**BÀI TẬP TỔNG HỢP HÌNH LỚP 9 – PS 5**

**CHỦ ĐỀ: ĐIỂM CHUYỂN ĐỘNG TRÊN ĐƯỜNG CỐ ĐỊNH**

**Bài 1:** Cho (O; R) và một điểm A cố định ở ngoài đường tròn sao cho OA = 2R. Qua A kẻ một cát tuyến d cắt đường tròn tại 2 điểm B và C (B nằm giữa A và C). Tiếp tuyến AM, AN tiếp xúc với đường tròn (O) tại M và N. Gọi I là trung điểm của BC.

a) Chứng minh các điểm A, M, O , I , N cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của OA và MN. Chứng minh OA  MN và AH.AO = AB.AC .

c) Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AM, AN lần lượt tại E và F. Tính chu vi tam giác AEF theo R.

d) Khi cát tuyến d quay quanh A thì trọng tâm G của tam giác MBC chạy trên đường nào?

**Bài 2:** Cho (O; R) và dây AB cố định. C là điểm chính giữa của cung AB, từ C kẻ đường kính CD. N là một điểm bất kì trên cung nhỏ AD. CN cắt AB tại M.

a) Chứng minh AM.MB = CM.CN.

b) CD cắt AB tại I. Chứng minh tứ giác MNDI nội tiếp.

c) Gọi S là giao điểm của AB với DN. Chứng minh AM.SB = SA.BM

d) Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABN khi N chuyển động trên cung nhỏ AD.

**Bài 3:** Cho (O; R) và dây AB cố định (AB < 2R) và một điểm M tùy ý trên cung lớn AB (M khác A và B). Gọi I là trung điểm của dây AB và (O’) là đương tròn qua M và tiếp xúc với AB tại A. Đường thẳng MI cắt (O), (O’) lần lượt tại các điểm thứ hai là N và P.

a) Chứng minh IA2 = IP.IM

b) Chứng minh tứ giác ANBP là hình bình hành.

c) Chứng minh IB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBP

d) Chứng minh khi M di chuyển thì trọng tâm G của tam giác PAB chạy trên một cung tròn cố định.

**Bài 4:** Cho ba điểm A, B, C trên một đường thẳng theo thứ tự ấy và một đường thẳng d vuông góc với AC tại A. Vẽ đường tròn đường kính BC và trên đó lấy một điểm M bất kì. Tia CM cắt đường thẳng d tại D, tia AM cắt đường tròn tại điểm thứ hai N, tia DB cắt đường tròn tại điểm thứ hai P.

 a) Chứng minh tứ giác ABMD nội tiếp.

 b) Chứng minh tích CM.CD không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

 c) Tứ giác APND là hình gì? Tại sao?

 d) Chứng minh trọng tâm G của ∆MAC chạy trên một đường tròn cố định khi M di động.

**Bài 5:** Cho (O; R) và (O ; R’) (R > R’) tiếp xúc ngoài tại A và một dây cung AB cố định của (O). Một cát tuyến di động qua A cắt (O) tại M và cắt (O’) tại N. Đường thẳng qua N và song song với AB cắt MB tại Q và cắt (O’) tại điểm thứ hai P.

 a) Chứng minh OM // O’N

 b) Chứng minh 

 c) Tứ giác ABQP là hình gì? Tại sao?

 d) Chứng minh trọng tâm G của ∆MAB chạy trên một đường tròn cố định.

**Bài 6:** Cho (O; R) đường kính AB, dây CD vuông góc với AB tại H. Điểm M di động trên đoạn CD, tia AM cắt (O) tại N. Chứng minh:

 a) Tứ giác MNBH nội tiếp.

 b) MC.MD = MA.MN và tích AM.AN không đổi.

 c) AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ∆CMN.

 d) Khi M di động trên đoạn CD, trọng tâm G của ∆CAN chạy trên đường tròn xác định.

**Bài 7:** Cho điểm M cố định nằm ngoài (O; R). Qua M vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi C là điểm bất kì trên cung nhỏ AB của (O). Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB, MA, MB.

 a) Chứng minh A, D, C, E cùng thuộc một đường tròn.

 b) AC cắt DE tại P; BC cắt DF tại Q. Chứng minh ∆PAE đông dạng với ∆PDC. Từ đó suy ra PA.PC = PD.PE.

 c) Chứng minh AB // PQ

 d) Khi C di động trên cung nhỏ AB của (O) thì trọng tâm G của ∆ABC di chuyển trên đường nào?

**Bài 8:** Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. Điểm M tùy ý trên nửa đường tròn. Gọi N và P lần lượt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB.

 a) Chứng minh ∆ONP vuông cân và suy ra dây NP có độ dài không đổi.

 b) Tính diện tích hình viên phân tạp thành bởi dây NP và cung nhỏ NP.

 c) Gọi các giao điểm của: AP và BN là E; tia AN và tia BP là C; tia CE và AB là D. Chứng minh các tứ giác CNEP và DONP nội tiếp.

 d) Tìm quỹ tích trọng tâm G của ∆ABC khi M chạy trên nửa đường tròn (O)?

**Bài 9:** Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. Điểm M tùy ý trên nửa đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba lần lượt cắt Ax, By tại C và D.

 a) Chứng minh CD = AC + BD; góc COD bằng 90o.

 b) Chứng minh AC.BD = R2.

 c) Biết OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Chứng minh EF = R.

 d) Khi M chạy trên đường tròn đường kính AB thì trọng tâm G của ∆OEF chạy trên đường nào?

**Bài 10:** Cho (O) trên đó có điểm A cố định. Kẻ tia Ax tiếp xúc với (O) tại A. Lấy ddiemr M trên tia Ax, kẻ tiếp tuyến MB với đường tròn. Gọi I là trung điểm của MA và K là gia điểm thứ hai của BI với (O). Tia MK cắt (O) tại điểm thứ hai C.

 a) Chứng minh ∆MIK đồng dạng với ∆BIM.

 b) Chứng minh BC // MA.

 c) Có vị trí nào của M để tứ giác AMBC là hình bình hành không? Tại sao?

 d) Chứng minh M di động trên tia Ax thì trực tâm H của ∆MAB chạy trên một đường tròn cố định.

**Bài 11:** Cho (O) đường kính AB cố định. Hai tia Ax và Ay thay đổi cắt đường tròn (O) tại M và N sao cho góc xAy bằng 45o. BM cắt Ay tại E, BN cắt Ax tại F.

 a) Chứng minh tứ giác MNEF nội tiếp.

 b) Tính độ dài MN theo R

 c) Chứng minh EF luôn song song với một đường thẳng cố định và có độ dài không đổi.

 c) Khi góc xAy quay quanh A, hãy chứng minh trung điểm của EF thuộc một đường tròn cố định.

**Bài 12:** Cho hai đường tròn (O ; R) và (O1 ; R1) cắt nhau tại A và B, đường thẳng đi qua B và vuông góc với AB cắt (O) , (O1) lần lượt tại C và D. Gọi E là một điểm thuộc cung nhỏ BC của (O), đường thẳng BE cắt (O1) tại điểm thứ hai là F. Hai đường thẳng CE và DF cắt nhau tại M. Gọi N là giao điểm của AM và (O1).

 a) Chứng minh tứ giác ACMD nội tiếp.

 b) Chứng minh BN // CM

 c) Gọi K là điểm đối xứng của D qua F. Chứng minh rằng K thuộc một đường tròn cố định khi E thay đổi trên cung nhỏ BC của (O).