# **BÀI 4: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG**

## **A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**I. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG**

Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

**II. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT**

**Định lí 1 (dấu hiệu nhận biết hai mặt phẳng song song):**
Nếu mặt phẳng  chứa hai đường thẳng cắt nhau  và  cùng song song với mặt phẳng  thì  song song với .

**Định lí 2 (Tính chất về hai mặt phẳng song song):**
Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.
Từ định lí trên, ta có thể chứng minh được các hệ quả sau:
**Hệ quả 1.** Nếu đường thẳng  song song với mặt phẳng  thì có duy nhất một mặt phẳng  chứa  và song song với mặt phẳng .
**Hệ quả 2.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

**Định lí 3**
Cho hai mặt phẳng song song  và . Nếu mặt phẳng  cắt mặt phẳng  thì cũng cắt mặt phẳng  và hai giao tuyến của chúng song song với nhau.

**III. ĐỊNH LÍ THALÈS**

**Định lí 4 (Định lí Thalès)**
Nếu  là hai cát tuyến bất kì cắt ba mặt phẳng song song  lần lượt tại các điểm  và  thì 

## **B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 1.** Bạn Chung cho rằng: Nếu mặt phẳng  chứa hai đường thẳng  và  cùng song song với mặt phẳng  thì  luôn song song với . Phát biểu của bạn Chung có đúng không? Vì sao?

**Lời giải**

Trường hợp a cắt  thì theo dấu hiệu nhận biết hai mặt phẳng song song thì ý kiến đúng.

Trường hợp a không cắt  thì a // b
Ta có: a thuộc (P), a // (Q)
b thuộc mà a // b
Do đó: . Vậy ý kiến đúng.

**Bài 2.** Trong mặt phẳng  cho hình bình hành . Qua  lần lượt vẽ bốn đường thẳng  đôi một song song với nhau và không nằm trong mặt phẳng . Một mặt phẳng cắt  lần lượt tại bốn điểm . Chứng minh rằng  ' là hình bình hành.

**Lời giải**

Theo định lí 2 ta có: Chỉ có một và một mặt phẳng qua . Tương tự với các điểm .
Mà đề bài cho  đồng phẳng
Suy ra mặt phẳng chứa  song song với 
Do đó: 
Suy ra: 
Tương tự ta có: (2)
(1)(2) suy ra A'B'C'D' là hình bình hành.

**Bài 3.** Cho tứ diện . Lấy  lần lượt là trọng tâm của các tam giác , .
a) Chứng minh rằng .
b) Xác định giao tuyến của mặt phẳng  với mặt phẳng .

**Lời giải**

a) Gọi  là trung điểm của 
Ta có:  là trọng tâm , suy ra 
 là trọng tâm , suy ra
Suy ra  có  nên .
Mà EH thuộc (BCD) nên 
Tương tự ta có 
Do đó: 
b) Ta có:  nên 
mà  là điểm chung của hai mặt phẳng
Từ  kẻ  sao cho .
Vậy  là giao tuyến cần tìm.
**Bài 4.** Cho hai hình bình hành  và  không cùng nằm trong một mặt phẳng.
a) Chứng minh rằng .

b) Gọi  là trọng tâm của tam giác . Gọi  là mặt phẳng đi qua  và song song với mặt phẳng . Lấy  là giao điểm của  và . Tính 

**Lời giải**

a) Ta có:  ( là hình bình hành)
Mà  thuộc  thuộc 
Nên 
b) Trong , kẻ đường thẳng  qua 
Ta có:  cắt  tại  cắt EF tại J (1)
Trong có I thuộc  mà 
Suy ra từ I kẻ (2)
(1)(2) suy ra  trùng  và 
Ta có:  cắt  tại . M thuộc  , IH thuộc  và .
Suy ra: IH cắt  tại 
Ta có các hình bình hành , 
Gọi  là trung điểm của 

trọng tâm .
Suy ra:  có:  suy ra: .
Định lí Ta-lét:  mà CH = IB (IBCH là hình bình hành)
Suy ra: 
Ta có: nên 

Do đó: 
Mà  (là hình bình hành)
Suy ra:  hay 
Ta có: 
Mà  là trung điểm 

Nên 
Do đó: .

# **BÀI 5: HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP**

## **A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**I. HÌNH LĂNG TRỤ**

**1. Định nghĩa**

Ta có định nghĩa sau:
Hình gồm hai đa giác  và các hình bình hành được gọi là hình lăng trụ, kí hiệu là 

*Chú ý:* Nếu đáy của lăng trụ là một tam giác, tứ giác, ngũ giác,  thì hình lăng trụ tương ứng gọi là hình lăng trụ tam giác, hình lăng trụ tứ giác, hình lăng trụ ngũ giác (Hình 71),...
Trong hình lăng trụ  :

* Hai đa giác  và  gọi là hai mặt đáy;
* Các hình bình hành , gọi là các mặt bên
* Các cạnh của hai mặt đáy gọi là các cạnh đáy;
* Các đoạn thẳng  gọi là các cạnh bên;
* Các đỉnh của hai mặt đáy gọi là các đỉnh của hình lăng trụ.

**2. Tính chất**

* Các cạnh bên của hình lăng trụ song song và bằng nhau.
* Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
* Hai mặt đáy của hình lăng trụ là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và bằng nhau.

**II. HÌNH HỘP**

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

Trong mỗi hình hộp, ta gọi:

* Hai mặt không có đỉnh chung là hai mặt đối diện;
* Hai cạnh song song không nằm trong một mặt là hai cạnh đối diện;
* Hai đỉnh không thuộc cùng một mặt là hai đỉnh đối diện;
* Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện là đuờng chéo.

**2. Tính chất**

Hình hộp là một hình lăng trụ nên hình hộp có các tính chất của hình lăng trụ, ngoài ra:

* Các mặt của hình hộp là các hình bình hành.
* Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai mặt đối diện của hình hộp song song với nhau.
*Nhận xét:* Ta có thể coi hai mặt đối diện bất kì của một hình hộp là hai mặt đáy của nó.

## **B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 1.** Cho hình hộp .
a) Chứng minh rằng .
b) Gọi  lần lượt là giao điểm của  với các mặt phẳng  và . Chứng minh rằng  lần lượt là trọng tâm của hai tam giác  và .
c) Chứng minh rằng .

**Lời giải**

a) Ta có:  nên  là hình bình hành
Suy ra:  nên 
Ta có: là hình bình hành nên . Suy ra: 
Mà chứa trong (3)
 suy ra 
b) Gọi  lần lượt là tâm hình bình hành 
Trong (BDD'B'): B'O cắt BD' mà B'O thuộc (ACB'), BD' cắt (ACB') tại 
Suy ra: B'O cắt BD' tại 
Tương tự ta có: DO' cắt BD' tại 
Ta có:  đồng dạng với  (do  )
Suy ra: 

Nên: 
Do đó:  là trọng tâm 
Chứng minh tương tự ta có:  là trọng tâm .
c) Ta có:  đồng dạng với 

Suy ra: 
Nên: 
Tương tự ta có: 
Nên: 
(1)(2) suy ra .

**Bài 2.** Cho hình hộp . Gọi  lần lượt là trung điểm của các cạnh . Chứng minh rằng:
a)  và ;
b) Tứ giác  là hình bình hành;
c) ;
d) .

**Lời giải**

a) Ta có:  là trung điểm của  nên 
 là trung điểm của  nên 
Theo định lí Ta-lét ta có: 
Suy ra:  nên 
b) Ta có:  mà  nên  hay  (1)
Ta có:  mà  nên  (2)
(1)(2) suy ra: là hình bình hành
c) Ta có: MNCQ là hình bình hành nên 
Mà CQ chứa trong 
Nên 

d) Gọi O là trung điểm của 
 có:  là trung điểm của 
Suy ra:  nên 
Mà 
Suy ra: OM = D'P (1)
Ta có: nên hay (2)
(1)(2) suy ra OMPD' là hình bình hành. Do đó: 
Mà chưa trong 
Suy ra: 
Mà MN chứa trong (câu c)
Do đó: 

**Bài 3.** Cho hình lăng trụ tam giác . Gọi  lần lượt là trung điểm của các cạnh  và .
a) Chứng minh rằng .
b) Gọi  là giao điểm của đường thẳng  với mặt phẳng . Chứng minh rằng  là trung điểm đoạn thẳng .

**Lời giải**

a) Gọi H là trung điểm của 
 có:  là trung điểm của  là trung điểm của 
Suy ra: 
Mà 
Do đó: . hay  (1)
Ta có:  nên 
Mà 
Nên: 
(1)(2) suy ra: EHB'F là hình bình hành. Do đó: 
Mà chứa trong 
Suy ra: 
 b)Gọi K là trung điểm 

Dễ dàng chứng minh được FKBB' là hình bình hành
Ta có: 
Mà 
Suy ra: 
Ta có: , mà 
Do đó: 
(1)(2) suy ra FKCC' là hình bình hành
Mà hai đường chéo của hình bình hành cắt nhau tại trung điểm mỗi đường
Nên C'K cắt CF tại trung điểm của hai đường thẳng
mà  chứa , CF cắt  tại I (đề bài)
Do đó: I là trung điểm của CF.