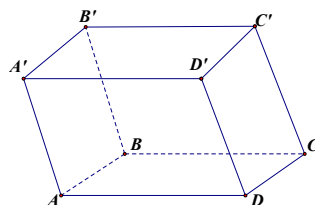
- Câu 73:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = BB' = 2 \text{ cm}$. Điểm E là trung điểm cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng EC' , hai đỉnh P và Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại điểm F . Khoảng cách DF bằng
- A. 3 cm . B. 2 cm . C. 6 cm . D. 1 cm .

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là 12.

- b) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'}$ là vectơ $\vec{DB'}$



- c) Nếu giá của ba vectơ a, b, c cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.
- d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ) có cạnh bằng a . Tính $\vec{AB} \cdot \vec{DC'} = a^2$

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$
- b) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$
- c) $\vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$
- d) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC}$

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$

b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}$

d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$

Câu 4: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình hộp $ABCDEFGH$ (tham khảo hình vẽ). Tính tổng ba vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

b) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{D'C'}$

c) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ $\overrightarrow{D'C'}$

d) Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là 12.

Câu 5: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu trong ba vectơ a, b, c có một vectơ bằng $\vec{0}$ thì ba vectơ a, b, c đồng phẳng.

b) Nếu giá của ba vectơ a, b, c cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ a, b, c đồng phẳng.

c) Nếu trong ba vectơ a, b, c có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ a, b, c đồng phẳng.

d) Nếu giá của ba vectơ a, b, c đồng quy thì ba vectơ a, b, c đồng phẳng.

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho a, b, c đều khác $\vec{0}$. Ba vectơ a, b, c đồng phẳng khi và chỉ khi giá của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

b) Với tứ diện $ABCD$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

c) Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì tồn tại một mặt phẳng chứa cả ba đường thẳng đó.

d) Với hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bất kì ta luôn có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A}$.

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

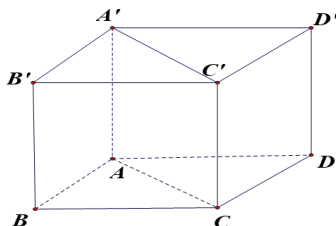
- a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.
- b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- c) Cho hình chóp $S.ABCD$. Nếu có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ba véc tơ a, b, c đồng phẳng nếu có hai trong ba véc tơ đó cùng phương.
- b) Ba véc tơ a, b, c đồng phẳng nếu có một trong ba véc tơ bằng véc tơ $\vec{0}$.
- c) véc tơ $x = a + b + c$ luôn đồng phẳng với hai véc tơ a và b .
- d) Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba véc tơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Thực hiện phép toán $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}$ bằng $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{A'C}$



- b) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$
- c) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $a = \overrightarrow{AA'}$, $b = \overrightarrow{AB}$, $c = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng $\frac{1}{3}(a + b + c)$

d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \vec{AA'} + \vec{AC'}$. Độ dài của x bằng $a\sqrt{2}$

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

b) $\vec{AB} + \vec{BC'} = \vec{AC'}$

c) $\vec{BD'} = \vec{CD'} + \vec{BC'} + \vec{AA'}$

d) $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{CD} = \vec{0}$

Câu 11: Trong không gian gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

b) $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} + \vec{DG} = \vec{0}$

c) $\vec{GA} = \vec{GB} = \vec{GC} = \vec{GD}$

d) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\vec{AI} = \vec{CJ}$

b) $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$

c) $\vec{BI} = \vec{D'J}$

d) $\vec{A'I} = \vec{JC}$

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CD} = 3\vec{CG}$

b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $a = \vec{AA'}$, $b = \vec{AB}$, $c = \vec{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\vec{AG'}$ bằng $\frac{1}{3}(3a + b + c)$

c) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó: $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CD} = 3\vec{CG}$

d) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\vec{x} = \vec{AA'} + \vec{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$
- b) $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$
- c) $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$
- d) $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$

Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AD'}$
- b) $\vec{CD} + \vec{CB} + \vec{CC'} = \vec{CA'}$
- c) $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DB} = \vec{DB'}$
- d) $\vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BD} = \vec{BD'}$

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\vec{OS} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'}$. Vậy độ dài đoạn $OS = 4a$

b) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \vec{AA'} + \vec{AC'} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

c) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = k.\vec{AG}$. Hỏi số thực đó bằng 4

d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\vec{MS}.\vec{CB}$ bằng $\frac{a^2}{3}$

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\vec{GA} + \vec{GC} = 2\vec{GM}$

b) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

c) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 0$

d) $\vec{GB} + \vec{GD} = 2\vec{MN}$

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AD}$

b) $\vec{BI} = \vec{BC} + \vec{BD}$

c) $\vec{BI} = \frac{1}{2}\vec{BC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$

d) $\vec{AI} = \vec{AC} + \vec{AD}$

Câu 19: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Biết luôn tồn tại số thực k thỏa mãn đẳng thức vectơ $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = k.\vec{AG}$. Vậy số thực đó bằng 3

b) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\vec{OS} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'}$. Vậy độ dài đoạn OS theo a là $OS = 4a$

c) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Vậy độ dài vectơ $\vec{x} = \vec{AA'} + \vec{AC'}$ theo a là $a\sqrt{6}$

d) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\vec{MS} \cdot \vec{CB}$ bằng $-\frac{a^2}{2}$

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

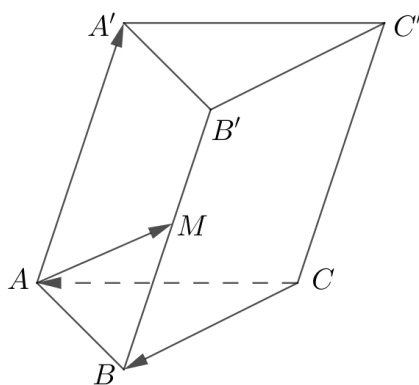
a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$

b) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$

c) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

d) $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

Câu 21: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = a$, $\overrightarrow{CB} = b$, $\overrightarrow{AA'} = c$ (Tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

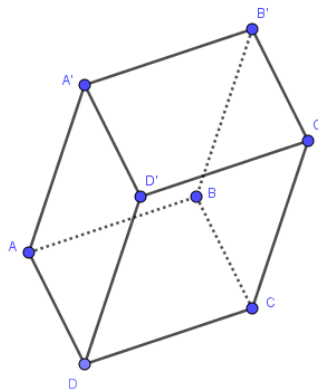
a) $\overrightarrow{AM} = a + c - \frac{1}{2}b$

b) $\overrightarrow{AM} = a - c + \frac{1}{2}b$

c) $\overrightarrow{AM} = b + c - \frac{1}{2}a$

d) $\overrightarrow{AM} = b - a + \frac{1}{2}c$

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

d) $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng 0

b) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = a, \overrightarrow{CB} = b, \overrightarrow{AA'} = c$. Khi đó $\overrightarrow{AM} = -\frac{a}{2} + b + c$

c) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ a, b, c . vậy $\overrightarrow{BC'} = a - b + c$

d) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c$. Khi đó $\overrightarrow{AG} = a + \frac{1}{4}(b + c)$.

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$

Câu 25: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' .

Đặt $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{CA} = b, \overrightarrow{CB} = c$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AM} = -b + c + \frac{1}{2}a$

b) $\overrightarrow{AM} = b + c - \frac{1}{2}a$

c) $\overrightarrow{AM} = b - a + \frac{1}{2}c$

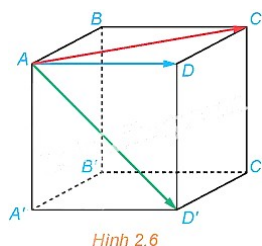
d) $\overrightarrow{AM} = a - c + \frac{1}{2}b$

• **Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (H.2.6). Trong các vectơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD'}$:

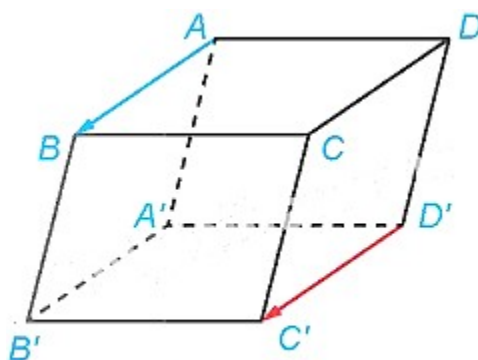
a) Hai vectơ nào có giá cùng nằm trong mặt phẳng ($ABCD$) ?

b) Hai vectơ nào có cùng độ dài?



Hình 2.6

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (H.2.7)

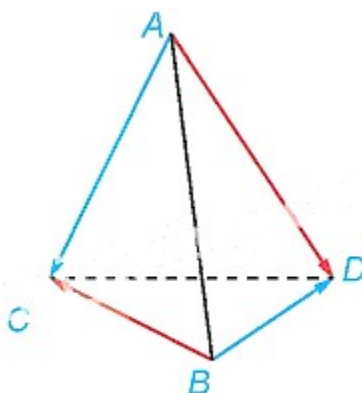


Hình 2.7

- a) So sánh độ dài hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.
- b) Nhận xét về giá của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.
- c) Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ có cùng phương không? Có cùng hướng không?

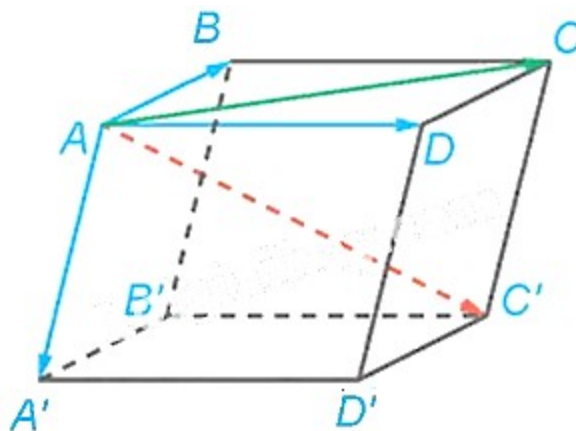
Câu 3: Nếu hai vector cùng bằng một vector thứ ba thì hai vector đó có bằng nhau không?

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ (H.2.13). Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.



Hình 2.13

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (H.2.14).



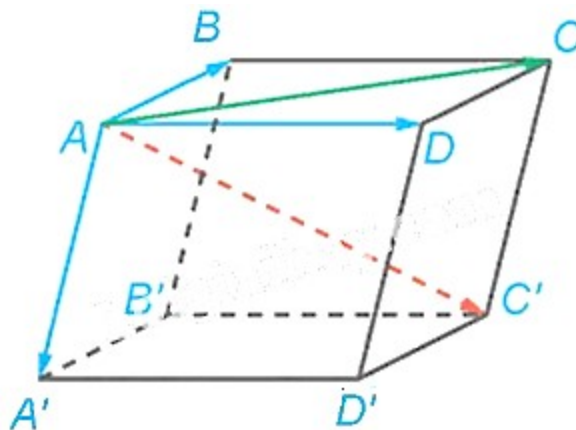
Hình 2.14

- a) Hai vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AC}$ có bằng nhau hay không?
- b) Hai vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A}$ và $\overrightarrow{AC'}$ có bằng nhau hay không?

Câu 6: Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $A'A'D'D$ và $D'C'C$ là hình bình hành. Do đó, $A'D \parallel DD', AA' = DD'$ và $DD' = CC', DD' \parallel CC'$. Suy ra, $A'D \parallel CC'$ và $AA' = CC'$. Suy ra, tứ giác $AA'C'C$ là hình bình hành. Suy ra: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

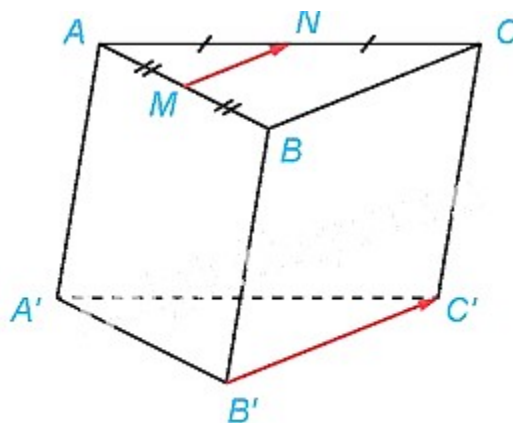
Trong Hình 2.14, hãy phát biểu quy tắc hình hộp với các vector có điểm đầu là B.



Hình 2.14

Câu 7: Cho hình hộp hình chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD'}$

Câu 8: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (H.2.17)



Hình 2.17

a) Hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{B'C'}$ có cùng phương không? Có cùng hướng không?

b) Giải thích vì sao $\overrightarrow{MN} \sim \frac{1}{2} \overrightarrow{B'C'}$.

Câu 9: Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}BC$

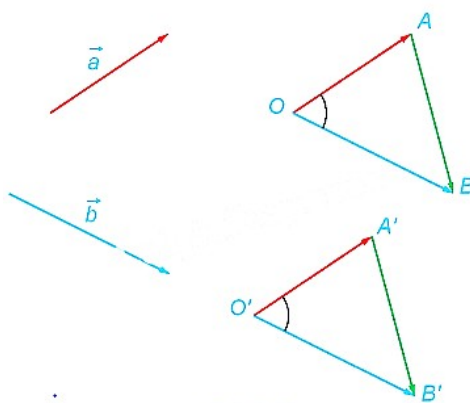
Suy ra: $\vec{MN} \propto \frac{1}{2}|\vec{BC}|$.

Hai vector $1\vec{a}$ và $\vec{a}$ có bằng nhau không? Hai vector $(-1)\vec{a}$ và $-\vec{a}$ có bằng nhau không?

Câu 10: Cho hình chóp $S. ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB sao cho $SE = \frac{1}{3}SA, SF = \frac{1}{3}SB$. Chứng minh rằng $\vec{EF} = \frac{1}{3}\vec{DC}$.

Câu 11: Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy điểm O và vẽ các vector $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$.

Lấy điểm O' khác O và vẽ các vector $\vec{O'A'} = \vec{a}, \vec{O'B'} = \vec{b}$ (H.2.21).



Hình 2.21

a) Hãy giải thích vì sao $\vec{AB} = \vec{A'B'}$.

b) Áp dụng định lí côsin cho hai tam giác OAB và $O'A'B'$ để giải thích vì sao $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$

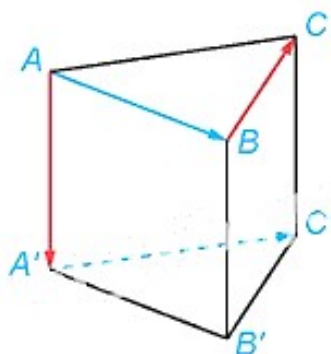
Câu 12: Áp dụng định lí côsin vào tam giác $A'O'B'$ ta có: $\cos \widehat{A'O'B'} = \frac{O'A'^2 + O'B'^2 - A'B'^2}{2 \cdot O'A' \cdot O'B'}$

vì $\vec{AB} = \vec{A'B'} \Rightarrow AB = A'B', \vec{AO} = \vec{A'O'} \Rightarrow OA = O'A'; \vec{OB} = \vec{O'B'} \Rightarrow OB = O'B'$

Do đó, $\cos \widehat{AOB} = \cos \widehat{A'O'B'} \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$

Xác định góc giữa hai vector cùng hướng (và khác $\vec{0}$), góc giữa hai vector ngược hướng trong không gian

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ (H.2.25). Tính các góc $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC})$ và $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$.



Hình 2.25

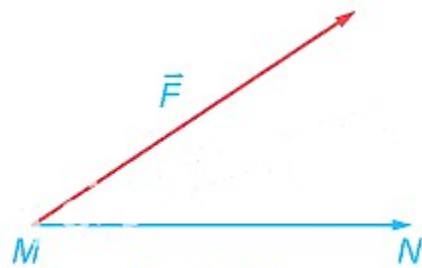
Câu 14: Hãy nhắc lại công thức xác định tích vô hướng của hai vector trong mặt phẳng.

Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 0$.

Câu 16: Vì $E'D'^2 + E'E^2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = E'D^2$ nên $\triangle E'D'E$ vuông tại E' . Do đó, $\overrightarrow{E'E} \perp \overrightarrow{E'D'}$

Ta có: $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 2 \cdot \overrightarrow{E'E} \cdot 2 \cdot \overrightarrow{E'D'} = 0$ (đpcm)

Như đã biết, nếu có một lực $\vec{F}$ tác động vào một vật tại điểm M và làm cho vật đó di chuyển một quãng đường MN thì công A sinh ra được tính theo công thức $A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}$, trong đó lực F có độ lớn tính bằng Newton, quãng đường MN tính bằng mét và công A tính bằng Jun (H.2.28). Do đó, nếu dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn không đổi để làm một vật di chuyển một quãng đường không đổi thì công sinh ra sẽ lớn nhất khi lực tác động cùng hướng với chuyển động của vật. Hãy giải thích vì sao. Kết quả trên có thể được áp dụng như thế nào khi kéo (hoặc đẩy) các vật nặng?



Hình 2.28

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng:

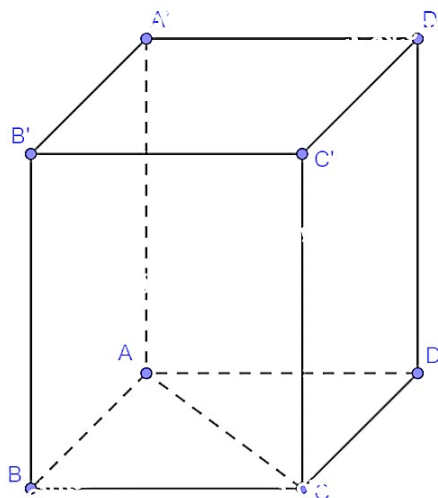
a) $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AC} \cdot \vec{BD} + \vec{BC} \cdot \vec{DA}$; b) $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{AC} \cdot \vec{BD} + \vec{AD} \cdot \vec{BC} = 0$.

Câu 18: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45° , hãy tính:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$ c) $(\vec{a} + \vec{b})^2$.

Câu 19: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Hãy tính góc giữa các cặp vectơ sau đây và tính tích vô hướng của mỗi cặp vectơ đó:

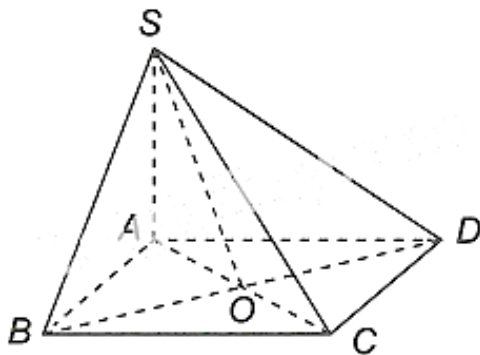
a) $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$ b) $\vec{AA'}$ và $\vec{BC}$ c) $\vec{AC}$ và $\vec{B'A'}$.



Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$. Trên cạnh SA , lấy điểm M sao cho $SM = 2AM$. Trên cạnh BC , lấy

điểm N sao cho $CN = 2BN$. Chứng minh rằng $\vec{MN} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{BC}) + \vec{AB}$.

Câu 21: Cho hình chóp tứ giác $S \cdot ABCD$. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu và chỉ nếu $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$

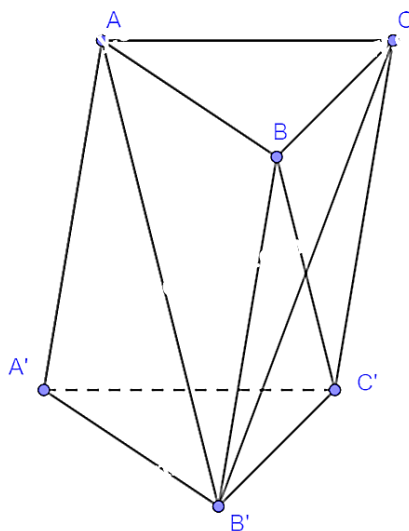


Câu 22: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có $\vec{AA'} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$ và $\vec{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn các vectơ sau qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:

a) $\vec{AB'}$;

b) $\vec{B'C}$

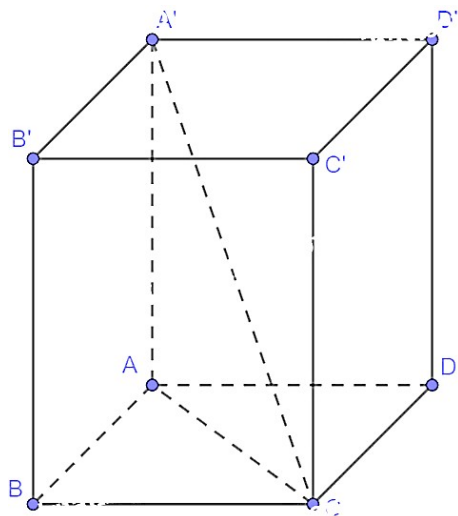
c) $\vec{BC'}$.



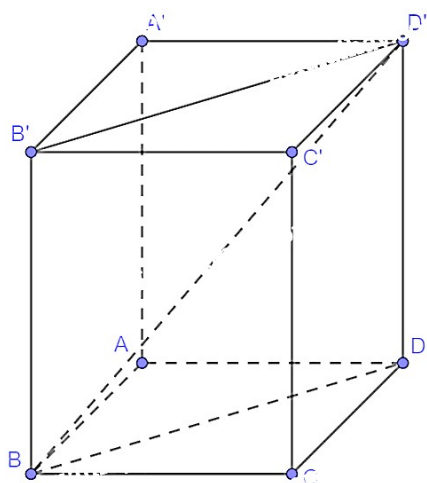
Câu 23: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a) $\vec{AB} + \vec{DD'} + \vec{C'D'} = \vec{CC'}$

b) $\vec{AB} + \vec{CD'} - \vec{CC'} = \vec{0}$ c) $\vec{BC} - \vec{CC'} + \vec{DC} = \vec{A'C}$

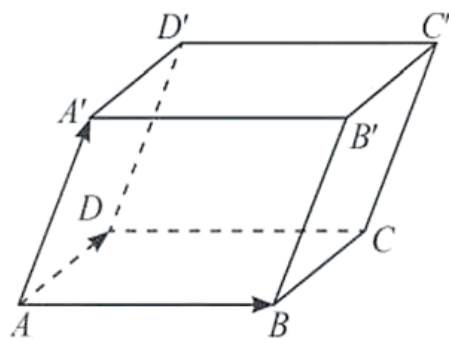


Câu 25: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=2$, $AD=3$ và $AA'=4$. Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{BD'}$.



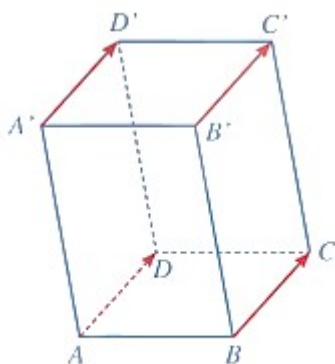
Câu 26: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 3).

- Giá của ba vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$ có cùng nằm trong một mặt phẳng không?
- Tìm các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- Tìm các vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AD}$.



Hình 3

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Hãy chỉ ra ba vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho ba vectơ đó:

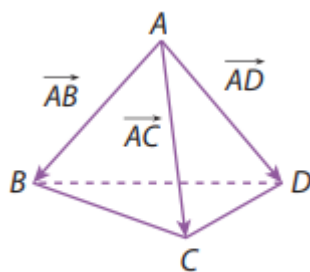


Hình 2

a) Bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$;

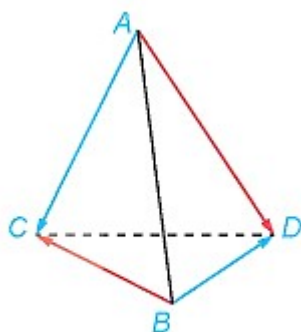
b) Là vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AD}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Hãy chỉ ra các vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.



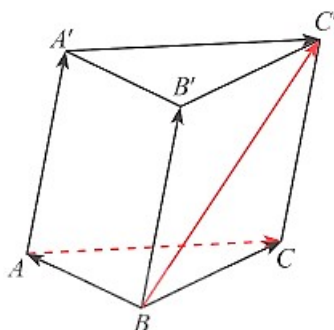
Hình 2.2

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ (H.2.13). Chứng minh rằng $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$.



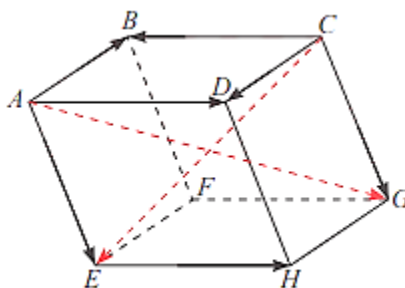
Hình 2.13

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Tìm các vectơ tổng $\vec{BA} + \vec{A'C'}$, $\vec{BC} + \vec{A'A'}$.



Hình 8

Câu 31: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Thực hiện các phép toán sau đây:



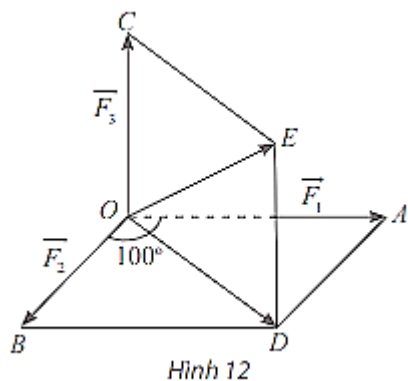
Hình 11

a) $\vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CG}$;

b) $\vec{AB} + \vec{CG} + \vec{EH}$.

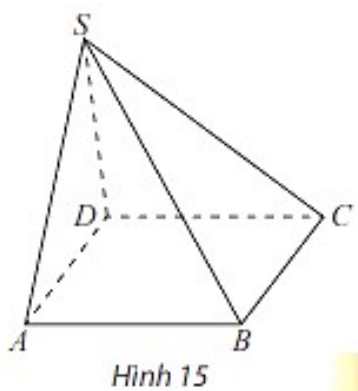
Câu 32: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt

phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.



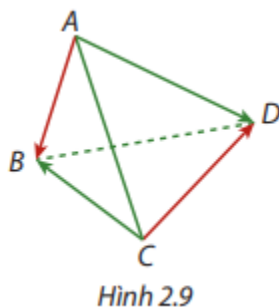
Hình 12

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Tìm các vectơ hiệu $\vec{SD} - \vec{SA}$, $\vec{BS} - \vec{AD}$.



Hình 15

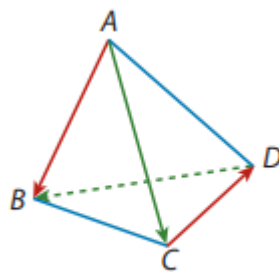
Câu 34: Cho hình tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.



Hình 2.9

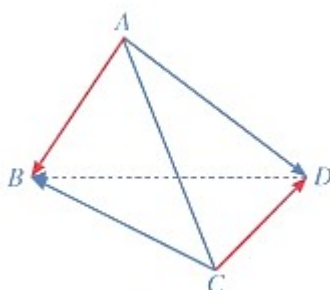
Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình 2.10). Tìm vectơ $\vec{CC'} + \vec{BA} + \vec{D'A'}$.

Câu 36: Cho hình tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.



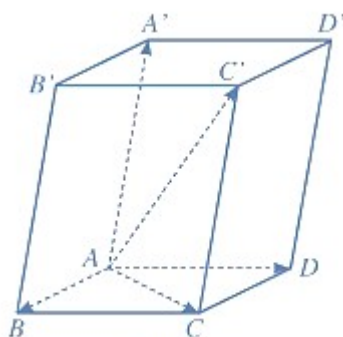
Hình 2.11

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.



Hình 5

Câu 38: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 6). Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AC'}$.



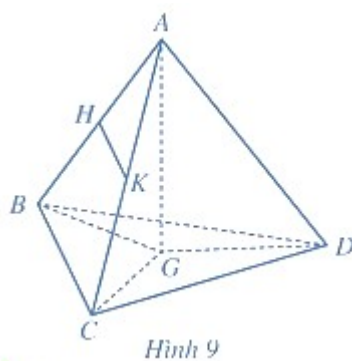
Hình 6

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 8).

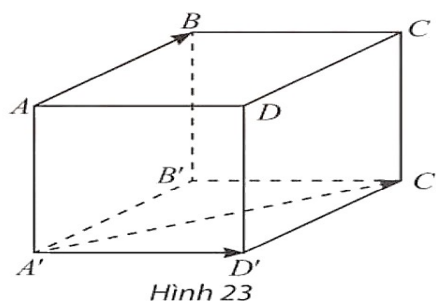
Chứng minh rằng: $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}$.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC (Hìn 9). Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{HK}$; b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

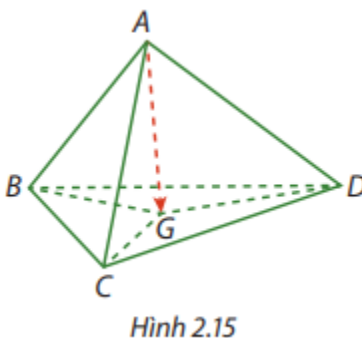


Câu 41: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xác định góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'D'}), (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$.



Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của tam giác BCD (Hình 2.15). Chứng minh rằng:

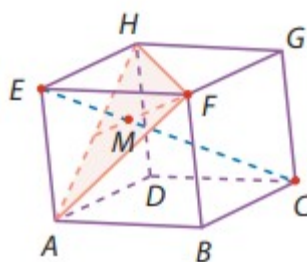
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$$



Câu 43: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Điểm M là trọng tâm tam giác AFH (Hình 2.16).

a) Chứng minh rằng ba điểm E, M, C thẳng hàng.

b) Tính độ dài của $\overrightarrow{EM}$ trong trường hợp $ABCD.EFGH$ là hình hộp đứng có các cạnh $AB=5, AD=6, AE=10$ và $\widehat{ABC}=120^\circ$.

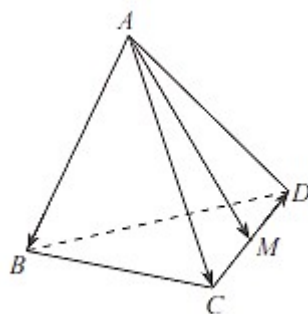


Hình 2.16

Câu 44: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .

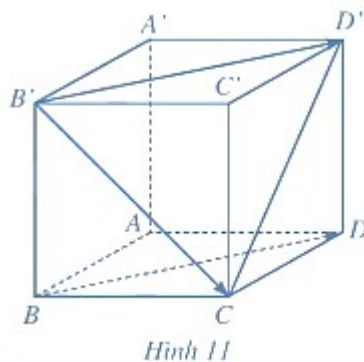
a) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$.

b) Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

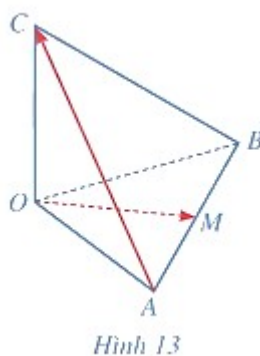


Hình 25

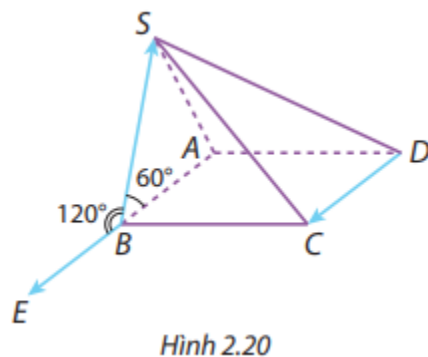
Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa Hình 10 hai vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$.



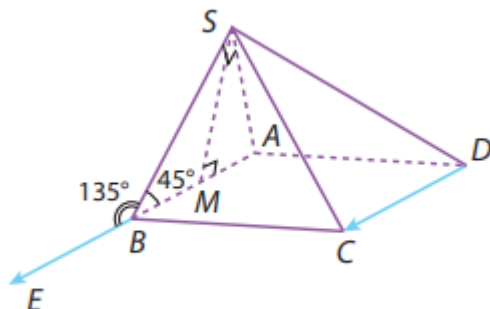
Câu 46: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{AC}$.



Câu 47: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BS}$.

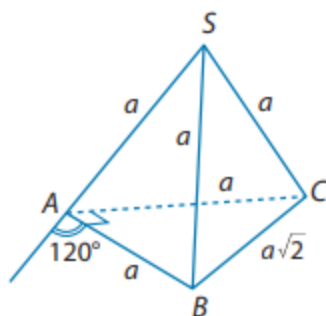


Câu 48: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB=a$. Gọi M là trung điểm của AB . Hãy tính:
a) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS}$; b) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS}$; c) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS}$.



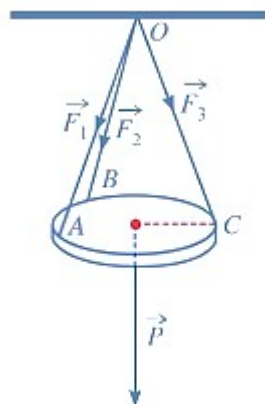
Hình 2.22

Câu 49: Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a$ và $BC=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa các vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$



Hình 2.23

Câu 50: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1|=|\vec{F}_2|=|\vec{F}_3|=15(N)$ (Hìn 14).



Hình 14

Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.

Câu 51: Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm các cạnh $AC, A'C'$ (Hình 2.4).

a) Trong tất cả những vectơ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lăng trụ, hãy chỉ ra các vectơ:

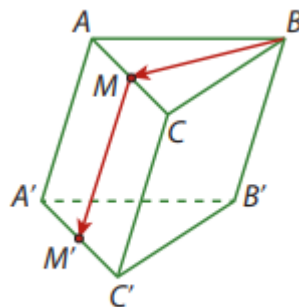
Khác $\vec{0}$ và cùng phương với $\vec{AM}$;

Khác $\vec{0}$ và cùng hướng với $\vec{AM}$;

Là vectơ đối của $\vec{AC}$;

Bằng $\vec{MM'}$.

b) Tìm độ dài của $\vec{BM}$ trong trường hợp ABC là tam giác cân tại B , có cạnh bên bằng 5 cm và góc ở đỉnh bằng 30° (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 2.4

Câu 52: Theo định luật II Newton (Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60): Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:



Hình 20

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

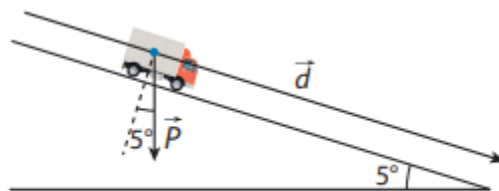
trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực (N)

Hình 20 tác dụng lên vật, m (kg) là khối lượng của vật.

Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0,5 \text{ kg}$ một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

Câu 53: Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $\vec{d}$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$. Một chiếc xe có khối lượng $1,5$ tấn đang

đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8\text{ m/s}^2$.



Hình 2.24

▶ BÀI 2. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

①. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

- ✓ Trong không gian, ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục.
- ✓ Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .
- ✓ Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$, hay đơn giản là hệ tọa độ $Oxyz$.
- ✓ Điểm O được gọi là gốc tọa độ.
- ✓ Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

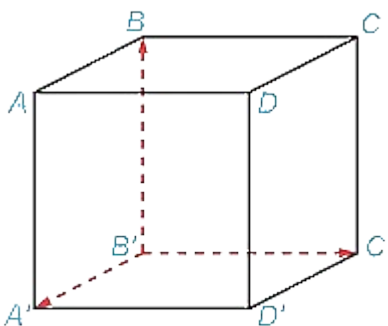
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$, trong đó x là hoành độ, y là tung độ và z là cao độ của M .
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$.

B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Hệ trục tọa độ trong không gian

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1 (H.2.36). Có thể lập một hệ toạ độ Oxyz có gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ không? **giải** thích vì sao.

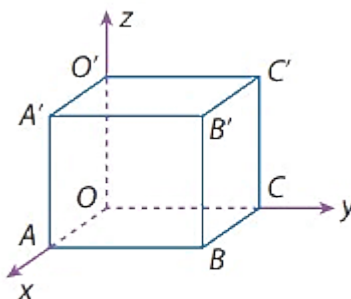


Hình 2.36

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và có độ dài bằng 1. Vẽ hệ trục tọa độ Oxyz có gốc là O , các điểm A, B, C lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz và chỉ ra các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O'A'B'C'$. Hệ trục tọa độ Oxyz được chọn sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các điểm A, C, O' (Hình 2.30).

- Mặt bên $OC'C'O'$ nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Ox có vuông góc với mặt bên $OC'C'O'$ không?
- Mặt bên $OA'A'O'$ có vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) không?

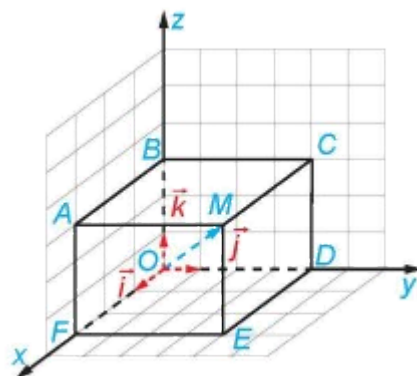


Hình 2.30

• **Dạng 2: Tọa độ của điểm và vector trong không gian**

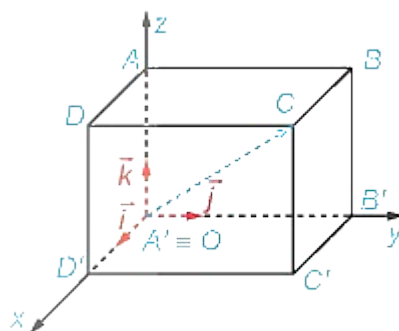
📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Hình 2.38 minh họa một hệ tọa độ Oxyz trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm M .



Hình 2.38

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A' trùng với gốc O và các đỉnh D', B', A lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz (H.2.40). Giả sử đỉnh C có tọa độ là $(2; 3; 5)$ đối với hệ tọa độ Oxyz, hãy tìm tọa độ của các đỉnh D', B', A đối với hệ tọa độ đó.



Hình 2.40

Câu 3: Trong không gian Oxyz, hãy tìm tọa độ của các vector $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$.

• **Dạng 3: Ứng dụng thực tế**

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Hãy mô tả hệ tọa độ Oxyz trong căn phòng ở Hình 2.44 sao cho gốc O trùng với góc trên của căn phòng, khung tranh nằm trong mặt phẳng (Oxy) và mặt trần nhà trùng với mặt phẳng (Oxz).



Hình 2.44

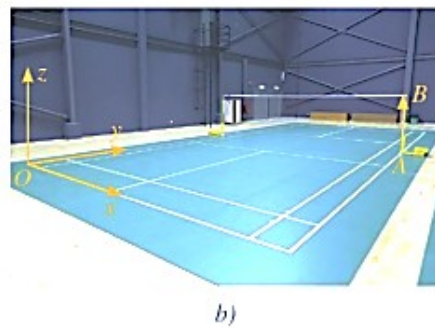
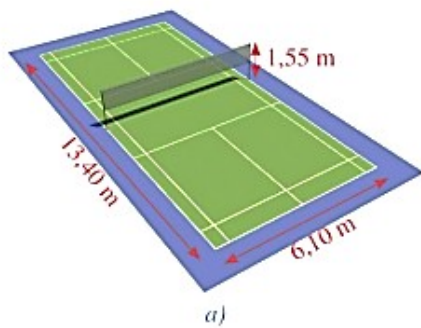
Câu 2: Một sân tennis với hệ tọa độ Oxyz được chọn như ở Hình 20.

- Hỏi mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Trục Oz có vuông góc với mặt sân hay không?



Hình 20

Câu 3: Hình 33a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như ở Hình 33b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Hình 33

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(3;3;-1)$ B. $(-1;-1;-3)$ C. $(3;1;1)$ D. $(1;1;3)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1;2;3)$ B. $(-1;-2;3)$ C. $(3;5;1)$ D. $(3;4;1)$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(i+4j) - 2k + 5j$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(3;17;-2)$ B. $(-3;-17;2)$ C. $(3;-2;5)$ D. $(3;5;-2)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1;2;-2)$ trên trục Oz là điểm

- A. $H(0;0;-1)$ B. $E(-1;2;0)$ C. $F(0;0;-2)$ D. $G(0;0;2)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?

- A. $M(3;4;0)$ B. $P(-2;3;0)$ C. $Q(2;0;0)$ D. $N(0;4;-1)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $M'(-1;2;-3)$ B. $M'(1;2;0)$ C. $M'(1;0;0)$ D. $M'(0;0;3)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0;-1;0)$ B. $(5;0;0)$ C. $(0;-1;3)$ D. $(-1;3;0)$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ trên trục Oy là điểm

- A. $R(1;0;0)$ B. $P(1;0;3)$ C. $Q(0;2;0)$ D. $S(0;0;3)$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-6;1)$ lên mặt phẳng có tọa độ là

- A. $(0;-6;0)$ B. $(0;-6;1)$ C. $(5;-6;0)$ D. $(5;0;1)$

Câu 10: Trong không gian $d: Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $Q(0;-2;-3)$ B. $P(1;0;-3)$ C. $N(1;-2;0)$ D. $K(1;0;3)$

- Câu 11:** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm
 A. $A'(5; 4; -3)$ B. $A'(-5; 4; 0)$ C. $A'(-5; 4; -3)$ D. $A'(5; 0; 0)$
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ
 A. $(0; 3; 5)$ B. $(0; 0; 5)$ C. $(1; 3; 0)$ D. $(1; 0; 5)$
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
 A. $(3; 5; 1)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 4; 1)$ D. $(1; 2; 3)$
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -1; 3)$ trên trục Oz có tọa độ là
 A. $(2; 0; 0)$ B. $(0; -1; 0)$ C. $(0; 0; 3)$ D. $(2; -1; 0)$
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là
 A. $(0; -3; 0)$ B. $(0; 0; 5)$ C. $(2; 0; 0)$ D. $(-3; 0; 0)$
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
 A. $(0; 2; -3)$ B. $(4; 2; -3)$ C. $(0; 0; -3)$ D. $(4; 2; 0)$
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -4; -3)$ trên trục Oz có tọa độ là
 A. $(0; -4; 0)$ B. $(0; 0; -3)$ C. $(3; -4; 0)$ D. $(3; 0; 0)$
- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(2; 2; 2)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm của MN là
 A. $I(1; -1; 2)$ B. $I(1; 1; 0)$ C. $I(1; 1; 1)$ D. $I(\frac{2}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
 A. $(3; 0; -1)$ B. $(0; 2; 1)$ C. $(-3; 0; 1)$ D. $(-3; 2; 0)$
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; i; j; k)$ cho $\overrightarrow{OA} = j - 2i + 5k$. Tìm tọa độ điểm A .
 A. $(5; -2; 1)$ B. $(-2; 1; 5)$ C. $(1; -2; 5)$ D. $(-2; 5; 1)$
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là
 A. $(-3; 0; 0)$ B. $(0; 2; 1)$ C. $(0; 2; 0)$ D. $(0; 0; 1)$

- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 4; -2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
- A. $Q(3; 0; 0)$. B. $G(3; 4; 0)$. C. $E(0; 4; -2)$. D. $F(3; 0; -2)$.
- Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(2; 1; 1)$, $B(-1; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua điểm B .
- A. $A'(3; 4; -3)$. B. $A'(-4; 3; 1)$. C. $A'(4; -3; 3)$. D. $A'(4; 3; 3)$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(0; 2; -1)$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.
- A. $\sqrt{21}$. B. 21 . C. $\sqrt{13}$. D. 13 .
- Câu 25:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 1)$, $B(3; 2; -2)$, $C(-3; 1; 5)$. Tìm tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{CM}$. Khi đó tổng $S = \frac{9}{x} + \frac{3}{y} - \frac{27}{z}$ bằng
- A. 6 . B. -15 . C. 16 . D. -13 .
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây
- A. $Q(-1; 2; 3)$. B. $N(1; -2; 3)$. C. $P(1; 2; -3)$. D. $M(1; -2; -3)$.
- Câu 27:** Trong không gian cho $Oxyz$ vectơ $\overrightarrow{OM} = i - 3j + 4k$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ $Oxyz$ là
- A. $(1; -3; 4)$. B. $(1; 4; -3)$. C. $(0; 0; 4)$. D. $(1; -3; 0)$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -6; 3)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?
- A. $P(3; 0; 0)$. B. $N(3; -1; 5)$. C. $M(0; -2; 4)$. D. $Q(0; 0; 5)$.
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(0; 2; -3)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(1; -2; 3)$.
- Câu 30:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Độ dài đoạn thẳng OM là:
- A. 5 . B. 3 . C. $\sqrt{17}$. D. $\sqrt{54}$.
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(0; -6; 0)$ B. $(5; 0; 2)$ C. $(5; -6; 0)$ D. $(0; -6; 2)$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5; -1; 1)$. Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(5; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Câu 33: Cho $A(1; 3; 5)$, $B(2; 4; 6)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{11}{3}; \frac{17}{3}\right)$ B. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; \frac{21}{3}\right)$ C. $M\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; \frac{16}{3}\right)$ D. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{31}{6}\right)$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a(5; 7; 2)$, $b(3; 0; 4)$, $c(-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- A. $\vec{m}(3; 22; -3)$ B. $\vec{m}(3; 22; 3)$ C. $\vec{m}(-3; 22; -3)$ D. $\vec{m}(3; -22; 3)$

Câu 35: Tìm tọa độ điểm M là điểm đối xứng của điểm $M(1; 2; 3)$ qua gốc tọa độ O .

- A. $M'(-1; 2; 3)$ B. $M'(-1; -2; 3)$
C. $M'(-1; -2; -3)$ D. $M'(1; 2; -3)$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a(1; 3; 3)$, vector $b(-2; 2; 1)$ và vector $c(-1; 2; 3)$. Tìm vector x biết $x + a - b = c$.

- A. $x(4; -1; -1)$ B. $x(-4; 1; 1)$ C. $x(2; 3; 5)$ D. $x(-2; 7; 7)$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa $\vec{OM} + 2\vec{AO} = \vec{0}$ là

- A. $M(-1; -2; -3)$ B. $M(2; 4; 6)$ C. $M(-2; -4; -6)$ D. $M(2; -4; -6)$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a(1; 2; 1)$, $b(-2; 3; 4)$, $c(0; 1; 2)$ và $d(4; 2; 0)$. Biết rằng $d = x.a + y.b + z.c$. Giá trị $x + y + z$ là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a(10 - m; m + 2; m^2 - 10)$ và $b(7; -1; 3)$.

Giá trị của m để a cùng phương với b là

- A. $m = 4$ B. $m = -4$ C. $m = -2$ D. $m = 2$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 0; 3)$ và $b = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $a \cdot (a + b)$ bằng

A. 25 . B. 23 . C. 27 . D. 29 .

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $a(2; -5; 3)$, $b(0; 2; -1)$, $c(1; 7; 2)$. Tọa độ vector $\vec{d} = a - 4b + 2c$ là

A. $(1; -1; 3)$. B. $(4; 1; 11)$. C. $(-3; 5; 7)$. D. $(0; 2; 6)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3); B(2; -3; 4)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

A. $M(1; 1; 0)$. B. $M(3; -5; 7)$. C. $M(-3; 5; 0)$. D. $M(-2; 1; 0)$.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là $(2; -1; 5)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\vec{AB}$ có tọa độ là $(3; 1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\vec{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j$. Tọa độ của điểm A là $(3; 17; -2)$

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm $G(0; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$ tọa độ véc-tơ $\vec{AB}$ là $(2; -1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 0; 3)$. Vector $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ có tọa độ là $(2; -2; -2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(5; 0; 0)$

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, điểm thuộc trục Oz là $M(0; 0; -2)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(-1; 2; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; -2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng là $M(0; 1; -1)$.

Câu 4: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -6; 1)$
- b) Trong không gian $d: Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $Q(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm $A'(-5; 4; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ $(1; 3; 0)$

Câu 5: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(-3; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; -1)$
- d) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; i; j; k)$ cho $\overrightarrow{OA} = j - 2i + 5k$. tọa độ điểm A là $(-2; 1; 5)$

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(0; 2; 1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vector $u = 2i - 3k$ có tọa độ là $(2; -3; 0)$

- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1;-2;3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $A(1;-2;0)$

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho vec tơ $u = 2i - 3k$, khi đó $u = (2;-3;0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị trên trục Oy là $j = (0;1;0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho $a(-2;-3;3)$, $b(0;2;-1)$, $c(-3;2;5)$. tọa độ của vector $u = 2a - 3b + 4c$ là $u(-16;-4;29)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1;3;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1;3;0)$

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
- b) Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $I(2;-1;1)$
- c) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Vectơ chỉ phương của đường thẳng OG là $u = (2;2;-2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-5)$, $B(-3;1;-1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;2)$, $B(0;4;1)$ và $C(2;1;-3)$. Trọng tâm tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$

- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 1; 3)$, $B(5; 0; 2)$ và $C(0; 2; 4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là $(3; 3; 9)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(1; 0; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1; 0; 3)$

Câu 10: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của véc tơ a là $a = (2; -3; -1)$
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1; 2; 3)$; $N(3; 4; 7)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN}(2; 2; 4)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -4)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 2; -4)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -2; -1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm $I(2; 0; -2)$

Câu 11: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3; 1; 4)$ và $A(1; 0; -1)$, $B(2; 3; 5)$. Tọa độ điểm C là $C(4; 2; -1)$
- b) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 1; 3)$, $B(1; -2; 2)$, $C(x; y; 5)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng $x + y = 11$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $a = (2; -1; 3)$, $b = (1; 3; -2)$. Tọa độ của vectơ $c = a - 2b$ là $c = (0; -7; -7)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $a(2; -5; 3)$, $b(0; 2; -1)$, $a(1; 7; 2)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{d} = a - 4b + 2c$ là $(-3; 5; 7)$

Câu 12: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vectơ $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 5)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; 4; -1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là $AM = 3$

- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) là $A'(-1; -3; 2)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$ là $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1), B(0; 3; -1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm C có tọa độ là $(1; 2; 1)$

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là $(1; 1; 1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1; 2; -3)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a(5; 7; 2), b(3; 0; 4), c(-6; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{m} = 3\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ là $\overrightarrow{m}(3; 22; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0), B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng 50

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -3; 0)$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4), \overrightarrow{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là $3\sqrt{2}$
- c) Trong không gian, cho hai điểm $A(-2; 2; -1), B(0; -1; -2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là $M(-4; 5; 0)$

- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 2; 1)$, $b = (-2; 3; 4)$, $c = (0; 1; 2)$ và $d = (4; 2; 0)$. Biết rằng $d = x.a + y.b + z.c$. Giá trị $x + y + z$ là 1

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I(2; 0; 1)$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là $M(0; 5; 0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là $\sqrt{17}$

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

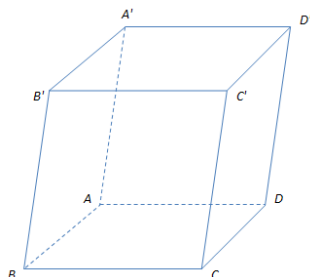
- a) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(x; y; -3)$, $B(6; -2; 4)$, $C(-3; 7; -5)$. Giá trị của x, y để A, B, C thẳng hàng là $x = 1; y = -5$.
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$, $B(2; 1; 0)$ là $M(4; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là $D(-1; -3; -2)$.

Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17)$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{17}$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; 0), B(1; 5; 2)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) , B' là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz) . Khi đó $A'B'$ bằng $2\sqrt{6}$.

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\vec{OA} = i + j + k$, $\vec{OB} = 5i + j - k$, $\vec{BC} = 2i + 8j + 3k$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là $D(3; 9; 4)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 1)$, $B'(1; 0; 0)$, $C'(1; 1; 0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0; 1; 1)$



Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\vec{AB} + \vec{AC}$ có tọa độ là $(0; 6; -9)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(3; 2; 4)$, $D(6; 9; -5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là $(2; 3; 1)$

c) Cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(1; -2; 2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là $(0; -1; 3)$

d) Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\vec{BM} = 2\vec{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là $D(5; -1; -1)$

Câu 19: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3; 1; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(2; 3; 0)$. Tọa độ đỉnh E là $E(4; 4; 1)$.

b) Cho 3 điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là $(2; 3; 4)$

c) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1; -2; 3)$ và ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a + b + c$ bằng 6

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;2;3), B(5;0;-1), C(4;3;6)$ và $D(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng 15

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0), B(-1;3;5)$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+2b+2c$ bằng $\frac{25}{2}$

b) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-4;3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $\frac{\sqrt{34}}{2}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vec tơ $a=(m;2;3)$ và $b=(1;n;2)$ cùng phương thì $2m+3n$ bằng 9

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;-2;-5), B(3;4;4), C(x;y+1;1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x-y$ bằng 5

Câu 21: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;-3;4), B(a;b;c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz)$ và (Oyz) . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM=MN=NP=PB$. Giá trị của tổng $a+b+c$ là -11

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1), B(1;4;-1), C(2;4;3), D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x+y+z$ bằng $\frac{21}{4}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;2), B(-5;6;4)$ và $C(0;1;-2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của ΔABC là $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

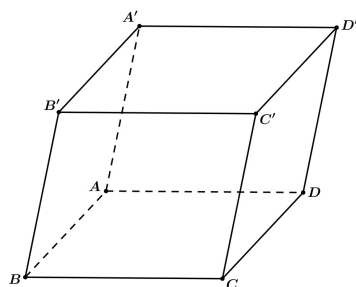
- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC . Giá trị $a+b+2c$ bằng 5
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Biết $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và diện tích hình thang $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$. Gọi $D(a;b;c)$, khi đó biểu thức $T = a - 2b + 4c$ là $T = 3$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B , C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $B(3;1;0)$, $C(0;0;-3)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;-2;2)$, $C(x;y;5)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng $x+y=11$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;-1)$, $B(0;3;-2)$, $C(-4;-5;0)$. Tọa độ điểm M sao cho $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$ là $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Đề tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là $(6;5;2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của đỉnh A' là $A' = (3;4;-1)$

Câu 24: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1)$, $B'(1;0;0)$, $C'(1;1;0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0;1;1)$



- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$ là $(2; 1; -2)$.
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ của điểm A' là $A'(-3; 4; -1)$.
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; 1)$ và $\vec{v} = (3; n; -2)$, với m và n là hai số thực. Để vectơ $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$ thì biểu thức $T = 2m + n$ có giá trị bằng 4.

Câu 25: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Tọa độ của điểm M là $(2; 3; 0)$.
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng $2\sqrt{3}$.
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; -1; 2)$, $B'(1; 2; 1)$, $C(-2; 3; 2)$, $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là $B(-1; 2; 2)$.
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

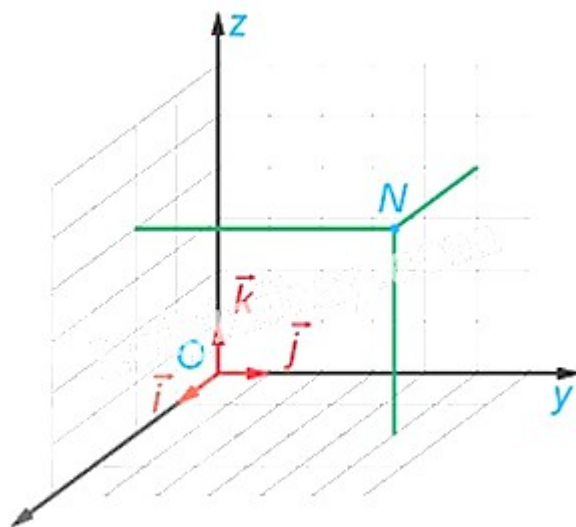
•Dạng 9: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, hãy xác định tọa độ của vectơ $\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-4; 3; -1)$ và $N(2; -1; -3)$.

Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{OM}$, $\vec{ON}$.

Câu 3: Tìm tọa độ của điểm N trong Hình 2.39.

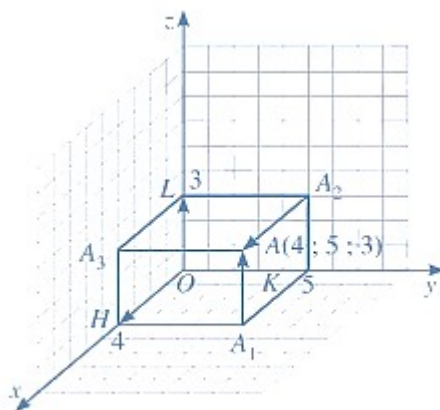


Hình 2.39

Câu 4: Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ trong mỗi trường hợp sau:

- a) $A(0;0;0)$ và $B(4;2;-5)$; b) $A(1;-3;7)$ và $B(1;-3;7)$; c) $A(5;4;9)$ và $B(-5;7;2)$.

Câu 5: Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{A_1A}$, $\overrightarrow{A_2A}$ ở Hình 30.



Hình 30

Câu 6: Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của điểm A trong mỗi trường hợp sau:

- a) A trùng với gốc tọa độ;
b) A nằm trên tia Ox và $OA=2$;
c) A nằm trên tia đối của tia Oy và $OA=3$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;2;-3)$ và vectơ $\vec{u}=(3;-4;2)$.

Hãy biểu diễn theo các vectơ $\vec{i}$, $\vec{j}$ và $\vec{k}$ mỗi vectơ sau:

a) $\vec{OA}$;

b) $\vec{u}$.

Câu 8: Trong không gian Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$ và có giá đôi một vuông góc. Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

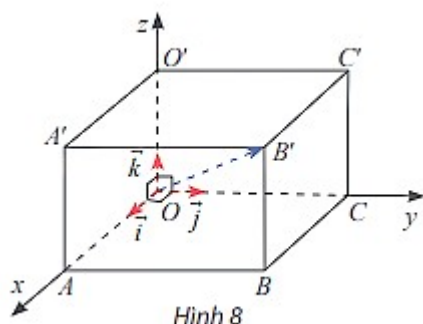
a) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các trục tọa độ lần lượt song song với giá của các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

b) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các trục tọa độ lần lượt trùng với giá của các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

c) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt bằng các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

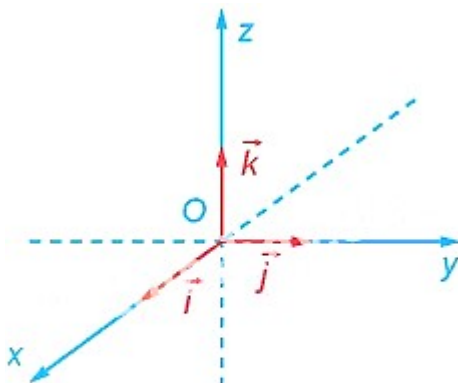
d) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng phương các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O'A'B'C'$ có cạnh $OA=4, OC=6, OO'=3$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ các điểm A, B, B' .



Hình 8

Câu 10: Trong không gian, xét ba trục Ox, Oy, Oz có chung gốc O và đôi một vuông góc với nhau. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên các trục đó (H.2.35).

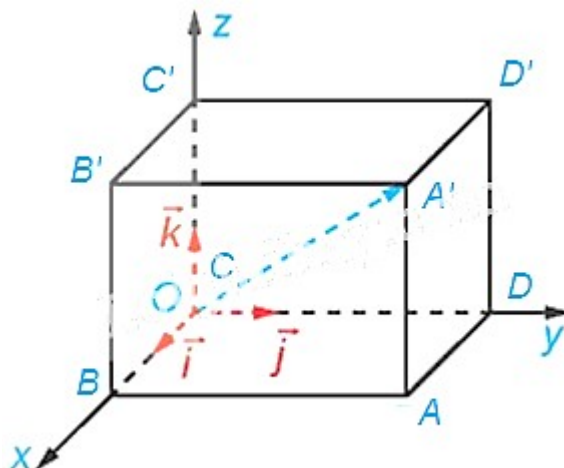


Hình 2.35

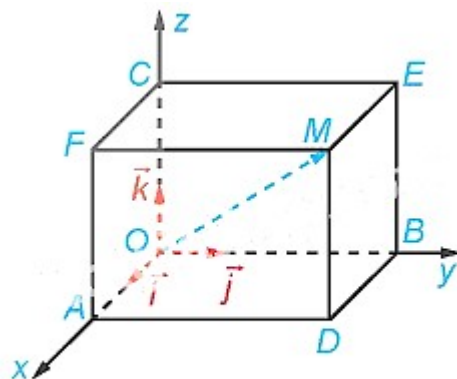
a) Gọi tên các mặt phẳng tọa độ có trong Hình 2.35.

b) Các mặt phẳng tọa độ trong Hình 2.35 có đôi một vuông góc với nhau không?

Câu 11: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A' B' C' D'$. Có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh C và các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng hướng với các vectơ $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$ không? Vì sao?



Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M không thuộc các mặt phẳng tọa độ. Vẽ hình hộp chữ nhật $OADB.CFME$ có ba đỉnh A, B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz (H.2.37).

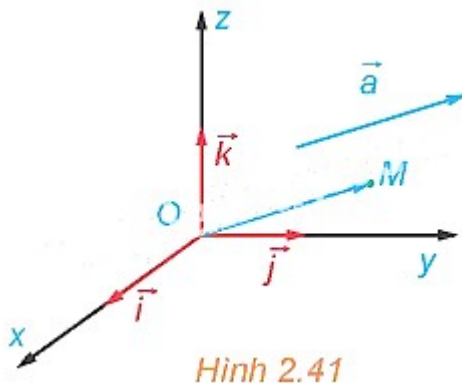


Hình 2.37

a) Hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ có bằng nhau hay không?

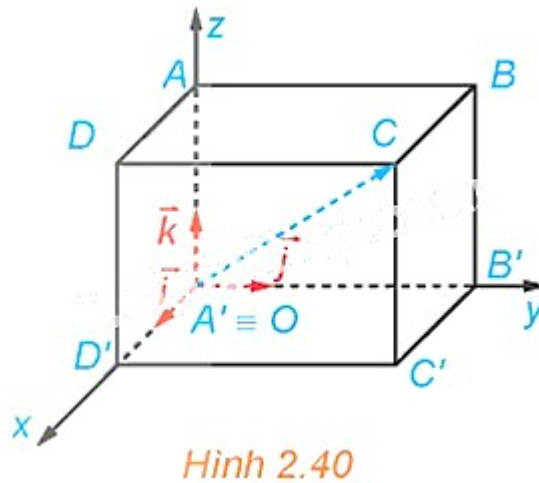
b) Giải thích vì sao có thể viết $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ với x, y, z là các số thực.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ tùy ý (H.2.41). Lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$ và giải thích vì sao có bộ ba số $(x; y; z)$ sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.



Hình 2.41

Câu 14: Trong Ví dụ 3, hãy xác định tọa độ của các điểm B, D và C'.

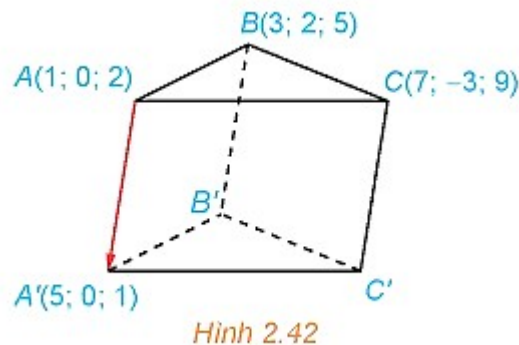


Hình 2.40

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1;0;2), B(3;2;5), C(7;-3;9)$ và $A'(5;0;1)$.

a) Tìm tọa độ của $\vec{AA'}$.

b) Tìm tọa độ của các điểm B', C' .



Hình 2.42

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình bình hành có ba đỉnh $A(1;1;-2), B(4;3;1)$ và $C(-1;-2;2)$.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{AB}$.

b) Tìm tọa độ của điểm D.

Câu 17: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm không thẳng hàng

$$A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2).$$

- a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AB}$. b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 18: Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$ và vector $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$.

- a) Tìm tọa độ của $\vec{u}$. b) Biểu diễn $\vec{v}$ theo các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. c) Tìm tọa độ của

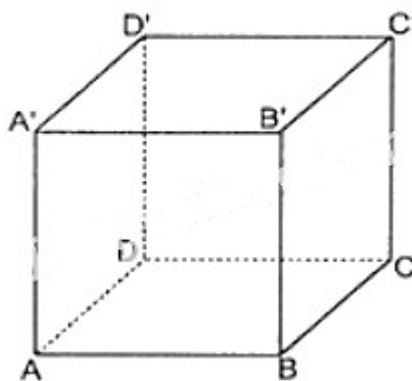
$$\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$.

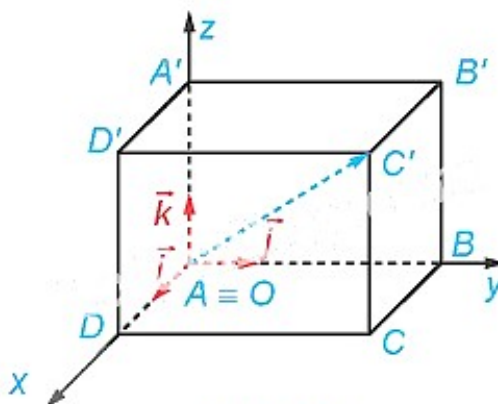
- a) Hãy biểu diễn hai vector $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$ qua các vector $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$

- b) Xác định tọa độ của vector $\overrightarrow{MN}$.

Câu 20: Trong Ví dụ 5, xác định tọa độ của các điểm D và D' sao cho $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp.



Câu 21: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O và các đỉnh D, B, A' có tọa độ lần lượt là $(2; 0; 0), (0; 4; 0), (0; 0; 3)$ (H.2.45). Xác định tọa độ của các đỉnh còn lại của hình hộp chữ nhật.



Hình 2.45

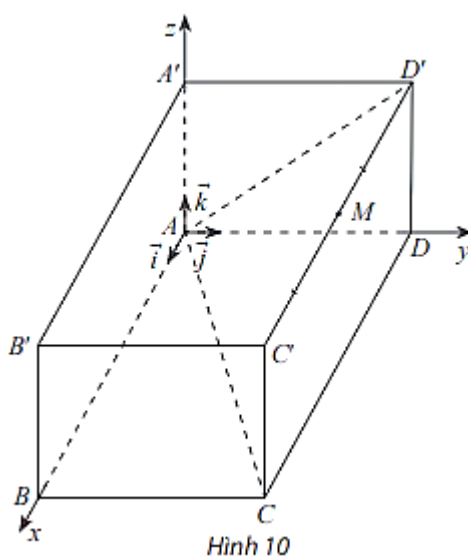
Câu 22: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp OABC. $O' A' B' C'$ có

$$A(1;1;-1), B(0;3;0), C'(2;-3;6).$$

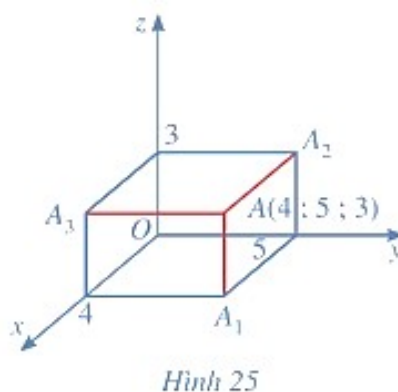
a) Xác định tọa độ của điểm C.

b) Xác định các tọa độ đỉnh còn lại của hình hộp.

Câu 23: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A' B' C' D'$ có đỉnh A trùng với gốc O, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB=8, AD=6, AA'=4$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C' D'$.

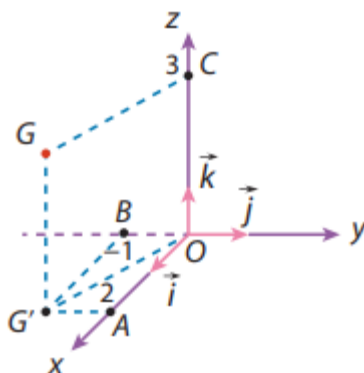


Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(4;5;3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ (Hình 25). Tìm tọa độ của các điểm A_1, A_2, A_3 .



Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OB'C'D'$ có $B(2;0;0)$, $D(0;1;0)$, $O'(0;0;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, xác định vị trí điểm $G(2;-1;3)$.



Hình 2.35

▶ BÀI 9. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

①. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTO, PHÉP TRỪ HAI VECTO, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO

✍ Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(x;y;z)$ và $\vec{b}=(x';y';z')$. Ta có:

✓ $\vec{a}+\vec{b}=(x+x';y+y';z+z')$

✓ $\vec{a}-\vec{b}=(x-x';y-y';z-z')$

✓ $k\vec{a}=(kx;ky;kz)$ với k là một số thực.

✍ Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$ và $C(x_C;y_C;z_C)$. Khi đó:

✓ Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$;

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2} \quad \frac{y_A + y_B}{2} \quad \frac{z_A + z_B}{2} \right)$$

②. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ được xác định bởi công thức:

✓ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x x' + y y' + z z'$

 Chú ý: Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$

thì $AB = \sqrt{(\overrightarrow{AB})^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

Đặc biệt, khi B trùng O ta nhận được công thức $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$.

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• **Dạng ①:** Biểu thức tọa độ của tổng, hiệu hai vectơ, tích của một số với một vectơ

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{a}=(2;1;5)$ và $\vec{b}=(2;2;1)$. Tìm tọa độ của mỗi vector sau:

a) $\vec{a} - \vec{b}$;

b) $3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{p} = (3; -2; 1)$, $\vec{q} = (6; -4; 2)$, $\vec{r} = (2; 1; -3)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

b) Tìm hai vectơ cùng phương trong các vectơ đã cho.

Câu 3: Cho $\vec{a}=(-2;3;2), \vec{b}=(2;1;-1), \vec{c}=(1;2;3)$. Tính tọa độ của mỗi vectơ sau:

a) $3\vec{a}$;

b) $2\vec{a}-\vec{b}$;

c) $\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{c}$.

• **Dạng ②:** Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm của tam giác

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(3;2;1)$ và $C(2;-1;5)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 2: Cho tam giác ABC có $A(-2;1;0), B(0;2;5), C(5;0;2)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A(1;-1;1), B(0;1;2), C(1;0;1)$. Tìm tọa độ:

- a) Trung điểm M của AB ; b) Trọng tâm G của tam giác ABC .

•Dạng ③: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;4;2)$ và $\vec{b}=(-4;1;0)$.

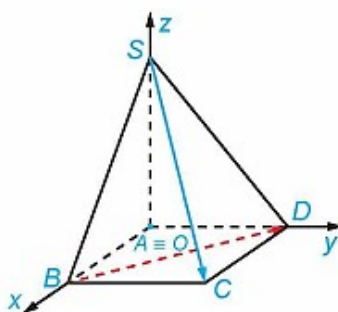
- a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và cho biết hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có vuông góc với nhau hay không.

- b) Tính độ dài của vectơ $\vec{a}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA=2, AB=3, AD=4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS (H.2.48).

- a) Xác định tọa độ của các điểm S, A, B, C, D .

- b) Tính BD và SC . c) Tính $(\vec{BD}, \vec{SC})$.



Hình 2.48

Câu 3: Cho ba vectơ $\vec{a}=(3;0;1), \vec{b}=(1;-1;-2), \vec{c}=(2;1;-1)$.

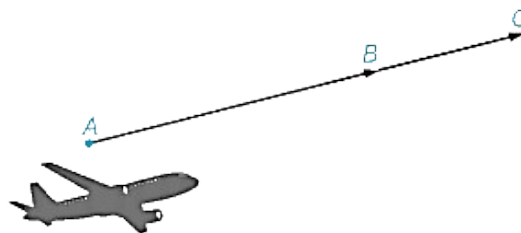
- a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}$. b) Tính $\sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}, \sqrt{\vec{b} \cdot \vec{b}}, \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- c) Cho $\vec{d}=(1;7;-3)$. Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

•Dạng ④: Ứng dụng thực tế

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?



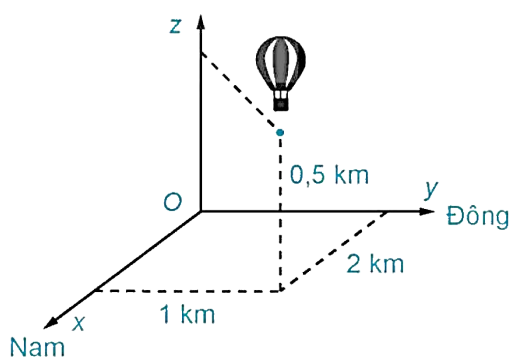
Hình 2.49

Câu 2: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5 \text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5 \text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8 \text{ km}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.50), đơn vị đo lấy theo kilômét.

a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.

b) Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



(H.2.50)

Câu 3: Trong Ví dụ 2, khinh khí cầu thứ nhất hay thứ hai ở xa điểm xuất phát hơn? Giải thích vì sao.

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$ B. $I(1; 0; 4)$ C. $I(2; 0; 8)$ D. $I(2; -2; -1)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(3; 17; -2)$ B. $(-3; -17; 2)$ C. $(3; -2; 5)$ D. $(3; 5; -2)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm

- A. $H(0; 0; -1)$ B. $E(-1; 2; 0)$ C. $F(0; 0; -2)$ D. $G(0; 0; 2)$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(3; 4; 2)$. Tìm tọa độ điểm M , biết B là trung điểm của AM .

- A. $M(-1; 0; 6)$ B. $M(2; 2; -2)$ C. $M(2; 3; 3)$ D. $M(5; 6; 0)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz ?

- A. $M(0; 0; -2)$ B. $M(1; 2; 0)$ C. $M(1; 0; 2)$ D. $M(1; 0; 0)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$ tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(2; -1; 1)$ B. $(0; -1; -1)$ C. $(-2; 1; -1)$ D. $(0; -1; 3)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; -2)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .

- A. $M(-1; -1; -1)$ B. $M(0; 1; -1)$ C. $M(0; 2; -2)$ D. $M(-2; -2; -2)$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(0; 2; -1)$. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

- A. $\sqrt{21}$ B. 21 C. $\sqrt{13}$ D. 13

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 1)$, $B(3; 2; -2)$, $C(-3; 1; 5)$. Tìm

- tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{CM}$. Khi đó tổng $S = \frac{9}{x} + \frac{3}{y} - \frac{27}{z}$ bằng
- A. 6 B. -15 C. 16 D. -13

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây
 A. $Q(-1;2;3)$ B. $N(1;-2;3)$ C. $P(1;2;-3)$ D. $M(1;-2;-3)$
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(4;-5;3)$ qua trục Oz có tọa độ là
 A. $(4;-5;-3)$ B. $(-4;5;3)$ C. $(-4;5;-3)$ D. $(0;0;3)$
- Câu 13:** Trong không gian cho $Oxyz$ vector $\overrightarrow{OM} = i - 3j + 4k$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ $Oxyz$ là
 A. $(1;-3;4)$ B. $(1;4;-3)$ C. $(0;0;4)$ D. $(1;-3;0)$
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-6;3)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?
 A. $P(3;0;0)$ B. $N(3;-1;5)$ C. $M(0;-2;4)$ D. $Q(0;0;5)$
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
 A. $(-1;2;-3)$ B. $(0;2;-3)$ C. $(1;0;0)$ D. $(1;-2;3)$
- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là
 A. $C(-6;2;0)$ B. $C(4;2;-1)$ C. $C(-12;0;8)$ D. $C(3;-1;-5)$
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;-4;9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:
 A. 5. B. 3. C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{54}$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-6;2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
 A. $(0;-6;0)$ B. $(5;0;2)$ C. $(5;-6;0)$ D. $(0;-6;2)$
- Câu 19:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;-3;4)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng
 A. $M(1;1;0)$ B. $M(3;-5;7)$ C. $M(-3;5;0)$ D. $M(-2;1;0)$
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;1;4)$ và $N(0;2;-1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là
 A. $(-3;1;-5)$ B. $(-1;-1;-1)$ C. $(3;3;3)$ D. $(1;1;1)$
- Câu 21:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4)$, $B(2;4;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .

- A. $G(6;3;3)$ B. $G(2;1;1)$ C. $G(2;1;1)$ D. $G(1;2;1)$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$, $D(6;9;-5)$. Hãy tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$?

- A. $(2;3;-1)$ B. $(2;-3;1)$ C. $(2;3;1)$ D. $(-2;3;1)$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(4;-1;-1)$ B. $G\left(-\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$ C. $G\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$ D. $G\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2;4;-5)$ B. $D(4;2;9)$ C. $D(6;2;-3)$ D. $D(-4;-2;9)$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;1;-4)$, $B(5;-3;3)$, $C(-1;-1;10)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(2;1;-3)$ B. $G(2;-1;3)$ C. $G(2;-1-3)$ D. $G(-2;-1;3)$

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;3;4)$, $B(1;0;-2)$ và $C(4;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(3;0;2)$ B. $G(2;1;1)$ C. $G(1;1;3)$ D. $G(3;0;-1)$

Câu 27: Cho tam giác ABC , biết $A(1;-2;4)$, $B(0;2;5)$, $C(5;6;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(6;3;3)$ B. $G(4;2;2)$ C. $G(3;3;6)$ D. $G(2;2;4)$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-4;1;-5)$, $B(2;-4;7)$, $C(3;-2;9)$. Tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(2;3;-3)$ B. $(-3;-3;3)$ C. $(-6;5;-12)$ D. $(-3;3;-3)$

Câu 29: Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .

- A. $I(4;-2;2)$ B. $I(2;-1;2)$ C. $I(4;-2;1)$ D. $I(2;-1;1)$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A. $I(1;-1;2)$ B. $I(1;1;0)$ C. $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$ D. $I(1;1;1)$

- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$.
 Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
 A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.
- Câu 32:** Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;2;3)$ và $C(3;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overline{BM} = 2\overline{MC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là
 A. $D(5;1;1)$. B. $D(5;1;-1)$. C. $D(5;-1;-1)$. D. $D(-5;1;-1)$.
- Câu 33:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;2;4)$, $B(3;0;-2)$ và $C(1;3;7)$. Gọi D chân đường phân giác trong hạ từ A . Tính OD
 A. $\frac{\sqrt{207}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{205}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{201}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{203}}{3}$.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là
 A. $E(4;4;1)$. B. $E(0;2;-1)$. C. $E(1;3;-1)$. D. $E(1;1;2)$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;2)$ và $G(1;-3;2)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm C .
 A. $C(3;-7;1)$. B. $C(2;-4;-1)$. C. $C(1;-1;-3)$. D. $C(3;2;1)$.
- Câu 36:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là
 A. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. B. $(-2; 11; 1)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (1; 2; -2)$. Tính độ dài vector a .
 A. $|a| = 2\sqrt{2}$. B. $|a| = 8$. C. $|a| = 3$. D. $|a| = 9$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 3; 12)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng
 A. 13. B. 11. C. 17. D. 6.
- Câu 39:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(4;2;-2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng
 A. 2. B. 4. C. $\sqrt{22}$. D. 22.
- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;6;0)$, $B(0;0;8)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng
 A. 100. B. 10. C. 48. D. 6.
- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(3;0;1)$. Độ dài vector $\overline{AB}$ là

A. $\sqrt{19}$.

B. 19.

C. $\sqrt{13}$.

D. 13.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Oy, Oz .

Tích vô hướng $\vec{j} \cdot \vec{k}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -4; 5)$. Giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 10.

B. -14.

C. 6.

D. 3.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$, $\vec{v} = (0; 1; 1)$, khi đó

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 - \sqrt{3}$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 - \sqrt{3}$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, gọi J là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos J$ bằng

A. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

B. $\frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$.

C. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

D. $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

B. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

D. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $\vec{AD} = \vec{BC}$.

A. $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$

B. $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$

C. $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$

D. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

A. $OA = 3$

B. $OA = 9$

C. $OA = \sqrt{5}$

D. $OA = 5$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng:

A. 150° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (m; 3; 4)$; $\vec{b} = (4; m; -7)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

• **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $u = i\sqrt{3} + k$, $v = j\sqrt{3} + k$. Khi đó tích vô hướng của $u.v$ bằng 2
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ j , k lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Oy , Oz . Tích vô hướng $j.k$ bằng 3
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -3)$ và $B(-2; 1; -1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{17}$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; -3; 1)$ và $b = (-1; 4; -2)$. Giá trị của biểu thức $a.b$ bằng -16

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (-1; 1; 0)$, $b = (1; 1; 0)$, $c = (1; 1; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $|a| = \sqrt{2}$
- b) $a \perp b$
- c) $|c| = \sqrt{3}$
- d) $b \perp c$

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; 4; -2)$ và $b = (1; -2; 3)$. Tích vô hướng của hai vectơ a và b bằng -22
- b) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $u = (3; 0; 1)$, $v = (2; 1; 0)$. Tích vô hướng $u.v$ bằng 6
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u_1(1; 1; -4)$, $u_2(0; 1; 1)$. Góc giữa hai vectơ đã cho bằng 60°

d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 3; 3)$, $b = (-2; 2; 1)$ và $c = (-1; 2; 3)$. Tích vô hướng $c \cdot (a - b)$ bằng 5

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $a = (1; -2; 3)$ và $b = (2; -1; -1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $[a, b] = (-5; -7; -3)$

b) Vector a không cùng phương với vector b .

c) Vector a không vuông góc với vector b .

d) $|a| = \sqrt{14}$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a = (-1; 1; 0)$, $b = (1; 1; 0)$, $c = (1; 1; 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $|d| = \sqrt{2}$

b) $a \perp b$

c) $|d| = \sqrt{3}$

d) $b \perp c$

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho $a = 2i - 3j + 4k$, $A(1; 0; -2)$ và $B(2; -1; 1)$. Tích vô hướng $a \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng 17

b) Cho hai vector $a = (1; -2; 3)$, $b = (-2; 1; 2)$. Khi đó tích vô hướng $(a+b) \cdot b$ bằng 10

c) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector i và $u = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là 60°

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn AB bằng $\sqrt{6}$

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (x; 2; 1)$ và $v = (1; -1; 2x)$. Tích vô hướng của u và v bằng $3x - 2$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 7; 3)$ và $B(4; 1; 5)$. độ dài của đoạn AB bằng $2\sqrt{19}$
- c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng 3
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (-2; 1; 2)$, $b = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $(a - b) \cdot b$ bằng 12

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $\sqrt{349}$
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $a = (1; 0; -2)$ và $b = (2; -1; 3)$. Tích có hướng của hai vecto a và b là một vecto có tọa độ là $(2; -7; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}(2; 3; 1)$, $\vec{b}(-2; 1; 2)$. Khi đó $\begin{bmatrix} \vec{a} \\ \vec{b} \end{bmatrix}$ có tọa độ bằng $(2; 0; 1)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là $(2; -3; -1)$

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $[u, v] = 0 \Leftrightarrow u, v$ cùng phương.
- b) Nếu u, v không cùng phương thì giá của vector $[u, v]$ vuông góc với mọi mặt phẳng song song với giá của các vectơ u và v .

$$c) \left[[u, v] \right] = |u| |v| \cdot \cos(u, v)$$

$$d) [u, v] \cdot u = [u, v] \cdot v = 0$$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (1; 2; -1)$, $b = (3; -1; 0)$, $c = (1; -5; 2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) a cùng phương với b .
- b) a, b, c không đồng phẳng.
- c) a, b, c đồng phẳng.
- d) a vuông góc với b .

Câu 11: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$, $N(4; -5; 1)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng 7
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $u = (1; 0; 3)$ và $v = (x; -1; 1)$. Nếu $u \cdot v = 3$ thì độ dài của $|v|$ bằng $\sqrt{2}$.
- c) Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 60°
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 3; 2)$ và $b = (2; 1; 1)$. Tích vô hướng $a \cdot (2a - b)$ là 31

Câu 12: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (-2; -3; 1)$ và $b = (1; 0; 1)$. Cosin góc giữa hai vectơ a và b bằng $\frac{1}{2\sqrt{7}}$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $u = (2; -1; 5)$ và $v = (1; -3; -2)$. Tích vô hướng $u \cdot (u - v)$ bằng 41

- c) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (1; 2; 1)$. Tính vô hướng $\vec{a} \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ bằng 6
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vector đã cho bằng 120°

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; 0; -1)$ và $\vec{b} = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{b} + 2\vec{a})$ bằng 7
- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc là $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 120°
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 0; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; 1)$. Tính vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$ bằng 5

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 3; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ bằng 12
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng 12
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -2; -1)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Giá trị của $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ là $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; -1), B(2; 2; -2)$. Nếu M là điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AB = 2MB$ thì độ dài OM bằng 3

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho a và b tạo với nhau một góc 120° , đồng thời $|a| = 2$ và $|b| = 5$. Đặt $u = ka - b$ và $v = a + 2b$. Để $u \perp v$ thì giá trị của k là $k = \frac{9}{2}$
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là $\frac{\sqrt{29}}{2}$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng $\frac{9}{\sqrt{35}}$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 0; 1)$ và $b = (1; 2; 1)$. Tính vô hướng $a \cdot (2a + b)$ là 6

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1)$ và $A'(1; 1; -1)$. Giá trị của $\cos(\widehat{AC'}, \widehat{B'D'})$ bằng $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho $a(-2; 2; 0)$, $b(2; 2; 0)$, $c(2; 2; 2)$. Giá trị của $|a + b + c|$ bằng 11
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; 1; 0), b = (-1; 0; -2)$. Khi đó $\cos(a; b)$ bằng $\frac{2}{5}$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a = (1; 1; 3)$, $b = (-2; 1; 5)$ và $c = (1; -3; 2)$. Tính tích vô hướng $a \cdot (b - 2c)$ bằng 6

Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC=2MB$. Độ dài đoạn AM bằng $\sqrt{30}$
- b) Cho hai vectơ $a=(1;1;-2)$ và $b=(1;0;m)$. Góc giữa chúng bằng 45° khi $m=2-\sqrt{6}$
- c) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ a và b thỏa mãn $|a|=2\sqrt{3}, |b|=3$ và $(a,b)=30^\circ$. Độ dài của vectơ $3a-2b$ bằng 22
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $B(-1;-1;0)$ và $C(3;1;-1)$. Tọa độ điểm M thuộc trục Oy và M cách đều B, C là $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$

Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Gọi φ là góc giữa hai vectơ $a=(1;2;0)$ và $b=(2;0;-1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng $\frac{2}{5}$.
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(-3;0;4)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng 6
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Số đo của góc $\widehat{ABC}$ là 45°
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. độ dài đoạn thẳng OA bằng 5

Câu 19: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$ và $D(-2;3;-1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{1}{6}$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm có tọa độ

$A(1;0;1), B(2;2;1), C(1;3;-1)$ Gọi M là điểm nằm trên tia Oy sao cho thể tích tứ diện

$ABCM$ bằng $\frac{1}{2}$. Tung độ của điểm M là 1

c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-2); B(3;1;0); C(2;2;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{6}$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm tạo thành tứ giác lồi $A(2;0;-1), B(-2;1;-3), C(1;2;2), D(0;-1;-5)$. Diện tích của tứ giác này có giá trị bằng $\frac{13\sqrt{6}}{2}$

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với

$A(-1;-2;4), B(-4;-2;0), C(3;-2;1)$ và $D(1;1;1)$. Độ cao của tứ diện kẻ từ D bằng 3

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho năm điểm tạo thành một hình chóp có đáy là tứ giác với $A(0;0;3), B(2;-1;0), C(3;2;4), D(1;3;5), E(4;2;1)$. Đỉnh của hình chóp tương ứng là Điểm C

c) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $a=(4;-2;-4), b=(6;-3;2)$. Giá trị của biểu thức $|(2a-3b)(a+2b)|$ bằng 200

d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a=(1;0;3)$ và $b=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $a.(a+b)$ bằng 23

Câu 21: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ a và b thỏa mãn $|a|=2\sqrt{3}, |b|=3$ và $(a,b)=30^\circ$. Độ dài của vectơ $3a-2b$ bằng 6

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết

$A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;-8)$. Độ dài đường cao DH của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{45}{7}$

c) Trong không gian $Oxyz$, Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O . Biết rằng $B(m;0;0)$, $D(0;m;0)$, $A'(0;0;n)$ với m, n là các số dương và $m+n=4$.

Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $BDA'M$ bằng $\frac{64}{27}$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tọa độ các đỉnh

$A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ và $A'(0;0;2a)$. Gọi D là trung điểm cạnh BB' và M

di động trên cạnh AA' . Diện tích nhỏ nhất của tam giác MDC' là $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, $D(0;m;0)$.

Tổng tất các các giá trị của tham số m để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 5 là 3

b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;1;1)$, $B(5;3;6)$, $C(-1;2;3)$. Diện tích

tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{523}$.

c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(2;1;1)$. Độ dài đoạn AB bằng

$\sqrt{6}$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $u=(1;1;2)$, $v=(-1;m;m-2)$. Khi

$\left| [u, v] \right| = \sqrt{14}$ thì $m=2$ hoặc $m=-3$

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $a(3;2;1)$, $b(3;2;5)$. Tọa độ vector tích có hướng

$[a, b]$ là $(8; -12; 0)$

- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $\sqrt{359}$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;2;-1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $a > 0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\frac{17}{6}$. Tổng $a+b+c$ bằng 5
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (-5; 3; -1)$, $b = (1; 2; 1)$, $c = (m; 3; -1)$.
Tìm tất cả giá trị của m sao cho $a = [b, c]$ là $m = 6$

Câu 24: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm có tọa độ là $A(1;2;0)$, $B(2;1;-1)$, $C(0;1;-1)$. Giá trị $\sin \angle ABC$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi $\vec{p}$ là vector cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tọa độ của vector $\vec{p}$ là $(9; -12; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-2)$, $B(3;1;0)$, $C(2;2;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng $\sqrt{7}$
- d) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $a = (4, -2, -4)$, $b = (6; -3; 2)$. Giá trị của biểu thức $|(2a - 3b)(a + 2b)|$ bằng 204

Câu 25: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vector $u = mi + 2j - 3k$, $v = mj + 2i + 4k$. Biết rằng $u \cdot v = 8$, khi đó giá trị của m bằng 5
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $u = (1; -2; 1)$ và $v = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vector đã

cho bằng 60°

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;2;0)$ và $A'(0;0;2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ là 90°

d) Trong không gian $Oxyz$, gọi J là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó

$$\cos J \text{ bằng } \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u}=(1;8;6)$, $\vec{v}=(-1;3;-2)$ và $\vec{w}=(0;5;4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}-2\vec{v}+\vec{w}$

Câu 2: Cho $\vec{a}=(2;-1;5)$, $\vec{b}=(0;3;-3)$, $\vec{c}=(1;4;-2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d}=2\vec{a}-\frac{1}{5}\vec{b}+3\vec{c}$.

Câu 3: Nếu tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là $(x; y; z)$ thì tọa độ của vectơ đối của $\vec{a}$ là gì?

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;1;-2)$ và $\vec{b}=(-2;3;-2)$.

a) Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$. b) Tìm $(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(2;0;-3)$. Hãy chỉ ra tọa độ của một vectơ $\vec{w}$ khác $\vec{0}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;9;-1)$, $B(9;4;5)$ và $G(3;0;4)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC nhận G là trọng tâm.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3;7;2)$, $N(5;1;-1)$ và $P(4;-4;-2)$.

Tìm tọa độ:

a) Trung điểm / của đoạn thẳng MN ;

b) Trọng tâm G của tam giác MNP .

Câu 8: Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{a}=(1;0;5)$ và $\vec{b}=(1;3;9)$.

a) Biểu diễn hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ qua các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

b) Biểu diễn hai vector $\vec{a}+\vec{b}$ và $2\vec{a}$ qua các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, từ đó xác định tọa độ của hai vector đó.

Câu 9: Với các giả thiết như trong Ví dụ 5, hãy xác định tọa độ của các chiếc máy bay sau 10 phút tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B).

Câu 10: Cho ba điểm $A(2;0;2), B(1;2;3), C(2;1;2)$.

a) Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$.

b) Tính các độ dài AB, BC, CA .

Câu 11: Trong Vật lí, ta biết rằng nếu lực $\vec{F}$ tác động vào một vật và làm vật dịch chuyển theo đoạn thẳng từ M đến N , thì công A sinh bởi lực $\vec{F}$ được tính bằng công thức $A=\vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}$. Hãy giải quyết bài toán được đặt ra ở phần Khởi động.

Câu 12: Trong tình huống mở đầu, hãy tính độ lớn của góc α .

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$.

a) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm tọa độ của M theo tọa độ của A và B .

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ của G theo tọa độ của A và B và C .

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm

$A(0;1;-2), B(2;-1;3), C(1;3;-2), D(5;-1;8)$.

a) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không?

b) Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $A(7;3;3), B(1;2;4), C(2;3;5)$.

a) Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

b) Tìm độ dài cạnh AB và AC .

c) Tính góc A .

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0), B(0;0;1)$ và $C(2;1;1)$.

a) Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng.

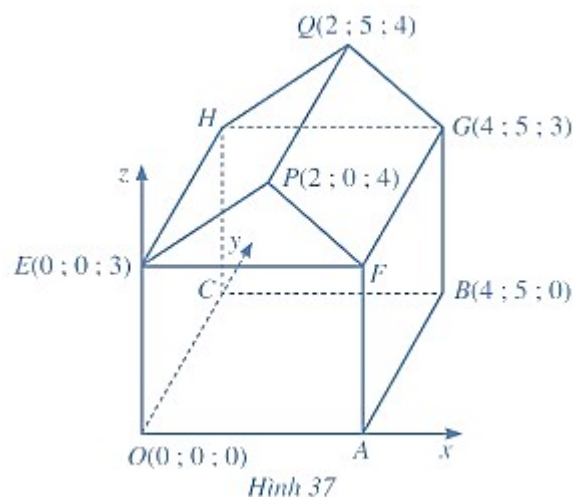
b) Tính chu vi của tam giác ABC .

c) Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Câu 17: Hình 37 minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

a) Tìm tọa độ của các điểm A, H và F .

b) Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với

$A(1;3;-2), B(3;2;-4), C(2;1;0), D(3;5;-1)$.

a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.

b) Chứng minh rằng BCD là tam giác đều.

c) Tính số đo của $\widehat{AMD}$ với M là trung điểm của BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 19: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0), B(0;20;0), C(-20;0;0), D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như Hình 4 . Tìm tọa độ của các lực nói trên (mỗi centimét biểu diễn 1 N).

