

1. më ®Çu

- Lý do chän ®Ò tui

Trong chương trình toán phổ thông nói chung và chương trình Đại số 10 nói riêng chúng ta đã làm quen với phương trình bậc bốn. Tuy nhiên các em học sinh mới gặp các phương trình bậc bốn dạng đơn giản như phương trình trùng phương, phương trình quy hồi... qua vài phép biến đổi học sinh có thể giải quyết một cách dễ dàng. Tuy vậy, khi gặp các phương trình bậc bốn không có dạng đặc biệt các em tỏ ra lúng túng và hâu như đều không giải được.

MÆt kh,c khi gi¶i c,c bµi to,n liên quan ®Ôn ph¬ng trxnh, hÖ ph¬ng trxnh: v« tû, l ng gi,c, m  vµ lôgarit, chúng ta c ng th ng ph¶i quy vÒ gi¶i ph¬ng trxnh b c cao, trong ®ã có ph¬ng trxnh b c b n. M t s  bµi to,n trong h nh học, trong vật lý sau khi tr¶i qua m t s  b c, cu i cùng c ng ®Òu ®i ®Ôn vi c ph¶i gi¶i m t ph¬ng trxnh b c b n. Cho d i ®ã chØ lµ m t b c nh  trong m t bµi to,n nhng n u kh ng gi¶i quyết ®îc b c nh  n y th  chúng ta c ng cha th  ®a ra k t luận c n bµi to,n ®ã.

Quá trình giải các bài toán giải phương trình bậc bốn đòi hỏi học sinh phải biết vận dụng các kiến thức cơ bản trong toàn bộ chương trình, các kỹ năng biến đổi từ dạng phức tạp và dạng đơn giản một cách linh hoạt. Học sinh cần có tư duy lôgíc, khả năng tổng hợp vận dụng thành thạo các kiến thức về phân tích đa thức thành nhân tử, biến đổi đồng nhất cũng như các kiến thức về bất đẳng thức. Từ đó giúp học sinh rèn luyện tư duy lôgíc, khả năng tưởng tượng, phát huy được tính tích cực, chủ động và vận dụng kiến thức vào thực tiễn.

Xu t ph,t t  t m quan trọng c n nội dung vµ t  th c trạng tr n, ®Ó học sinh c  th  d  d ng v n t n h n khi g Ep c,c bµi t p v o ph¬ng trxnh b c b n, gi p c,c em ph,t huy ®îc kh  n ng ph n t ch, t ng h p, kh,i qu,t ho, qua c,c bµi t p nh , c ng v i s  t ch lu  kinh nghi m c n b n th n qua nh ng n m gi¶ng d y, t i ®a ra s,ng ki n kinh nghi m “**M t s  ph¬ng ph,p gi¶i ph¬ng trxnh b c b n cho học sinh l p 10**”. S,ng

kiÕn kinh nghiÖm nµy ®· ®îc b¶n th©n t«i ,p dÔng trong qu, trxnh gi¶ng d¹y t¹i trêng THPT Hµm Rång.

- **Môc ®Ých nghiän cøu:** Gióp häc sinh hiÓu s©u vµ n¾m ch¾c h¬n c,c ph¬ng ph,p gi¶i ph¬ng trxnh bËc 4. Tõ ®ä nghiän cøu txm tßi s,ng t¹o nh»m n©ng cao chÊt lïng häc m¤n to,n trong trêng THPT, gãp phCn ®¹t kÕt qu¶ tét cho viÖc gi¶i c,c bµi to,n Hxnh häc, vËt lý, c,c bµi to,n vÒ ph¬ng trxnh v« tØ, lïng gi,c, mò, logarit...

- **Sæi tïng nghiän cøu:** Ph¬ng ph,p gi¶i ph¬ng trxnh bËc 4 ®èi víi häc sinh khèi 10 trêng THPT Hµm Rång.

- **Ph¬ng ph,p nghiän cøu :**

Ph¬ng ph,p thu thËp tµi liÖu

Ph¬ng ph,p ®iÖu tra

Ph¬ng ph,p ph©n tÝch

Ph¬ng ph,p tæng hîp

Ph¬ng ph,p ®,nh gi,

2. néi dung s,ng kiÕn kinh nghiÖm.

2.1. C¬ së lý luËn :

Ph¬ng trxnh bËc 4 ®Çy ®ñ lµ ph¬ng trxnh cä d¹ng:

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e = 0 \quad (a \neq 0)$$

Bµi to,n gi¶i ph¬ng trxnh bËc 4 rÊt ®îc chó træng trong c,c ®Ò thi häc sinh giải c,c cÊp, còng nh trong c,c tµi liÖu n©ng cao vµ nã còng xuÊt hiÖn rÊt nhiÖu trong c,c t¹p chÝ to,n häc hiÖn nay.

2.2. Thùc tr¹ng vÊn ®Ò tríc khi ,p dÔng s,ng kiÕn kinh nghiÖm:

- Trong ch¬ng trxnh THPT, do thêi lïng ch¬ng trxnh cä h¹n mµ m¶ng ph¬ng trxnh bËc bËc bèn cha ®îc trxnh bµy rå rµng, ®Çy ®ñ. Ngîc l¹i cßn rÊt s¬ lïc, chØ mang tÝnh chÊt giíi thiÖu qua mét sè bµi tËp ®¬n gi¶n.

- Do cha $\hat{R}ic$ h \ddot{O} thèng ki $\tilde{O}n$ thøc vµ cha $\hat{R}ic$ h $\acute{a}c$ $\hat{R}Cy$ $\hat{R}ñ$ c,c ph \neg ng ph,p $\hat{R}\acute{O}$ gi $\acute{P}i$ tøng d $\acute{a}ng$ ph \neg ng tr \times nh b $\acute{E}c$ bèn n $\acute{a}n$ khi gÆp, hÇu h $\acute{O}t$ h $\acute{a}c$ sinh th $\acute{E}y$ l $\acute{o}ng$ tøng vµ kh \ll ng cã h $\acute{I}ng$ gi $\acute{P}i$.

- Tuy nhi $\acute{a}n$, c,c d $\acute{a}ng$ b $\acute{u}i$ t $\acute{E}p$ v \acute{O} ph \neg ng tr \times nh b $\acute{E}c$ bèn th \times r $\acute{E}t$ phong phó, $\hat{R}a$ d $\acute{a}ng$ vµ phøc t $\acute{I}p$.

- $\acute{S}a$ sè h $\acute{a}c$ sinh cha cã ph \neg ng ph,p $\hat{R}\acute{O}$ gi $\acute{P}i$ tøng d $\acute{a}ng$ ph \neg ng tr \times nh b $\acute{E}c$ bèn n $\acute{a}n$ r $\acute{E}t$ nhi $\acute{O}u$ em thêng "bá qua" ho $\acute{A}c$ "bá dë" b $\acute{u}i$ to,n khi $\hat{R}\cdot$ quy v \acute{O} ph \neg ng tr \times nh d $\acute{a}ng$ n $\acute{u}y$.

2.3. C,c ph \neg ng ph,p gi $\acute{P}i$ ph \neg ng tr \times nh b $\acute{E}c$ 4 :

2.3. 1. Ph \neg ng ph,p $\hat{R}a$ ph \neg ng tr \times nh v \acute{O} d $\acute{a}ng$ t $\acute{Y}ch$.

Cho ph \neg ng tr \times nh: $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e = 0$ ($a \neq 0$)

(1)

a) Ph \neg ng ph,p:

C, ch 1: Nh $\acute{a}m$ c,c h $\acute{I}ng$ tö, sau $\hat{R}\acute{a}$ $\hat{R}Æt$ thøa sè chung $\hat{R}\acute{O}$ $\hat{R}a$ v \acute{O} tr,i v \acute{O} d $\acute{a}ng$ t $\acute{Y}ch$.

C, ch 2:

- **Bíc 1:** §o,n nghiÖm x_0 cña ph \neg ng tr \times nh dùa vµo c,c k $\acute{O}t$ qu¶ sau:

+ N $\acute{O}u$ $a+b+c+d+e=0$ th \times (1) cã nghiÖm $x = 1$.

+ N $\acute{O}u$ $a-b+c-d+e=0$ th \times (1) cã nghiÖm $x = -1$.

+ N $\acute{O}u$ a, b, c, d, e nguy $\acute{a}n$ vµ (1) cã nghiÖm h÷u tØ $\frac{p}{q}$ th \times p, q

theo thø tù lµ íc cña e vµ a.

- Bíc 2:

+ B»ng c,ch chia $\hat{R}a$ thøc ho $\acute{A}c$ d $\acute{I}ng$ l $\acute{I}c$ $\hat{R}\acute{a}$ Ho $\acute{a}cne$, ph \circ n t $\acute{Y}ch$ (1) thµnh:

$$(x-x_0)(ax^3+b_1x^2+c_1x+d_1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=x_0 \\ ax^3+b_1x^2+c_1x+d_1 = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

+ Gi $\acute{P}i$ ph \neg ng tr \times nh (1.1) b»ng c,ch:

- §o,n nghiÖm x_1 cña ph \neg ng tr \times nh (1.1) dùa vµo c,c k $\acute{O}t$ qu¶ sau:

+ Nếu $a+b_1+c_1+d_1=0$ thì (1.1) có nghiệm $x = 1$.

+ Nếu $a-b_1+c_1-d_1=0$ thì (1.1) có nghiệm $x = -1$.

+ Nếu a, b_1, c_1, d_1 nguyên và (1.1) có nghiệm hửu tần $\frac{p}{q}$ thì

p, q theo thoả điều kiện a .

+ Nếu $ac_1^3=b_1^3d_1(a,b_1 \neq 0)$ thì (1.1) có nghiệm $x = -\frac{c_1}{b_1}$.

- Phân tích (1.1) thành: $(x-x_1)(ax^2+b_2x+c_2)=0$ bằng cách chia x thành hai phần d_1 và b_2 .

* **Lý thuyết Hoắcne :**

Nếu $f(x)$ có nghiệm $x=x_0$ thì $f(x)$ chia nhau tại $x=x_0$, tức là:

$$f(x)=(x-x_0).g(x).$$

Trong đó: $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$

$$g(x) = b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \dots + b_1x + b_0$$

$$\begin{cases} b_{n-1} = a_n \\ b_{n-2} = x_0b_{n-1} + a_{n-1} \\ \dots \\ b_{i-1} = x_0b_i + a_i \\ \dots \\ b_0 = x_0b_1 + a_1 \end{cases} \quad \text{Ta có bảng sau (Lý thuyết Hoắcne).}$$

x_i	a_n	a_{n-1}	\dots	a_i	\dots	a_0
		x_0b_{n-1}	\dots	x_0b_i	\dots	x_0b_0
$x = x_0$	$b_{n-1}=a_n$	b_{n-2}	\dots	b_{i-1}	\dots	0

b) Ví dụ:

Ví dụ 1: Giải phương trình: $(x^2+3x-4)^2+3(x^2+3x-4)=x+4$

(1.2)

$$\begin{aligned} \text{Giải: Phân tích (1.2)} &\Leftrightarrow (x-1)^2(x+4)^2+3(x-1)(x+4)-(x+4)=0 \\ &\Leftrightarrow (x+4)[(x-1)^2(x+4)+3(x-1)-1]=0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x+4)x(x^2+2x-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \\ x=-1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy ph㊱ng tr❶nh cã 4 nghiÖm : $x=0$, $x= -4$, $x = -1 \pm \sqrt{5}$.

VÝ dô 2: Gi¶i ph㊱ng tr❶nh: $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = 0$

(1.3)

Gi¶i: Ta cã $a+b+c+d+e=0$ nn ph㊱ng tr❶nh cã 1 nghiÖm $x=1$.

§a ph㊱ng tr❶nh vÒ d¹ng: $(x-1)(x^3-3x^2-4x+12)=0$.

Ph㊱ng tr❶nh $x^3-3x^2-4x+12=0$ cã mét nghiÖm $x = 2$ nên

$$(1.3) \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x^2-x-6)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \\ x^2-x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-2 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy ph㊱ng tr❶nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt $x=1$, $x=2$, $x= -2$, $x=3$.

* **NhËn xĐt:** Ph㊱ng ph,p ®a ph㊱ng tr❶nh vÒ d¹ng tÝch lµ ph㊱ng ph,p thêng ®íc nghÜ ®Õn ®Çu ti¤n khi gi¶i ph㊱ng tr❶nh. Nhng nÕu viÖc ®a vÒ d¹ng tÝch gÆp khÃ khñn, chong ta nn nghÜ ®Õn viÖc sö dÔng c,c ph㊱ng ph,p kh,c.

2.3.2. Ph㊱ng ph,p ®Æt Èn phô.

D¹ng 1 (PT trïng ph㊱ng): $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)

(2)

a) Ph㊱ng ph,p:

- §Æt $t = x^2$ ($t \geq 0$), ®a (2) vÒ ph㊱ng tr❶nh bËc hai: $at^2 + bt + c = 0$ (2')

- Gi¶i (2'), nÕu (2') cã nghiÖm $t_0 \geq 0$ th× (2) cã nghiÖm $x = \pm\sqrt{t_0}$

*** Chó ý:**

- (2) v« nghiÖm \Leftrightarrow (2') v« nghiÖm hoÆc (2') cã nghiÖm $t_1 \leq t_2 < 0$
- (2) cã nghiÖm duy nhÊt \Leftrightarrow (2') cã nghiÖm $t_1 \leq 0 = t_2$

- (2) cã 2 nghiÖm ph©n biÖt \Leftrightarrow (2') cã nghiÖm $t_1 < 0 < t_2$ hoÆc $t_1=t_2>0$
- (2) cã 3 nghiÖm ph©n biÖt \Leftrightarrow (2') cã nghiÖm $0=t_1 < t_2$
- (2) cã 4 nghiÖm ph©n biÖt \Leftrightarrow (2') cã nghiÖm $0 < t_1 < t_2$

b) VÝ dô:

VÝ dô 1: T×m m ®Ó ph¬ng tr×nh sau cã 3 nghiÖm ph©n biÖt:

$$mx^4 - 2(m-1)x^2 + m-1 = 0$$

(2.1)

Gi¶i: §Æt $t = x^2$ ($t \geq 0$). Ph¬ng tr×nh trë thµnh:

$$mt^2 - 2(m-1)t + m-1 = 0$$

(2.2)

Ph¬ng tr×nh (2.1) cã 3 nghiÖm ph©n biÖt

\Leftrightarrow (2.2) cã 2 nghiÖm ph©n biÖt t_1, t_2 tho¶ m·n: $0=t_1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - m > 0 \\ \frac{m-1}{m} = 0 \\ \frac{2(m-1)}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 1 \text{ (kh«ng cã m tho¶ m·n)} \\ m = 1 \end{cases}$$

VËy kh«ng tåñ t¹i m ®Ó ph¬ng tr×nh cã 3 nghiÖm ph©n biÖt.

VÝ dô 2: T×m m ®Ó ph¬ng tr×nh sau cã 4 nghiÖm ph©n biÖt lËp thµnh cÊp sè céng: $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$

(2.3)

Gi¶i: §Æt $t = x^2$ ($t \geq 0$). Ph¬ng tr×nh trë thµnh:

$$t^2 - 2(m+1)t + 2m+1 = 0$$

(2.4)

(2.3) cã 4 nghiÖm ph©n biÖt \Leftrightarrow (2.4) cã 2 nghiÖm t_1, t_2 tho¶ m·n : $0 < t_1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - 2m - 1 > 0 \\ -\frac{b}{a} = 2(m+1) > 0 \quad \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \neq 0 \\ \frac{c}{a} = 2m + 1 > 0 \end{cases}$$

Khi $\Delta' > 0$ có 4 nghiệm của (2.3) là $t_1 = -\sqrt{t_2}; t_2 = -\sqrt{t_1}; t_1 = \sqrt{t_2}; t_2 = \sqrt{t_1}$

Bên cạnh đó ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 \quad (*) \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases}$$

Theo $\Delta' > 0$ ta có: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2(m+1) \\ t_1 t_2 = 2m + 1 \end{cases} \quad (**)$

Thay (*) vào (**) ta được:

$$\begin{cases} t_1 + 9t_1 = 2(m+1) \\ t_1 \cdot 9t_1 = 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10t_1 = m+1 \\ 9t_1^2 = 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2 - 32m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -\frac{4}{9} \end{cases}$$

Vì $m = 4$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$ là hai nghiệm của (2.3) cho 4

nghiệm phẳng biệt lập thunh cung sè céng.

D1ng 2: Phẳng trunh cung d1ng: $(a_1x + a_2)(b_1x + b_2)(c_1x + c_2)(d_1x + d_2) = m$,

$$\text{với } \begin{cases} a_1b_1 = c_1d_1 \\ a_1b_2 + a_2b_1 = c_1d_2 + c_2d_1 \end{cases}$$

(3)

a) Phẳng phẳng:

- Vì t là phẳng trunh đúi d1ng:

$$[a_1b_1x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)x + a_2b_2] \cdot [c_1d_1x^2 + (c_1d_2 + c_2d_1)x + c_2d_2] = m$$

$$- \text{Sau đó } t = a_1b_1x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)x + a_2b_2, \text{ suy ra } c_1d_1x^2 + (c_1d_2 + c_2d_1)x + c_2d_2 = t - a_2b_2 + c_2d_2.$$

Ta có (3) với phẳng trunh bằng hai ẩn t : $t(t - a_2b_2 + c_2d_2) = m$

* **Sau đó:** Khi $a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = 1$, phẳng trunh cung d1ng:

$(x + a_2)(x + b_2)(x + c_2)(x + d_2) = m$ với $b_2 + a_2 = d_2 + c_2$

ta có 4 nghiệm của phẳng trunh.

b) VÝ dô:

VÝ dô 1: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $(x-1)(x+1)(x+3)(x+5)=9$

(3.1)

Gi¶i: Ph¬ng tr×nh (3.1) $\Leftrightarrow (x-1)(x+5)(x+1)(x+3)=9$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 4x - 5)(x^2 + 4x + 3) = 9$$

§Æt $t = x^2 + 4x - 5$, ph¬ng tr×nh (3.1) trë thµnh: $t(t+8) = 9$

$$\Leftrightarrow t^2 + 8t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 9 \end{cases}$$

. Víi $t=1$ th× $x^2 + 4x - 5 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \pm \sqrt{10}$

. Víi $t=9$ th× $x^2 + 4x - 5 = -9 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

VËy ph¬ng tr×nh cã 3 nghiÖm : $x = -2 + \sqrt{10}$; $x = -2 - \sqrt{10}$; $x = -2$

VÝ dô 2: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $(2x-1)(x-1)(x-3)(2x+3)=-9$

(3.2)

Gi¶i: Ph¬ng tr×nh (3.2) $\Leftrightarrow (2x^2-3x+1)(2x^2-3x-9)=-9$

§Æt $t = 2x^2-3x+1$, suy ra $2x^2-3x-9=t-10$, ph¬ng tr×nh (3.2) trë thµnh:

$$t(t-10)=-9 \Leftrightarrow t^2-10t+9=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 9 \end{cases}$$

$$\text{. Víi } t=1 \text{ th× } 2x^2-3x+1=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{. Víi } t = 9 \text{ th× } 2x^2-3x+1=9 \Leftrightarrow 2x^2-3x-8=0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{4}$$

VËy ph¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt: $x=0$, $x=\frac{3}{2}$, $x=\frac{3 \pm \sqrt{73}}{4}$

D¹ng 3 : Ph¬ng tr×nh cã d¹ng:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 \quad (a \neq 0), \text{ víi } \frac{e}{a} = \left(\frac{d}{b} \right)^2; e \neq 0$$

(4)

a) Ph¬ng ph.p:

- Nhẽn $x \neq 0$ khẽng ph¶i lµ nghiÖm cña (4), chia hai vÖ cho $x^2 \neq 0$, ta ®îc:

$$a(x^2 + \frac{e}{a} \cdot \frac{1}{x^2}) + b(x + \frac{d}{b} \cdot \frac{1}{x}) + c = 0$$

- §Æt $t = x + \frac{d}{bx}$, suy ra $x^2 + \frac{e}{a} \cdot \frac{1}{x^2} = t^2 - 2 \cdot \frac{d}{b}$, ph¬ng tr×nh (4) trë thµnh:

$$at^2 + bt + c - 2a \frac{d}{b} = 0. \text{ §©y lµ ph¬ng tr×nh bËc hai quen thuéc.}$$

* **sÆc biÖt:** Khi $a=e$, ph¬ng tr×nh cã d¹ng: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ ($a \neq 0$)

ta còng cã c, ch gi¶i t¬ng tù.

b) VÝ dô:

VÝ dô 1: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $2x^4 - 21x^3 + 74x^2 - 105x + 50 = 0$ (4.1)

Gi¶i: Nhẽn thÊy $x = 0$ khẽng ph¶i lµ nghiÖm cña (4.1), chia hai vÖ cña (4.1) cho

$$x^2 \neq 0, \text{ ta ®îc ph¬ng tr×nh: } 2(x^2 + \frac{25}{x^2}) - 21(x + \frac{5}{x}) + 74 = 0$$

§Æt $t = x + \frac{5}{x}$ ($|t| \geq 2\sqrt{5}$), suy ra $x^2 + \frac{25}{x^2} = t^2 - 10$. Ph¬ng tr×nh (4.1) trë thµnh:

$$2t^2 - 21t + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = \frac{9}{2} \end{cases} \text{ (tháa m·n ®k)}$$

$$\text{. Víi } t = 6 \text{ thx } x + \frac{5}{x} = 6 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{. Víi } t = \frac{9}{2} \text{ thx } x + \frac{5}{x} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

VËy ph¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt lµ: $x=1, x=2, x=5,$

$$x = \frac{5}{2}.$$

VÝ dô 2: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $(x-2)^4 + (x-2)(5x^2-14x+13) + 1 = 0$

(4.2)

Gi¶i: §Æt $y=x-2$. Ph¬ng tr×nh trë thµnh: $y^4 + 5y^3 + 6y^2 + 5y + 1 = 0$

(4.3)

NhËn thÊy $y=0$ kh«ng lµ nghiÖm cña ph¬ng tr×nh (4.3), chia 2 vÖ cña (4.3) cho $y^2 \neq 0$ ta ®îc ph¬ng tr×nh :

$$(y^2 + \frac{1}{y^2}) + 5(y + \frac{1}{y}) + 6 = 0$$

§Æt $t = y + \frac{1}{y}$ ($|t| \geq 2$). Ph¬ng tr×nh trë thµnh:

$$t^2 + 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t & (\text{lo¹i}) \\ t & \end{cases}$$

$$\text{Víi } t = -4 \text{ thx } y + \frac{1}{y} = -4 \Leftrightarrow y^2 + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

VËy ph¬ng tr×nh cã 2 nghiÖm : $x = \pm \sqrt{3}$

* **NhËn xDt:** Ph¬ng tr×nh ban ®Çu kh«ng ph¶i lµ ph¬ng tr×nh d¹ng 3 nhng víi phĐp ®Æt Èn phô thÝch hîp, ta cã thÓ ®a ph¬ng tr×nh vÒ d¹ng 3.

D¹ng 4 : Ph¬ng tr×nh cã d¹ng : $(x + a)^4 + (x + b)^4 = c$

(5)

a) **Ph¬ng ph.p:**

- §a (5) vÒ d¹ng ph¬ng tr×nh trïng ph¬ng b»ng c, ch ®Æt $t = x + \frac{a+b}{2}$

b) VÝ dô: Gi¶i ph¬ng tr×nh : $(x + 1)^4 + (x + 3)^4 = 16$

(5.1)

Gi¶i: §Æt $t = x + 2$, ph¬ng tr×nh (5.1) trë thµnh:

$$(t-1)^4 + (t+1)^4 = 16 \Leftrightarrow 2t^4 + 12t^2 + 2 = 16$$

$$\Leftrightarrow t^4 + 6t^2 - 7 = 0 \text{ (Ph¬ng tr×nh trïng ph¬ng)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = 1 \\ t^2 = -7 \text{ (lo¹i)} \end{cases}$$

Víi $t^2 = 1$ thx $t = 1$ hoac $t = -1$. Tõ ®ã suy ra $x = -1$ hoac $x = -3$

VËy ph¬ng tr×nh cã 2 nghiÖm lµ : $x = -1$; $x = -3$

D¹ng 5: Ph¬ng tr×nh cã d¹ng :

$$m(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = nx^2, \text{ víi } ab = cd \neq 0, m \neq 0, n \neq 0 \quad (6)$$

a) Ph¬ng ph.p:

- NhËn thÊy $x=0$ kh«ng lµ nghiÖm cña (6), chia hai vÖ cho $x^2 \neq 0$, ta ®îc:

$$m(x + a+b + \frac{ab}{x})(x + c+d + \frac{cd}{x}) = n$$

- §Æt $t = x + a+b + \frac{ab}{x}$, ta ®a (6) vÒ ph¬ng tr×nh bËc hai Èn t:
 $mt(t-a-b+c+d)=n$

b) VÝ dô: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $4(x+5)(x+6)(x+10)(x+12) = 3x^2$
(6.1) Gi¶i: (6.1) $\Leftrightarrow 4(x+6)(x+10)(x+5)(x+12) = 3x^2$
 $\Leftrightarrow 4(x^2+16x+60)(x^2+17x+60) = 3x^2$

NhËn thÊy $x=0$ kh«ng lµ nghiÖm cña (6.1), chia hai vÖ cho $x^2 \neq 0$, ta ®îc:

$$4(x + 16 + \frac{60}{x})(x + 17 + \frac{60}{x}) = 3 \quad (6.2)$$

§Æt $t = x + 16 + \frac{60}{x}$, ph¬ng tr×nh trë thunh:

$$4t(t+1) = 3 \Leftrightarrow 4t^2 + 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\cdot \text{ Víi } t = \frac{1}{2} \text{ thx } 2x^2 + 31x + 120 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = -\frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\cdot \text{ Víi } t = -\frac{3}{2} \text{ thx } 2x^2 + 35x + 120 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-35 \pm \sqrt{265}}{4}$$

Vậy phẳng trính cã 4 nghiÖm ph©n biÖt: $x=-8$, $x=-\frac{15}{2}$,

$$\frac{-35 \pm \sqrt{265}}{4}.$$

D¹ng 6: Phẳng trính cã d¹ng:

$$a.A(x) + b.B(x) + c.C(x) = 0 \text{ víi } A(x).B(x) = C^2(x), B(x) \neq 0$$

(7)

a) Phẳng ph.p:

- Chia hai vÖ cho $B(x) \neq 0$ råi ®Æt $t = \frac{C(x)}{B(x)}$

- Phẳng trính (7) trë thµnh: $at^2 + ct + b = 0$.

b) VÝ dô: Gi¶i phẳng trính: $-x^3 + 2x^2 - 4x + 3 - (x^2 + x + 1)^2 = 0$

(7.1)

Gi¶i: Phẳng trính (7.1) $\Leftrightarrow 2(x-1)^2 - (x^2 + x + 1)^2 - (x^3 - 1) = 0$

chia hai vÖ cña (7.1) cho $(x^2 + x + 1)^2 \neq 0$ ta ®îc:

$$2 \cdot \left(\frac{x-1}{x^2 + x + 1} \right)^2 - 1 - \frac{x-1}{x^2 + x + 1} = 0$$

§Æt $t = \frac{x-1}{x^2 + x + 1}$, phẳng trính trë thµnh: $2t^2 - t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$

. Víi $t=1$ thx $\frac{x-1}{x^2 + x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 0$ (v« nghiÖm)

. Víi $t = -\frac{1}{2}$ thx $\frac{x-1}{x^2 + x + 1} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

Vậy phẳng trính ®· cho cã 2 nghiÖm $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

D¹ng 7: Phẳng trính cã d¹ng tæng qu,t: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ ($a \neq 0$).

a) Phẳng ph.p:

- Bíc 1: BiÖn ®æi phẳng trính vÒ d¹ng $a(x^2 + b_1x + c_1)^2 + B(x^2 + b_1x + c_1) + C = 0$

- Bíc 2: §Æt $t = x^2 + b_1x + c_1$, phẳng trính trë thµnh: $at^2 + Bt + C = 0$.

b) VÝ dô:

Gi¶i ph¬ng tr×nh: $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 20 = 0$

(8.1)

$$\begin{aligned} \text{Gi¶i: Ph¬ng tr×nh (8.1)} &\Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 - (x^2 - 2x) - 20 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 2x) - 20 = 0 \end{aligned}$$

§Æt $t = x^2 - 2x$ ($t \geq -1$), ph¬ng tr×nh trë thµnh:

$$t^2 - t - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t & (\text{lo¹i}) \\ t & (t/m) \end{cases}$$

$$\forall t = 5 \text{ th}x x^2 - 2x = 5 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{6}$$

VËy ph¬ng tr×nh cã 2 nghiÖm : $x = 1 \pm \sqrt{6}$.

2.3.3. Ph¬ng ph.p ®a vÒ hai luü thõa cïng bËc.

a) Ph¬ng ph.p: §a ph¬ng tr×nh vÒ d¹ng: $[f(x)]^2 = [g(x)]^2 \Leftrightarrow f(x) = \pm g(x)$

b) VÝ dô:

VÝ dô 1: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $x^4 = 24x + 32$

(9.1) Gi¶i: Ph¬ng tr×nh (9.1) $\Leftrightarrow x^4 + 4x^2 + 4 = 4x^2 + 24x + 36$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2)^2 = (2x + 6)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2 = 2x + 6 \\ x^2 + 2 = -(2x + 6) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 4 = 0 \\ x^2 + 2x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$$

VËy ph¬ng tr×nh cã 2 nghiÖm : $x = -1 + \sqrt{5}; x = -1 - \sqrt{5}$

VÝ dô 2: Gi¶i ph¬ng tr×nh: $x^4 + 4x - 1 = 0$

(9.2)

Gi¶i: Ph¬ng tr×nh (9.2) $\Leftrightarrow x^4 + 2x^2 + 1 = 2(x^2 - 2x + 1)$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1)^2 = [\sqrt{2}(x - 1)]^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = \sqrt{2}(x - 1) \\ x^2 + 1 = -\sqrt{2}(x - 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \sqrt{2}x + 1 + \sqrt{2} = 0 & (VN) \\ x^2 + \sqrt{2}x + 1 - \sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{4\sqrt{2} - 2}}{2}$$

VËy ph¬ng tr×nh cã 2 nghiÖm ph©n biÖt $x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{4\sqrt{2} - 2}}{2}$

2.3.4. Ph¬ng ph.p dïng hÖ sè bÊt ®Þnh:

a) Phân ng p: Xét phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (10)

- **Bíc 1:** Giả sử (10) phân tích thành $(x^2 + a_1x + b_1)(x^2 + a_2x + b_2) = 0$

Khi đó ta có: 

- **Bíc 2:** Xét phân tích $b_1b_2 = d$, điều kiện này có thể xảy ra với $b_1; b_2; a_1; a_2$.

- **Bíc 3:** Phân tích (10) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + a_1x + b_1 = 0 \\ x^2 + a_2x + b_2 = 0 \end{cases}$

* **Chú ý:** Phân tích này không đúng khi việc nhân tam thức c, c không xảy ra $a_1; b_1; a_2; b_2$ là $\neq 0$.

b) Vý dô:

Vý dô 1: Giải phương trình: $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$ (10.1)

Giai: Giả sử (10.1) phân tích thành $(x^2 + a_1x + b_1)(x^2 + a_2x + b_2) = 0$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ a_1a_2 + b_1 + b_2 = 3 \\ a_1b_2 + a_2b_1 = 2 \\ b_1b_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = -1 \\ b_2 = 1 \\ a_1 = 3 \\ a_2 = 1 \end{cases}$$

Phân tích (10.1) $\Leftrightarrow (x^2 + 3x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 1 = 0 \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases} \quad (VN) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Vậy phân tích có 2 nghiệm: $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

* **Nhận xét:** Tuy $b_1b_2 = -1$ ta thấy $b_1 = -1, b_2 = 1$, tuy nhiên $a_1 = 3, a_2 = 1$.

Vý dô 2: Tính a, b để phân tích $x^4 - 4x^3 + (4+a)x + b = 0$ (10.2)

có 2 nghiệm kđp phân tích.

Giải: Phân tích (10.2) cần 2 nghiệm kđp phòn biêt x_1, x_2 nǎn:

$$\begin{aligned} x^4 - 4x^3 + (4+a)x + b &= (x-x_1)^2(x-x_2)^2 \\ \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + (4+a)x + b &= x^4 - 2(x_1+x_2)x^3 + (x_1^2+x_2^2 + 4x_1x_2)x^2 - \\ &\quad 2x_1x_2(x_1+x_2)x + x_1^2x_2^2 \end{aligned}$$

§ång nhât 2 vñ, ta cã:

$$\begin{cases} -4 = -2(x_1 + x_2) \\ 0 = x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 \\ 4+a = -2x_1x_2(x_1 + x_2) \\ b = x_1^2x_2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \quad (1) \\ (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2 = 0 \quad (2) \\ 2x_1x_2(x_1 + x_2) = -4 - a \quad (3) \\ x_1^2x_2^2 = b \quad (4) \end{cases}$$

$$\text{Tõ (1), (2)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

Thõ vµo (3), (4) ta ®íc $a=b=4$.

Vñy víi $a=b=4$ thx phñng trñnh cã 2 nghiệm kđp phòn biêt.

2.3.5. Phñng ph.p ®. nh gi:

a) Phñng ph.p: Sö dñng c,c hñng ®½ng thøc, c,c bñt ®½ng thøc ®Ó ®.nh gi, 2 vñ cña phñng trñnh. Tõ ®ã ®a ra kñt luñn vñt nghiÖm cña phñng trñnh.

b) VÝ dô:

VÝ dô 1: Gi¶i phñng trñnh $x^4 + 8x^2 - 8x + 17 = 0$

(11.1)

$$\begin{aligned} \text{Gi¶i: Phñng trñnh (11.1)} &\Leftrightarrow x^4 - 8x^2 + 16 + 16x^2 - 8x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2 - 4)^2 + (4x - 1)^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\forall x \quad \begin{cases} (x^2 - 4)^2 \geq 0 \\ (4x - 1)^2 \geq 0 \end{cases} \text{ nǎn (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ 4x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vñy phñng trñnh vñt nghiÖm.

VÝ dô 2: Gi¶i phñng trñnh: $(x-8)^4 + (x-9)^4 = 1$

(11.2)

Gi¶i: DÔ thñy $x = 8 ; x = 9$ ®òu lµ nghiÖm cña (11.2)

XĐt c,c gi, trÞ cßn l¹i cña x:

$$+) \text{ Víi } x < 8, \text{ ta cã } 9 - x > 1 \Rightarrow (9 - x)^4 > 1, (x - 8)^4 > 0$$

Suy ra v̄O tr̄i c̄n̄a (11.2) lín h̄n̄ 1 n̄n̄ (11.2) v̄< nghiÖm.

+) Víi $x > 9$, ta cã $x - 8 > 1 \Rightarrow (x - 8)^4 > 1, (x - 9)^4 > 0$

Suy ra v̄O tr̄i c̄n̄a (11.2) lín h̄n̄ 1 n̄n̄ (11.2) v̄< nghiÖm.

+) Víi $8 < x < 9$ thx: $0 < x - 8 < 1 \Rightarrow (x-8)^4 < x-8$

$$0 < 9 - x < 1 \Rightarrow (x-9)^4 = (9-x)^4 < 9-x$$

$$\Rightarrow (x-8)^4 + (x-9)^4 < x-8 + 9-x = 1 \text{ n̄n̄ (11.2) v̄< nghiÖm.}$$

V̄y ph̄ng tr̄xnh cã 2 nghiÖm : $x = 8, x = 9$.

BµI TËP CñNG Cè.

Bµi 1: Gi¶i c,c ph̄ng tr̄xnh sau:

1) $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x + 2 = 0$

2) $x^4 -$

$$8x^3 + 7x^2 + 36x - 36 = 0$$

3) $x^4 - 4x^2 + 12x - 9 = 0$

4) $x^4 + (x-1)$

$$(x^2 + 2x + 2) = 0$$

5) $(x^2 - 4)(x^2 - 2x) = 2$

6) $(4x+1)(12x -$

$$1)(3x+2)(x+1) = 4$$

7) $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x-1)^2 = 13(x^3 - 1)$

8) $x^4 - 4x^3 + 8x$

$$= 5 .$$

9) $x^4 + (x-1)^4 = 97$

10) $x^4 - 5x^3 +$

$$8x^2 - 10x + 4 = 0$$

Bµi 2: Txm m ®Ó ph̄ng tr̄xnh sau cã 4 nghiÖm ph©n biÖt:

$$(x^2 - 1)(x + 3)(x + 5) = m.$$

Bµi 3: Txm k ®Ó ph̄ng tr̄xnh sau cã 4 nghiÖm ph©n biÖt: $x^4 - k^2x^2 + 2kx - 1 = 0$

Bµi 4: Cho ph̄ng tr̄xnh: $x^4 - 4mx^3 + (m+1)x^2 - 4mx + 1 = 0$

a) Gi¶i ph̄ng tr̄xnh víi $m = 1$

b) Txm m ®Ó ph̄ng tr̄xnh cã nghiÖm.

Bµi 5: Gi¶i vµ biÖn luËn ph̄ng tr̄xnh: $2x^4 + mx^2 + 2 = 0$.

2.4. HiÖu qu¶ cñna s,ng kiÖn kinh nghiÖm

- Th^ung qua b^ui d¹y trong ch^ung tr^xnh SGK lⁱp 10 n^ong cao, qua qu^u, tr^xnh l^um b^ui t^Ep trong SGK v^u SBT n^ong cao ®Ó ®_unh gi_u, n^ung l^uc c^un^ha h^uc sinh.

- Tríc khi h^uc v^u sau khi h^uc: "**C_uc ph^u-ng ph_up gi^ung ph^u-ng tr^xnh b^Ec b^en cho h^uc sinh lⁱp 10**", cho h^uc sinh l^um b^ui kiÓm tra v^u th^ung k^a k^Ot qu^u ®Ó th^Ey hiÓu qu^u ®¹t ®_uc c^un^ha s^ung kiÓn kinh nghiÓm.

- §èi t^ung ®_unh gi_u: h^uc sinh lⁱp 10A1 v^u 10A2 - Trêng THPT H^um R^{ang}.

§Ò kiÓm tra s^e 1 (Th^ui gian: 90 phót)

(Tríc khi ,p d^ong s^ung kiÓn kinh nghiÓm v^uo gi^ung d¹y)

C_ou 1 (6 ®iÓm): Gi^ui c_uc ph^u-ng tr^xnh sau:

- a) $x^4 + 2x^3 + 10x - 25 = 0$
- b) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$
- c) $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 37x - 14 = 0$

C_ou 2 (4 ®iÓm): Cho ph^u-ng tr^xnh: $x^4 + (2m-1)x^3 + (m^2-2m)x^2 - (m^2-m+1)x - m + 1 = 0$

- a) Gi^ui ph^u-ng tr^xnh v^ui m = -1.
- b) X_uc ®_unh m ®Ó ph^u-ng tr^xnh c^a 4 nghiÓm ph^ung biÖt.

§.p_un v^u thang ®iÓm ®Ò kiÓm tra s^e 1.

C_ou	Néi dung ch^unh	SiÓm
1.a (2®)	$\text{Phu-ng trxnh} \Leftrightarrow x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2 - 10x + 25$ $\Leftrightarrow (x^2 + x)^2 = (x - 5)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = x - 5 \\ x^2 + x = -x + 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5 = 0 \quad (VN) \\ x^2 + 2x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{6}$ V ^E y ph ^u -ng tr ^x nh c ^a nghiÓm $x = -1 \pm \sqrt{6}$	0.50 0.75 0.75
1.b (2®)	$\text{Phu-ng trxnh} \Leftrightarrow (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 24$ $\Leftrightarrow (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 24$	0.50

	<p>§Æt $t = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow x^2 + 5x + 6 = t + 2$.</p> <p>Ph¬ng tr×nh trë thunh: $t(t+2)=24 \Leftrightarrow \begin{cases} t=4 \\ t=-6 \end{cases}$</p> <p>. Víi $t=4$ th× $x^2 + 5x + 4 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-5 \end{cases}$</p> <p>. Víi $t=-6$ th× $x^2 + 5x + 4 = -6 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 10 = 0$ (VN)</p> <p>VËy ph¬ng tr×nh cã 2 nghiÖm $x=0, x= -5$.</p>	0.50 0.50 0.50 0.50
1.c (2®))	<p>Ph¬ng tr×nh $\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 2)(x^2 + x - 7) = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 2 = 0 \\ x^2 + x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2} \end{cases}$ <p>VËy ph¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm: $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}, x = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2}$</p>	1.00 1.00
2. (4®)) (1)	<p>Ph¬ng tr×nh $\Leftrightarrow (x-1)(x^3 + 2mx^2 + m^2x + m - 1) = 0$</p> $\Leftrightarrow (x-1)(x+m-1)[x^2 + (m+1)x + 1] = 0$ <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1-m \\ g(x)=x^2 + (m+1)x + 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$</p> <p>a) Víi $m=-1$: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ g(x)=x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$</p> <p>b) Ph¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt</p> $\Leftrightarrow 1-m \neq 1 \text{ vµ } (2) \text{ cã 2 nghiÖm ph©n biÖt kh,c 1 vµ kh,c } 1-m$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m \neq 1 \\ \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \\ g(1-m) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + 2m - 3 > 0 \\ m+3 \neq 0 \\ 3-2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < -3 \text{ or } m > 1 \\ m \neq -3 \\ m \neq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ \frac{3}{2} \neq m > 1 \end{cases}$ <p>VËy víi $m \in (-\infty; -3) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ th× ph¬ng tr×nh cã</p>	1.00 1.50 0.50 1.00

	4 nghiÖm ph©n biÖt.	
--	---------------------	--

KÖt qu¶ cña bµi kiÓm tra sè 1:

Lo¹i	Giái	Kh,	Trung b×nh	YÖu- KĐm
Tû lÖ (%)	0	10	20	70

§Ò kiÓm tra sè 2 (Thêi gian: 90 phót).

(Sau khi ,p dÔng s,ng kiÖn kinh nghiÖm vµo gi¶ng d¹y)

C©u 1(8 ®iÓm): Gi¶i c,c ph¬ng tr×nh sau:

a) $(x+3)^4+(x+5)^4=2$

b) $x^4 - 3x^2 - 4x - 3 = 0$

c) $2(x^2-x+1)^2+x^3+1=(x+1)^2$

d) $x^4 + x^3 - 17x^2 + 6x + 2 = 0$

C©u 2 (2 ®iÓm) : T×m m ®Ó ph¬ng tr×nh sau cã 4 nghiÖm ph©n biÖt:

$$x^4 - x^2 + 2mx - m^2 = 0$$

§.p ,n vµ thang ®iÓm ®Ò sè 2.

C© u	Néi dung chÝnh	siÓ m
1.a (2 ®))	<p>§Æt $t = x+4$. Ph¬ng tr×nh trë thµnh:</p> $(t-1)^4+(t+1)^4=2 \Leftrightarrow t^4+6t^2=0 \Leftrightarrow t=0$ <p>Víi $t=0$ th× $x= -4$.</p> <p>VËy ph¬ng tr×nh cã nghiÖm $x=-4$.</p>	1.00 1.00
1.b (2 ®))	<p>Ph¬ng tr×nh $\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 = x^2 + 4x + 4$</p> $\Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = (x + 2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = x + 2 \\ x^2 - 1 = -(x + 2) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases} (VN) \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$	0.50 0.50 1.00
1.c (2 ®))	<p>Ph¬ng tr×nh $\Leftrightarrow 2(x^2-x+1)^2+x^3+1-(x+1)^2=0$</p> <p>Chia hai vÖ cho $(x^2-x+1)^2 \neq 0$, ta ®îc:</p>	

	$2 + \frac{x+1}{x^2 - x + 1} - \left(\frac{x+1}{x^2 - x + 1} \right)^2 = 0$ <p>§Æt $t = \frac{x+1}{x^2 - x + 1}$, ph¬ng tr×nh trë thµnh:</p> $2 + t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> . Víi $t = -1$ th× $\frac{x+1}{x^2 - x + 1} = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 0$ (VN) . Víi $t = 2$ th× $\frac{x+1}{x^2 - x + 1} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>VËy ph¬ng tr×nh ®· cho cã 2 nghiÖm $x=1$, $x=\frac{1}{2}$.</p>	0.50 0.50 0.50 0.50 0.50
1.d (2®))	<p>Ph¬ng tr×nh $\Leftrightarrow (x^2 + 5x + 1)(x^2 - 4x + 2) = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 1 = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2} \\ x = 2 \pm \sqrt{2} \end{cases}$	1.00 1.00
2. (2®))	<p>Ph¬ng tr×nh $\Leftrightarrow x^4 = x^2 - 2mx + m^2$</p> $\Leftrightarrow x^4 = (x-m)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x - m \\ x^2 = m - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + m = 0 & (1) \\ x^2 + x - m = 0 & (2) \end{cases}$ <p>Ph¬ng tr×nh ®· cho cã 4 nghiÖm ph©n biÖt $\Leftrightarrow (1)$ vµ (2) ®Òu cã 2 nghiÖm ph©n biÖt nhng chóng kh«ng cã nghiÖm chung.</p> <p>+ (1) vµ (2) ®Òu cã 2 nghiÖm ph©n biÖt</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 > 0 \\ \Delta_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ 1 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < \frac{1}{4}$ <p>+ NÕu (1) vµ (2) cã nghiÖm chung x_0 th×:</p> $\begin{cases} x_0^2 - x_0 + m = 0 \\ x_0^2 + x_0 - m = 0 \end{cases}$ <p>Céng tõng vÕ: $2x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0$. Suy ra $m = 0$</p> <p>VËy ph¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt khi $m = 0$</p>	0.50 0.25 0.50 0.50 0.50 0.25

	$\in \left(-\frac{1}{4}; 0 \right) \cup \left(0; \frac{1}{4} \right)$	
--	---	--

Kết quả của bảng kiểm tra số 2.

Loại	Giải	Kh.	Trung bình	Yếu- đem
Tỷ lệ (%)	5	30	40	25

So sánh kết quả trước và sau khi học chuyển đổi:

Loại	Giải	Kh.	Trung bình	Yếu- đem
Tỷ lệ (%)	0	10	20	70
Trước khi học chuyển đổi				
Tỷ lệ (%)	5	30	40	25
Sau khi học chuyển đổi				
Tăng(+), giảm(-)	+	+	-	-

- Sau khi học chuyển đổi trước và sau khi học đã có sự thay đổi rõ rệt về thành tích học sinh. Số lượng học sinh đạt điểm cao (trên 70%) đã tăng từ 70% lên 75%. Số lượng học sinh đạt điểm trung bình (40%) đã giảm từ 20% xuống 15%. Số lượng học sinh đạt điểm thấp (0-10%) đã giảm từ 20% xuống 5%. Điều này cho thấy rằng việc học chuyển đổi đã mang lại hiệu quả tích cực đối với học sinh.

3. Kết luận và KIẾN NGHỊ.

3.1. Kết luận

Qua bảng thống kê, ta có thể thấy rằng kết quả học tập của các em học sinh lớp 10A1, 10A2 sau khi học chuyển đổi đã có sự cải thiện đáng kể. Số lượng học sinh đạt điểm cao (trên 70%) đã tăng từ 70% lên 75%. Số lượng học sinh đạt điểm trung bình (40%) đã giảm từ 20% xuống 15%. Số lượng học sinh đạt điểm thấp (0-10%) đã giảm từ 20% xuống 5%. Điều này cho thấy rằng việc học chuyển đổi đã mang lại hiệu quả tích cực đối với học sinh.

- Häc sinh cã kh¶ n"ng nhxn nhËn chÝnh x,c c,ch gi¶i mét ph¬ng trxnh bËc bèn.
- Häc sinh tù tin khi ph©n tÝch ®Ó lùa chän ph¬ng ph,p gi¶i hay, ng¾n gän cho tñng d¹ng ph¬ng trxnh bËc bèn.
- Hxnh thµnh ®îc t duy logic, k n"ng gi¶i c,c ph¬ng trxnh bËc bèn. §ång thêi t¹o høng thó trong häc tËp cho häc sinh.

Cô thÓ, qua hai bµi kiÓm tra tríc vµ sau khi häc: "**C,c ph¬ng ph,p gi¶i ph¬ng trxnh bËc bèn cho häc sinh líp 10**", t«i ®· thèng kª kÕt qu¶ vµ thÊy hiÖu qu¶ rå rÖt cña s,ng kiÕn kinh nghiÖm nµy.

3.2. KiÕn ngh¶ .

- Trong qu, trxnh d¹y häc vÒ ph¬ng trxnh, hÖ ph¬ng trxnh vµ bÊt ph¬ng trxnh nãi chung, t«i thÊy c,c ph¬ng ph,p gi¶i ph¬ng trxnh bËc bèn cha ®îc trxnh bµy mét c,ch ®Çy ®ñ. Vx vËy, kh«ng chØ häc sinh líp 10 mµ ngay c¶ häc sinh líp 11, 12 vÉn thÊy lóng tóng khi gÆp lo¹i ph¬ng trxnh nµy. RÊt mong cã th m nhiÒu tui liÖu h¬n n÷a viÖt vÒ ®Ò tui nµy ®Ó g p phÇn cho viÖc d¹y vµ häc ®¹t hiÖu qu¶ cao h¬n.
- ViÖc gi¶ng d¹y tr¤n líp cÇn ra d¹ng bµi t  m c ®é dÔ ®Õn kh , kÕt h p «n tËp v i giao bµi tËp vÒ nhµ, vµ kiÓm tra häc sinh, t e ch c cho häc sinh s,ng t¹o txm hiÓu nh÷ng ph¬ng ph,p gi¶i míi, nh÷ng c,ch gi¶i hay. BiÕt kh¾c s u nh÷ng kiÕn th c c¬ b¶n, c,c bµi tËp th ng gÆp ®Ó ®a vÒ d¹ng t eng qu,t. Tuy nhiên ®Çy lµ ®Ò tui kh  n n chØ ®a ra cuối tiÕt häc häc theo buổi häc ph  ®¹o chuyển ®Ò riêng.

Do thời gian cã h n n n viÖc nghi n c u kh«ng tr, nh kh i nh÷ng thiÓu s t. RÊt mong ®îc s u ® ng góp ý kiÕn c a c,c thÇy gi,o, c  gi,o vµ b n ® c...

Xin trân trọng cảm

nh!

XÁC NHẬN CỦA THỦ
TRƯỞNG ĐƠN VỊ

Thanh Hóa, ngày 03 tháng 5 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết,
không sao chép nội dung của người khác.

Người thực hiện

Nguyễn Bách Thuỷ