# **BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG**

## **A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**1. ĐỊNH NGHĨA**

**a) Nhận biết dãy vô hạn**

- Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi . Số  được gọi là công sai của cấp số cộng.

- Cấp số cộng  với công sai  được cho bởi hệ thức truy hồi



**Chú ý.** Để chứng minh  là một cấp số cộng, hãy chứng minh hiệu hai số hạng liên tiêp  không đổi.

**2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT**

Nếu cấp số cộng  có số hạng đầu  và công sai  thì số hạng tồng quát  của nó được xác định theo công thức



**3. TỔNG CỦA n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ CỘNG**

Cho cấp số cộng  với công sai . Đặt . Khi đó



**Chú ý.** Sử dụng công thức , ta có thể viết tổng  dưới dạng



## **B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**

## **Dạng 1. Nhận dạng 1 dãy số là cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

Sử dụng định nghĩa là một cấp số cộng khi và chỉ khi  với *d* là một hằng số.

Để chứng minh dãy số là một cấp số cộng, ta xét 

* Nếu *d* là hằng số thì là một cấp số cộng với công sai *d.*
* Nếu *d* phụ thuộc vào *n* thì không là cấp số cộng.

**2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1.** Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng.

a) Dãy số với 

b) Dãy số với 

** Lời giải**

**Ví dụ 2.** Chứng minh các dãy số sau không phải là cấp số cộng.

a) Dãy số với 

b) Dãy số với 

** Lời giải**

## **Dạng 2. Xác định số hạng , công sai và số hạng tổng quát của cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

* Xác định một cấp số cộng là xác định số hạng đầu  và công sai d
* Từ những giải thiết ta thường lập hệ phương trình theo ẩn số  và d rồi giải hệ đó.

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho cấp số cộng  có  và . Tìm 

** Lời giải**

**Ví dụ 2:** Một cấp số cộng có  số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai  của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

** Lời giải**

**Ví dụ 3:** Cho cấp số cộng  có  và . Tìm số hạng .

** Lời giải**

**Ví dụ 4:** Cho cấp số cộng  có  và . Tìm số hạng .

Cho cấp số cộng có  và . Tính số hạng đầu  và công sai  của cấp số cộng.

** Lời giải**

## **Dạng 3. Tính tổng các số hạng trong một cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

Tính tổng n số hạng đầu tiên nhờ công thức: 

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho cấp số cộng  có  và  Tính tổng số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

** Lời giải**

**Ví dụ 2:** Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên

** Lời giải**

**Ví dụ 3:** Tính tổng  với  và 

** Lời giải**

**Ví dụ 4:** Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

** Lời giải**

**Ví dụ 5:** Cho cấp số cộng  có công sai  và  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  của  số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

** Lời giải**

**Ví dụ 5.** Biết  Tính 

** Lời giải**

## **Dạng 4: Giải phương trình ( tìm x trong cấp số cộng)**

### **1. Phương pháp**

Ba số (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi 

Sử dụng các tính chất của cấp số cộng

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho các số  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm 

** Lời giải**

**Ví dụ 2:** Nếu các số  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì  bằng bao nhiêu?

** Lời giải**

**Ví dụ 3:** Với giá trị nào của  và  thì các số  theo thứ tự đó lập thành một cấp số công?

** Lời giải**

## **Dạng 5. Chứng minh một hệ thức trong cấp số cộng lập thành cấp số cộng, bài toán có sử dụng yếu tố cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

Nếu  là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối cùng đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là 

**Hệ quả:** Ba số (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi 

Sử dụng các tính chất của cấp số cộng

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Chứng minh rằng ba số dương  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi các số  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

** Lời giải**

**Ví dụ 2.** Cho là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, chứng minh rằng

a)  b) 

** Lời giải**

**Ví dụ 3.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3a và ba cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a.

** Lời giải**

**Ví dụ 4.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: .

** Lời giải**

**Ví dụ 5.** Tìm giá trị của tham số  để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: .

** Lời giải**

**C. GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 2.8.** Xác định công sai, số hạng thứ 5, số hạng tổng quát và số hạng thứ 100 của mỗi cấp số cộng sau:

a) ; b) 

** Lời giải**

**Bài 2.9.** Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số  sau và xét xem nó có phải là cấp số cộng không. Nếu dãy số đó là cấp số cộng, hãy tìm công sai  và viết số hạng tổng quát của nó dưới dạng.
a) ;

b);
c) ;

d) .

** Lời giải**

**Bài 2. 10.** Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 18 và số hạng thứ 12 bằng 32 . Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

** Lời giải**

**Bài 2. 11.** Một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 5 và công sai bằng 2 . Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này đề có tổng bằng 2 700 ?

** Lời giải**

Vậy phải lấy 50 số hạng đầu.
**Bài 2. 12.** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mối năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

** Lời giải**

**Bài 2.13.** Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế?

** Lời giải**

**Bài 2.14.** Vào năm 2020 , dân số của một thành phố là khoảng 1,2 triệu người. Giả sử mỗi năm, dân số của thành phố này tăng thêm khoảng 30 nghìn người. Hãy ước tính dân số của thành phố này vào năm 2030 .

** Lời giải**

## **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

**Câu 2.** Cho cấp số cộng có số hạng đầu  công sai  Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

**Câu 3.** Viết ba số hạng xen giữa các số  và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

**A.** 7; 12; 17, **B.** 6; 10; 14. **C.** 8; 13; 18. **D.** 6; 12; 18.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 4.** Cho hai số  và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho  số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai  Tìm n.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 5.** Biết các số  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với  Tìm n.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 6.** Cho cấp số cộng  có các số hạng đầu lần lượt là .

Tìm số hạng tổng quát  của cấp số cộng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 7.** Cho cấp số cộng  có  và  Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 8.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 9.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 10.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 11.** Cho cấp số cộng  có  và  Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 12.** Cho cấp số cộng  có  và  Gọi  là tổng  số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 13.** Cho cấp số cộng  có  và  Tìm số hạng đầu tiên 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 14.** Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của  số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ  của cấp số cộng đó là  có giá trị là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 15.** Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai  của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 16.** Tổng  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  với . Tìm số hạng đầu tiên  và công sai  của cấp số cộng đã cho.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 17.** Tổng  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  với . Tìm số hạng tổng quát  của cấp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 18.** Cho cấp số cộng  có  và . Khi đó  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 19.** Cho cấp số cộng , biết: . Tính công sai  cảu cấp số cộng đó.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 20.** Cho cấp số cộng  Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 21.** Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Tính tổng  của $24$ số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 22.** Một cấp số cộng có  số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai  của câp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 23.** Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Tìm công sai  của câp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 24.** Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 25.** Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 26.** Cho cấp số cộng  thỏa Tìm công sai  của cấp số cộng  biết 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 27.** Cho cấp số cộng  thỏa . Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 28.** Tính tổng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 29.** Tính tổng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 30.** Cho cấp số cộng  có công sai $d,$ các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác $0.$ Với giá trị nào của  thì dãy số  là một cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 31.** Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là:

**A.**  và  **B.**  và  **C.**  và  **D.**  và 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 32.** Ba góc  của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 33.** Một tam giác vuông có chu vi bằng  và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 34.** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

**A.** 1635. **B.** 1792. **C.** 2055. **D.** 3125.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 35.** Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,.Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

**A.** 73. **B.** 75. **C.** 77. **D.** 79.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 36.** Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

**A.** 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 37.** Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,… và cứ thế tiếp tục đến ô thứ . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

**A.** 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 38.** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**A.** 5.2500.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng.

**C.** 4.000.000 đồng. **D.** 4.245.000 đồng.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*