**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN TIỀN HẢI**

**ĐỀ HỌC SINH GIỎI TOÁN 8 NĂM 2022-2023**

**Câu 1. (4,5 điểm)**

1. Hai số x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện 

Chứng minh 

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử : 
2. Cho hai đa thức  và Tìm phần dư của chia cho 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Tìm nguyên để biểu thức nhận giá trị nguyên
2. Cho biểu thức 

Rút gọn biểu thức P và tìm giá trị nhỏ nhất của P

**Câu 3. (3,5 diểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Cho là đa thức bậc ba có hệ số cao nhất là số nguyên và thỏa mãn điều kiện : Chứng minh chia hết cho 3

**Câu 4. (6,5 điểm)** Cho tam giác nhọn các đường cao cắt nhau tại H.

1. Chứng minh : và 
2. Lấy điểm theo thứ tự thuộc đoạn BE và CF sao cho và . Chứng minh và AN vuông góc với NB
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Câu 5. (1,5 điểm)** Chứng minh rằng với mọi số dương ta luôn có bất đẳng thức sau :



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,5 điểm)**

1. **Hai số x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện **

**Chứng minh **

Ta có :



1. **Phân tích đa thức sau thành nhân tử : **

****

1. **Cho hai đa thức  và Tìm phần dư của chia cho **

Ta có :



Suy ra phần dư của f(x) chia cho g(x) là 2x-2

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. **Tìm nguyên để biểu thức nhận giá trị nguyên**

Ta có : 



Vì 

Vậy A nguyên khi x=1

1. **Cho biểu thức **

**Rút gọn biểu thức P và tìm giá trị nhỏ nhất của P**

****

Vậy với thì 

Với  ta có :



Vậy 

**Câu 3. (3,5 diểm)**

1. **Giải phương trình : **

Điều kiện : . Vì không là nghiệm của phương trình nên phương trình đã cho tương đương với :

Đặt ta có phương trình : 





Vậy phương trình có tập nghiệm 

1. **Cho là đa thức bậc ba có hệ số cao nhất là số nguyên và thỏa mãn điều kiện : Chứng minh chia hết cho 3**

Xét đa thức . Ta có :



Suy ra H(x) có nghiệm là 2020 và 2021

H(x) là đa thức bậc 3 có hai nghiệm là 2020 và 2021 nên H(x) có thêm nghiệm nữa là 

Gọi k là hệ số cao nhất của H(x) thì:



Suy ra . Ta có :  


Vậy chia hết cho 3

**Câu 4. (6,5 điểm) Cho tam giác nhọn các đường cao cắt nhau tại H.**

****

1. **Chứng minh : và **

Xét có : (g.g)

. Tương tự ta có : 



1. **Lấy điểm theo thứ tự thuộc đoạn BE và CF sao cho và . Chứng minh và AN vuông góc với NB**

Tam giác vuông tại E nên vuông tại F suy ra   


Tam giác có 

Theo giả thiết 

Mà 

Xét có : 

Mà 

1. **Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Ta có :



Tương tự : 

Từ 



Mặt khác khi tam giác ABC đều thì 

Từ (4) và (5) suy ra giá trị lớn nhất của T là 

**Câu 5. (1,5 điểm) Chứng minh rằng với mọi số dương ta luôn có bất đẳng thức sau :**

**(1)**

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có :





Do đó vế trái của (1) 

Đặt . Khi đó ta có :

. Điều này đúng vì . Suy ra đpcm

Đẳng thức xảy ra 