

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA  
CUỐI HK2 LỚP 12**

**KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 – LỚP 12**

**Bài thi môn: TOÁN**

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề gồm có ... trang)

**Phần I:**

**Câu 1:**  $\int 4x^3 dx$  bằng

- A.  $4x^4 + C$ .      B.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .      C.  $12x^2 + C$ .      D.  $x^4 + C$ .

**Câu 2:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A.  $f(x) = 2xe^{x^2}$ .      B.  $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$ .      C.  $f(x) = e^{2x}$ .      D.  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ .

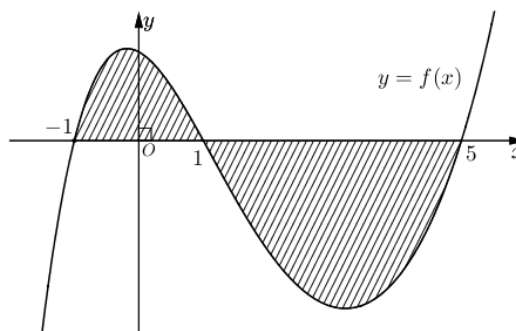
**Câu 3:** Biết  $\int_1^3 f(x) dx = 3$ . Giá trị của  $\int_1^3 2f(x) dx$  bằng

- A. 5.      B. 9.      C. 6.      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 4:** Biết  $F(x) = x^3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$  bằng

- A. 20.      B. 22.      C. 26.      D. 28.

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 5$ .



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$ .      B.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$ .

C.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$

D.  $S = - \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

**Câu 6:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$  và đồ thị hàm số  $y = x - x^2$ .

A.  $\frac{37}{12}$

B.  $\frac{9}{4}$

C.  $\frac{81}{12}$

D. 13

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

A.  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$

B.  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$

C.  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$

D.  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

**Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; 1)$  và  $B(1; 2; 3)$ . Viết phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

A.  $x + y + 2z - 3 = 0$

B.  $x + y + 2z - 6 = 0$

C.  $x + 3y + 4z - 7 = 0$

D.  $x + 3y + 4z - 26 = 0$

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $P(1; 1; -1)$  và  $Q(2; 3; 2)$

A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$

D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , có tất cả bao nhiêu giá nguyên của  $m$  để

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$  là phương trình một mặt cầu?

A. 4

B. 6

C. 5

D. 7

**Câu 11:** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A \cap B) = 0,2$  thì  $P(A|B)$  bằng:

A.  $\frac{3}{25}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{4}{5}$

**Câu 12:** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn  $P(A) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,6$ ;  $P(A|B) = 0,4$  thì  $P(B|A)$  bằng:

A. 0,5

B. 0,6

C. 0,8

D. 0,2

## Phần II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos x$  và  $g(x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ . Khi đó:

a)  $\int f(x) dx = 2 \sin x + C$ .

b)  $\int g(x) dx = -\cos x + C$ .

c)  $\int [f(x) + g(x)] dx = x + \sin x + C$

d)  $\int \frac{f(x)}{g(x) - 1} dx = 2x + C$  (biết  $x$  thỏa mãn  $g(x) \neq 1$ ).

**Câu 2:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , cho hàm số  $f(x) = \frac{2 - 4\sqrt{x}}{x}$ . Khi đó:

a)  $\int_1^9 f'(x) dx = \frac{8}{9}$ .

b)  $\int_1^9 f(x) dx = -16 + 2 \ln 9$ .

c)  $\int_1^9 xf(x) dx = \frac{160}{3}$

d)  $\int_1^9 [f'(x) + 2x \cdot f(x)] dx = -\frac{472}{9}$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 2; -1)$  và  $B(3; 2; -4)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$ .

a) Đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$  cắt nhau tại  $B$ .

b) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$  là  $a = (1; 0; -1)$ .

c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$  là  $30^\circ$ .

d) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .

**Câu 4:** Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

a) Xác suất của biến cố  $\overline{A}$  là 0,7.

b) Xác suất của biến cố  $B$  là 0,49.

c)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là  $\frac{5}{7}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Giả sử hàm số  $f(x) = e^x + \sin x$  có họ nguyên hàm  $F(x) = ae^x + b \cos x + C$ , trong đó  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Giá trị của biểu thức  $P = a^2b$  là bao nhiêu?

**Câu 2.** Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo

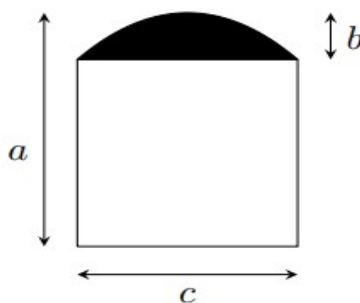
$$v(t) = 20 - 5t \quad (0 \leq t \leq 4)$$

thời gian  $t$  (giây) được tính theo công thức . Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

**Câu 3.** Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía

trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước  $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$ . Biết số tiền để

làm  $1m^2$  cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



$$A(1; 2; 1)$$

$$(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0.$$

**Câu 4.** Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm

( $\beta$ )

( $\alpha$ )

và mặt phẳng

Mặt phẳng song song với mặt phẳng và cách A một khoảng bằng 1. Khi đó mặt phẳng

(β) dạng  $x - by + cz + d = 0$ , trong đó  $b, c, d$  là các số thực dương. Giá trị của biểu thức  $S = 3b - c + d$  là bao nhiêu?

**Câu 5.** Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm  $M(1; 2; -2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$ .

Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

. Khi đó giá trị của biểu thức:  $P = b^2 + c^2$  là bao nhiêu?

**Câu 6.** Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình  $z = 0$ , đồng

thời thuộc mặt cầu có  $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$  (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi

J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?



## ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1:**  $\int 4x^3 dx$  bằng

- A.  $4x^4 + C$  .      B.  $\frac{1}{4}x^4 + C$  .      C.  $12x^2 + C$  .      **D.**  $x^4 + C$  .

**Lời giải**

Ta có  $\int 4x^3 dx = x^4 + C$  .

**Câu 2:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A.**  $f(x) = 2xe^{x^2}$  .      B.  $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$  .      C.  $f(x) = e^{2x}$  .      D.  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$  .

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$  .

**Câu 3:** Biết  $\int_1^3 f(x) dx = 3$  . Giá trị của  $\int_1^3 2f(x) dx$  bằng

- A. 5 .      B. 9 .      **C.** 6 .      D.  $\frac{3}{2}$  .

**Lời giải**

Ta có:  $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2.3 = 6$  .

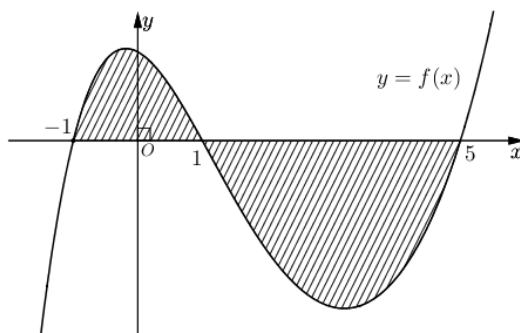
**Câu 4:** Biết  $F(x) = x^3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  . Giá trị của  $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$  bằng

A. 20.      B. 22.      C. 26.      **D.** 28.

**Lời giải**

Ta có  $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = [x + F(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28$  .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1$  và  $x = 5$ .



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$

B.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

C.  $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$

D.  $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

**Lời giải**

Ta có:  $S = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$

**Câu 6:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$  và đồ thị hàm số  $y = x - x^2$ .

A.  $\frac{37}{12}$

B.  $\frac{9}{4}$

C.  $\frac{81}{12}$

D. 13

**Lời giải**

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$  và đồ thị hàm số  $y = x - x^2$  là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 |x^3 - x - (x - x^2)|dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x)dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x)dx \right| \\ &= \left| \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_{-2}^0 + \left| \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_0^1 = \left| -\left( \frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4 \right) \right| + \left| \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) \right| = \frac{37}{12} \end{aligned}$$

- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?
- A.  $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$       B.  $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$       C.  $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$       D.  $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

**Lời giải**

Mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 4; -1)$ .

- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; 1)$  và  $B(1; 2; 3)$ . Viết phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .
- A.  $x + y + 2z - 3 = 0$       B.  $x + y + 2z - 6 = 0$       C.  $x + 3y + 4z - 7 = 0$       D.  $x + 3y + 4z - 26 = 0$

**Lời giải**

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(0; 1; 1)$  và nhận vectơ  $\vec{AB} = (1; 1; 2)$  là vectơ pháp tuyến

$$(P): 1(x - 0) + 1(y - 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$$

- Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $P(1; 1; -1)$  và  $Q(2; 3; 2)$
- A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$       B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$
- C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$       D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$

**Lời giải**

Ta có  $\vec{PQ} = (1; 2; 3)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $P, Q$

Khi đó  $d$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_d = \vec{PQ} = (1; 2; 3)$

Phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $P(1; 1; -1)$  là  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ .

- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , có tất cả bao nhiêu giá nguyên của  $m$  để

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$$
 là phương trình một mặt cầu?

A. 4

B. 6

C. 5

D. 7

### Lời giải

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Theo bài ra  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$  có 7 giá trị của  $m$  nguyên thỏa mãn bài toán.

**Câu 11:** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn  $P(B)=0,6; P(A \cap B)=0,2$  thì  $P(A|B)$  bằng:

A.  $\frac{3}{25}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{4}{5}$

### Lời giải

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

**Câu 12:** Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn  $P(A)=0,3; P(B)=0,6; P(A|B)=0,4$  thì  $P(B|A)$  bằng:

A. 0,5

B. 0,6

C. 0,8

D. 0,2

### Lời giải

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,4}{0,3} = 0,8$$

## ĐÁP ÁN

### PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

| Câu 1: | Câu 2: | Câu 3: | Câu 4: |
|--------|--------|--------|--------|
| a) Đ   | a) Đ   | a) Đ   | a) S   |

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| b) S | b) Đ | b) Đ | b) S |
| c) Đ | c) S | c) Đ | c) S |
| d) S | d) S | d) Đ | d) S |

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2\cos x$  và  $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ . Khi đó:

a)  $\int f(x)dx = 2\sin x + C$

b)  $\int g(x)dx = -\cos x + C$

c)  $\int [f(x) + g(x)] dx = x + \sin x + C$

d)  $\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = 2x + C$  (biết  $x$  thỏa mãn  $g(x) \neq 1$ ).

### Lời giải

| Ý       | a) | b) | c) | d) |
|---------|----|----|----|----|
| Kết quả | Đ  | S  | Đ  | S  |

a) Đúng.

$$\int f(x)dx = \int 2\cos x dx = 2 \int \cos x dx = 2\sin x + C$$

b) Sai.

$$\int g(x)dx = \int 2\sin^2 \frac{x}{2} dx = \int (1 - \cos x) dx = x - \sin x + C$$

c) Đúng.

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx = x + \sin x + C$$

d) Sai.

$$\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = \int \frac{2\cos x}{2\sin^2 \frac{x}{2} - 1} dx = \int \frac{2\cos x}{-\cos x} dx = \int (-2) dx = -2x + C$$

**Câu 2:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , cho hàm số  $f(x) = \frac{2 - 4\sqrt{x}}{x}$ . Khi đó:

a)  $\int_1^9 f'(x) dx = \frac{8}{9}$

b)  $\int_1^9 f(x) dx = -16 + 2 \ln 9$

c)  $\int_1^9 xf(x) dx = \frac{160}{3}$

d)  $\int_1^9 [f'(x) + 3x \cdot f(x)] dx = -\frac{472}{9}$

**Lời giải**

| Ý       | a) | b) | c) | d) |
|---------|----|----|----|----|
| Kết quả | Đ  | Đ  | S  | S  |

a) Đúng.

$$\int_1^9 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^9 = \frac{2 - 4\sqrt{9}}{9} - \frac{2 - 4\sqrt{1}}{1} = \frac{8}{9}$$

b) Đúng.

$$\int_1^9 f(x) dx = \int_1^9 \left( \frac{2}{x} - 4x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \left( 2 \ln x - 8\sqrt{x} \right) \Big|_1^9 = (2 \ln 9 - 8\sqrt{9}) - (2 \ln 1 - 8\sqrt{1}) = 2 \ln 9 - 16$$

c) Sai.

$$\int_1^9 xf(x) dx = \int_1^9 \left( 2 - 4x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \left( 2x - \frac{8}{3}x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_1^9 = (18 - 72) - \left( 2 - \frac{8}{3} \right) = -\frac{160}{3}$$

d) Sai.

$$\int_1^9 [f'(x) + 3x \cdot f(x)] dx = \int_1^9 f'(x) dx + 3 \int_1^9 x \cdot f(x) dx = \frac{8}{9} + 3 \cdot \left( -\frac{160}{3} \right) = -\frac{1432}{9}$$

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 2; -1)$  và  $B(3; 2; -4)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$

- a) Đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$  cắt nhau tại  $B$ .
- b) Một vector chỉ phương của đường thẳng  $AB$  là  $a = (1; 0; -1)$ .
- c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$  là  $14^\circ$ .
- d) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .

### Lời giải

| Ý       | a) | b) | c) | d) |
|---------|----|----|----|----|
| Kết quả | Đ  | Đ  | Đ  | Đ  |

a) Đúng.

Ta có  $A \notin (P), B \in (P)$  nên đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$  cắt nhau tại  $B$ .

b) Đúng.

Ta có  $\vec{AB} = (3; 0; -3)$  nên đường thẳng  $AB$  có một vector chỉ phương là  $a = (1; 0; -1)$ .

c) Đúng.

Ta có  $\sin(AB; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$ . Do đó  $(AB; (P)) \approx 14^\circ$ .

d) Đúng.

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  nhận  $u = (2; 2; 1)$  làm vector chỉ phương nên có phương trình chính tắc là  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .

**Câu 4:** Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi  $A$  là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

a) Xác suất của biến cố  $\overline{A}$  là 0,7.

b) Xác suất của biến cố  $B$  là 0,49.

c)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện  $B$  là  $\frac{35}{49}$ .

### Lời giải

| Ý       | a) | b) | c) | d) |
|---------|----|----|----|----|
| Kết quả | S  | S  | S  | S  |

a) Sai.

Vì  $P(A)=0,7$  nên  $P(\bar{A})=1-0,7=0,3$ .

b) Sai.

Vì  $P(AB)=0,35; P(\bar{A}B)=0,6 \Rightarrow P(B)=P(AB)+P(\bar{A}B)=0,95$ .

c) Sai.

Vì  $P(AB)=0,35 \neq 0,7.0,95=P(A).P(B)$  nên  $A$  và  $B$  không phải là hai biến cố độc lập.

d) Sai.

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,35}{0,95}=\frac{7}{19}$$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Giả sử hàm số  $f(x)=e^x+\sin x$  có họ nguyên hàm  $F(x)=ae^x+b\cos x+C$ , trong đó  $a,b \in \mathbb{R}$ .

Giá trị của biểu thức  $P=a^2b$  là bao nhiêu?

### Lời giải

**Trả lời:**  $P=-1$

Ta có  $F(x)=\int(e^x+\sin x)dx=\int e^x dx+\int \sin x dx=e^x-\cos x+C$

Suy ra:  $a=1, b=-1 \Rightarrow P=a^2b=-1$

**Câu 2.** Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo

$$v(t)=20-5t \quad (0 \leq t \leq 4)$$

thời gian  $t$  (giây) được tính theo công thức . Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

### Lời giải

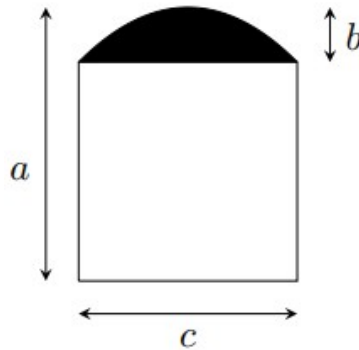
**Trả lời: 40 (m)**

Xe dừng khi  $v(t) = 20 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 4 \left( v(t) \geq 0, \forall t \in [0; 4] \right)$

Quãng đường xe đi chuyển từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (20 - 5t) dt = \left( 20t - \frac{5}{2}t^2 \right) \Big|_0^4 = 40(m)$$

**Câu 3.** Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước  $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$ . Biết số tiền để làm  $1m^2$  cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



### Lời giải

**Trả lời: 4.7 triệu đồng**

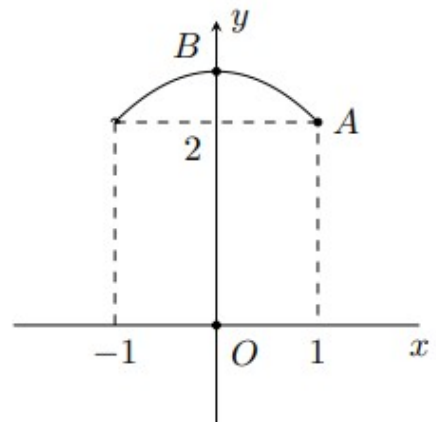
Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c$  là Parabol đi qua  $A(1; 2)$  và có đỉnh là  $B(0; 2.5)$

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} a + b + c = 2 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 2.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0.5 \\ b = 0 \\ c = 2.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = -0.5x^2 + 2.5$$

$$\text{Diện tích cái cửa: } S = \int_{-1}^1 (-0.5x^2 + 2.5) dx = \frac{14}{3} m^2$$

Do đó số tiền để làm cửa là  $\frac{14}{3} \approx 4.7$  triệu đồng



**Câu 4.** Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm  $A(1;2;1)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$ .  
 Mặt phẳng  $(\beta)$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  và cách A một khoảng bằng 1. Khi đó mặt phẳng  $(\beta)$  dạng  $x - by + cz + d = 0$ , trong đó  $b, c, d$  là các số thực dương. Giá trị của biểu thức  $S = 3b - c + d$  là bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời: 8**

Vì  $(\alpha) \parallel (\beta)$  nên  $(\beta): x - 2y + 2z + d = 0$

$$d[A, (\beta)] = 1 \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ d = 4 \end{cases}$$

Ta có:

Do  $b, c, d$  là số thực dương nên  $b = 2, c = 2, d = 4 \Rightarrow S = 8$

**Câu 5.** Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm  $M(1;2;-2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$ .

Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

. Khi đó giá trị của biểu thức:  $P = b^2 + c^2$  là bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời: 40**

Mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P = (2; 1; -3)$

Do đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên  $\vec{u} = \vec{n}_P = (2; 1; -3)$  (1) là một vector chỉ phương của đường thẳng

Theo đề bài phương trình tham số của đường thẳng  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$  nên vector chỉ phương có dạng  $\vec{u}' = (-4; b; c)$  (2)

Từ (1), (2) suy ra:  $b = -2, c = 6 \Rightarrow P = 40$

**Câu 6.** Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình  $z = 0$ , đồng

thời thuộc mặt cầu có  $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$  (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?



**Lời giải**

**Trả lời:** 3(m)

Mặt cầu (S) có tâm  $I(32; 50; 10)$  và bán kính  $R = \sqrt{109}$

Trong không gian Oxyz, mặt sân có phương trình  $z = 0$  trùng với mặt phẳng (Oxy), suy ra hình chiếu vuông góc của I xuống mặt sân có tọa độ  $J(32; 50; 0)$

Trong tam giác vuông IJM, ta có  $IJ = 10, IM = R$ , suy ra  $JM = \sqrt{IM^2 - IJ^2} = 3$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>