

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT THẠCH THÀNH 3**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**MỘT VÀI KINH NGHIỆM
PHÁT HUY TÍNH TÍCH CỰC, CHỦ ĐỘNG HỌC SINH
KHI HỌC MÔN GIẢI TÍCH 12 THÔNG QUA VIỆC
TĂNG CƯỜNG CÁC BÀI TOÁN LIÊN HỆ THỰC TẾ**

**Người thực hiện: Hoàng Thị Trang Nhung
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc lĩnh vực: Toán**

THANH HOÁ NĂM 2017

MỤC LỤC

Trang

I – MỞ ĐẦU

1.1. Lí do chọn đề tài.....	1
1.2. Mục đích nghiên cứu.....	2
1.3. Đối tượng nghiên cứu.....	2
1.4. Phương pháp nghiên cứu.....	3
1.5. Những điểm mới của sáng kiến kinh nghiệm.....	3

II – NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2.1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm	3
2.2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.....	5
2.3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.....	6
2.3.1. Bài toán có nội dung thực tiễn chương I – Giải tích 12.....	6
a) Bài toán ứng dụng về quãng đường tối ưu.....	6
b) Bài toán ứng dụng về diện tích, thể tích.....	9
2.3.2. Bài toán có nội dung thực tiễn chương II – Giải tích 12.....	12
a) Bài toán lãi suất ngân hàng.....	12
b) Bài toán tăng trưởng.....	15
2.3.3. Bài toán có nội dung thực tiễn chương III – Giải tích 12.....	17
2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm.....	18

III – KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận.....	19
3.2. Kiến nghị.....	20

Tài liệu tham khảo

I – MỞ ĐẦU

1.1. Lí do chọn đề tài

Toán học có liên hệ mật thiết với thực tiễn và có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học, công nghệ cũng như trong sản xuất và đời sống xã hội hiện nay. Những bài toán đặt ra xuất phát từ nhu cầu thực tiễn, từ bài toán cho kinh tế, sản xuất đến giải quyết các bài toán tăng trưởng... Nhiều tri thức toán học, ngay cả toán học đơn giản ở bậc phổ thông, có thể ứng dụng hiệu quả vào đời sống nhưng đòi hỏi những kỹ năng nhất định và một thói quen nhất định. Trang bị những kỹ năng này là công việc của nhà trường và sự rèn luyện của bản thân mỗi người. Rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn là điều cần thiết đối với sự phát triển của xã hội và phù hợp với mục tiêu của giáo dục toán học

Đảng và Nhà nước ta luôn coi trọng việc phát triển con người, coi con người là nguồn lực hàng đầu của đất nước. Con người được giáo dục và tự giáo dục luôn được coi là nhân tố quan trọng nhất vừa là động lực, vừa là mục tiêu cho sự phát triển bền vững của xã hội. Giáo dục Việt Nam đang tập trung đổi mới, hướng tới một nền giáo dục tiên bộ, hiện đại ngang tầm với các nước trong khu vực và trên thế giới. Ủy ban giáo dục của UNESCO đã đề ra bốn trụ cột của giáo dục trong thế kỉ XXI là: “*Học để biết (Learning to know), học để làm (Learning to do), học để cùng chung sống (Learning to live together), học để tự khẳng định mình (Learning to be)*” [7]. Các kiến thức học sinh được học phải gắn liền với thực tế. Chính vì thế vai trò của các bài toán có nội dung thực tế trong dạy học toán là không thể không đề cập đến. Và cũng vì lẽ đó mà các nhà giáo dục đã không ngừng cải cách, chỉnh sửa nội dung giảng dạy cho phù hợp với yêu cầu xã hội.

Tuy nhiên, những ứng dụng của toán học vào thực tiễn trong chương trình và sách giáo khoa, cũng như trong thực tế dạy học toán chưa được quan tâm một cách đúng mức và thường xuyên. Trong các sách giáo khoa và các tài liệu tham khảo về toán thường chỉ tập trung chú ý những vấn đề, những bài toán trong nội bộ toán học; số lượng ví dụ, bài tập toán có nội dung liên môn và thực tế còn rất ít. Bên cạnh đó, một vấn đề quan trọng nữa trong thực tế dạy toán ở trường phổ thông là các giáo viên không thường xuyên rèn luyện cho HS thực hiện những ứng dụng toán học vào thực tiễn mà theo Giáo sư Nguyễn Cảnh Toàn – nguyên thứ trưởng Bộ GD & ĐT đó là kiểu dạy toán “xa rời cuộc sống đời thường” cần phải thay đổi.

Có lẽ ai đã từng học toán, đang học toán đều có suy nghĩ rằng học toán ngoài những phép toán đơn giản như cộng, trừ, nhân, chia... thì hầu hết các kiến thức toán khác là rất trừu tượng với học sinh. Vì vậy việc học toán trở thành một áp lực nặng nề với học sinh. Nghĩ rằng toán học khô khan, mơ hồ, xa xôi, học chỉ để học, học chỉ để là công cụ để giải quyết các bài toán ở môn học khác, học toán chỉ mục đích phục vụ thi cử... Sự hồ nghi về tính ứng dụng thực tế của môn toán là không tránh khỏi, nhất là trong bối cảnh chương trình học còn hạn chế trong trình bày các nội dung liên hệ với thực tế.

Với mục đích giúp cho học sinh thấy rằng toán học là rất gần gũi với cuộc sống xung quanh, toán học rất thực tế và việc tiếp thu các kiến thức toán ở trường phổ thông không chỉ phục vụ mục đích thi cử mà nó còn là công cụ đắc lực để giúp các em giải quyết nhiều tình huống trong cuộc sống hàng ngày. Ngoài ra còn giúp giáo dục ý thức của học sinh tránh xa những cám dỗ mà nếu không có toán học với những con số khô khan thì các em không thể tưởng tượng ra được hậu quả. Trong quá trình thực hiện nhiệm vụ giáo dục, bản thân tôi nhận thấy những bất cập của chương trình sách giáo khoa, thấy được việc khơi dậy và bồi dưỡng hứng thú học tập của các em khi học toán qua các bài tập vận dụng thực tế là quan trọng. Nên tôi rất chú trọng, tích cực trong sáng tạo, tìm tòi, đưa các bài toán thực tế đến với các em học sinh. Đồng thời mạnh dạn phát triển thêm Sáng kiến kinh nghiệm năm 2015 ***“Một vài kinh nghiệm bồi dưỡng hứng thú học tập cho học sinh thông qua việc tăng cường các bài toán liên hệ thực tế”*** (SKKN đã được Hội đồng khoa học ngành chứng nhận, xếp loại B), tôi xin nêu ***“Một vài kinh nghiệm bồi dưỡng, phát huy tính tích cực chủ động học tập của học sinh khi học môn Giải tích 12 thông qua việc tăng cường các bài toán liên hệ thực tế”*** nhằm giúp học sinh thấy được tầm quan trọng khi học về các khái niệm toán học, từ đó giúp cho các em tích cực, chủ động và hứng thú hơn trong học tập môn toán, yêu nó hơn và học tập tốt hơn. Góp phần làm nổi bật nguyên lý: ***“Hoạt động giáo dục phải được thực hiện theo nguyên lý học đi đôi với hành, giáo dục kết hợp với lao động sản xuất, lý luận gắn liền với thực tiễn, giáo dục nhà trường gắn liền với giáo dục gia đình và giáo dục xã hội”*** [3]

1.2. Mục đích nghiên cứu

Từ lý do chọn đề tài, từ cơ sở thực tiễn giảng dạy khối 12 ở trường THPT, cùng với kinh nghiệm trong giảng dạy. Tôi đã hệ thống lại một số dạng bài tập liên hệ thực tế ứng với một số nội dung kiến thức giải tích 12 dưới dạng bài tập trắc nghiệm. Qua nội dung của đề tài này tôi mong muốn sẽ cung cấp cho học sinh phương pháp giải những bài toán ứng dụng thực tế, bên cạnh đó giúp học sinh thấy được ý nghĩa của việc học toán ở trường phổ thông có mối liên hệ chặt chẽ với cuộc sống hàng ngày. Từ đó khơi dậy hứng thú học tập, giúp các em yêu thích môn học hơn, có động lực hơn để học tập đạt kết quả tốt nhất. Và quan trọng hơn hết là nhằm rèn luyện cho các em kỹ năng và giáo dục cho các em tự tin hơn, chủ động hơn, sẵn sàng ứng dụng toán học một cách có hiệu quả trong các lĩnh vực kinh tế, sản xuất, xây dựng và bảo vệ Tổ quốc – như trong Nghị quyết TW4 (khoá VII) đã nhấn mạnh mục tiêu giáo dục: ***“Đào tạo những con người lao động tự chủ, năng động và sáng tạo, có năng lực giải quyết các vấn đề do thực tiễn đặt ra, tự lo được việc làm, lập nghiệp và thăng tiến trong cuộc sống, qua đó góp phần xây dựng đất nước giàu mạnh, xã hội công bằng, dân chủ, văn minh”*** [8]

1.3. Đối tượng nghiên cứu

- Các bài toán có nội dung thực tế liên quan đến các phần kiến thức:

- + Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số
- + Hàm số mũ, hàm số lôgarit
- + Nguyên hàm, tích phân

1.4. phương pháp nghiên cứu

Trong quá trình nghiên cứu tôi đã sử dụng một số phương pháp sau:

- + Nghiên cứu và phân tích các tài liệu giáo khoa và các tài liệu tham khảo có liên quan.
- + Phương pháp tạo tình huống có vấn đề.
- + Phương pháp thống kê, tổng hợp, so sánh.

1.5. Những điểm mới của sáng kiến kinh nghiệm

SKKN này được phát triển, tiếp nối từ SKKN chủ đề của năm 2015 tôi đã viết.

- Trong *SKKN năm 2015*, tôi đề cập đến việc tăng cường các bài toán ứng dụng thực tế dành cho chương trình *Đại số và Giải tích 10 và 11* [1]
- Trong *SKKN năm 2017* này, tôi đề cập đến việc tăng cường các bài toán ứng dụng thực tế dành cho chương trình *Giải tích 12* [2]

II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2.1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm

2.1.1. Rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn là phù hợp với xu hướng phát triển chung của thế giới và thực tiễn Việt Nam.

Thế giới đã bước vào kỉ nguyên kinh tế tri thức và toàn cầu hoá. Với sự phát triển mạnh mẽ của khoa học công nghệ, người lao động buộc phải chủ động, dám nghĩ, dám làm, linh hoạt trong lao động, hoà nhập với cộng đồng xã hội, đặc biệt phải luôn học tập, học tập suốt đời. “Giáo dục và học tập suốt đời sẽ cung cấp cho các cá nhân một giấy “thông hành để cơ động” mà họ rất cần có, nhằm tự điều chỉnh trước những đòi hỏi về sự mềm dẻo và sự thay đổi mà họ phải đối mặt, trong một thế giới đang chuyển động từ một xã hội công nghiệp hóa theo kiểu truyền thống sang một xã hội kiến thức đang xuất hiện và nổi trội lên” [9]. Chính vì thế trong giáo dục cần hình thành và phát triển cho học sinh năng lực vận dụng kiến thức để có thể tự mình giải quyết các vấn đề của cuộc sống cũng như năng lực tự học. Dẫn đến xu thế của việc cải cách giáo dục toán học trên thế giới là “hiện đại hoá một cách thận trọng và tăng cường ứng dụng” [12].

Ở Việt Nam, qua các kì cải cách giáo dục, chương trình môn toán đã có nhiều đổi mới, trong đó đặc biệt chú ý tới việc tăng cường các bài toán ứng dụng thực tế. Nó đã và đang thể hiện sự phù hợp và có tác dụng tích cực trong hoàn cảnh giáo dục nước ta.

2.1.2 Rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn là một yêu cầu có tính nguyên tắc góp phần phản ánh được tinh thần và sự phát triển theo hướng ứng dụng của toán học hiện đại.

Chủ tịch Hồ Chí Minh đã nhiều lần nhấn mạnh: “*Các cháu học sinh không nên học gạo, không nên học vẹt, ...học phải suy nghĩ, phải liên hệ với thực tế, phải có thí nghiệm và thực hành. Học và hành phải kết hợp với nhau*” [6]. Đồng chí Trường Chinh cũng đã nêu: “*Dạy tốt...là khi giảng bài phải liên hệ với thực tiễn, làm cho học sinh dễ hiểu, dễ nhớ và có thể áp dụng điều mình đã học vào công tác thực tiễn được. Bằng đồ dùng để dạy, chỉ cho học sinh thấy tận mắt, sờ tận tay, ...*”, “*Học tốt... là học sinh phải gắn liền với hành, với lao động*”

Hiện nay, Bộ giáo dục và đào tạo đang tiến hành lộ trình đổi mới đồng bộ phương pháp dạy học và kiểm tra đánh giá ở các trường phổ thông theo định hướng phát triển năng lực học sinh trên tinh thần *Nghị quyết 29 – NQ/TU về đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục và đào tạo*, đòi hỏi phải tăng cường yêu cầu học sinh vận dụng kiến thức vào giải quyết những vấn đề thực tiễn.

Những quan điểm trên thể hiện việc rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn là một yêu cầu có tính nguyên tắc góp phần phản ánh được tinh thần và sự phát triển theo hướng ứng dụng của toán học hiện đại.

2.1.3. Rèn luyện năng lực vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn, giúp học sinh có kỹ năng thực hành các kỹ năng toán học và làm quen dần với các tình huống thực tiễn.

Việc dạy toán ở nhà trường phổ thông hiện nay đang rơi vào tình trạng bị coi nhẹ thực hành và ứng dụng toán học vào đời sống. Mỗi liên hệ toán học với thực tế còn yếu. Giáo viên chỉ quan tâm, chú trọng việc hoàn thành những kiến thức lí thuyết trong quy định chương trình sách giáo khoa, mà không chú trọng dạy bài tập toán cho các em, đặc biệt những bài toán có nội dung thực tiễn, dẫn đến tình trạng học sinh thường lúng túng, thậm chí không hoàn chỉnh được những bài toán thực ra là rất cơ bản và ở mức độ trung bình.

Tìm hiểu qua các phương tiện thông tin đại chúng, ta có thể so sánh được phần nào hiệu quả của công tác giáo dục ở các nước trên thế giới. Tại sao nước ta lượng sinh viên ra trường bị thất nghiệp rất lớn? Có bằng đại học nhưng không được nhận vào làm như các lao động chỉ mới tốt nghiệp THPT? Tại sao nhiều học sinh - sinh viên tốt nghiệp nhưng rất ngỡ ngàng trước nhiều công tác cần đến toán học ở hợp tác xã, công trường, xí nghiệp? Không làm chủ được các tình huống về bài toán kinh tế đơn giản trong cuộc sống. Phải chăng những cái học sinh - sinh viên được học không ứng dụng được vào trong lao động sản xuất, hay là do không biết vận dụng kiến thức vào giải quyết các vấn đề thực tiễn? Có nhiều nguyên nhân, trong đó có nguyên nhân từ tình hình “dạy và học toán hiện nay ở nước ta đang rơi vào tình trạng quá coi nhẹ thực hành và ứng dụng vào cuộc sống” [10]. “Dạy và học toán còn tách rời cuộc sống đời thường” [11].

Bởi thế, dạy cho học sinh kiến thức thôi chưa đủ. Cần cho học sinh thấy những tình huống thực tế sẽ được áp dụng ở phần kiến thức mà học sinh được học và hướng dẫn học sinh giải quyết các vấn đề đó. Để câu trả lời của học sinh về câu hỏi: “Học toán để làm gì” không đơn giản là: “học để biết”, “Học để thi” mà thấy được việc học toán gắn gũi với đời sống hàng ngày. Tạo sự hứng thú, sáng tạo trong học tập.

2.2- Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Như trong sáng kiến kinh nghiệm cùng chủ đề năm 2015 tôi đã trình bày: “Trong các sách giáo khoa toán hiện hành về đại số và giải tích ở trường THPT, **có rất ít** bài toán thực tế. Sự phân bố các bài toán liên hệ thực tế cũng không đồng đều. Những chương có tính ứng dụng cao mới có vài ví dụ, bài tập”

Trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi cũng đã liệt kê những chương **không hề có** một bài toán vận dụng nào của từng khối. Đồng thời đề xuất những chương, bài hoàn toàn có thể đưa thêm bài tập vận dụng để học sinh học hứng thú hơn. Tuy nhiên vì điều kiện có hạn, tôi mới trình bày được nội dung gắn với kiến thức sách giáo khoa đại số và giải tích lớp 10 và 11.

Trong sáng kiến kinh nghiệm lần này, tôi tập trung đi vào nội dung sách giáo khoa giải tích lớp 12. Thực trạng cho thấy:

- *Chương I - Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số*, chỉ có duy nhất một ví dụ ứng dụng thực tế ở bài “Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số”. Phần bài tập có nêu ra bài tập 2, bài tập 3 (trang 24) có “hơi hướng” vận dụng thực tế, nhưng thực ra không phải là nội dung mới vì khi học về ý nghĩa hình học hệ quả của bất đẳng thức Cauchy (Đại số lớp 10 – chương 4 - §1) học sinh đã được làm dạng này. Và chỉ cần áp dụng kiến thức lớp 10 học sinh có thể trả lời nhanh chóng và chính xác yêu cầu bài toán. Nhất là với tinh thần đổi mới trong kiểm tra đánh giá hiện nay là thi dưới hình thức trắc nghiệm. Học sinh chỉ cần làm sao cho ra kết quả nhanh nhất. Vì thế hai bài tập SGK đưa ra chưa hợp lý, chưa thể hiện được mối liên hệ thực tế mà nội dung kiến thức bài học có thể vận dụng.

Trong khi đó, trong thực tế những bài toán cần vận dụng phần này rất nhiều. Chương trình sách giáo khoa nên đưa thêm vào, để học sinh thấy rõ tầm quan trọng của việc học là để các em chiếm lĩnh tri thức và vận dụng chúng, giải quyết các tình huống trong cuộc sống của chính mình. Không thấy được cái ý nghĩa gắn với bản thân, thì cũng khó tạo dựng hứng thú học tập cho các em.

- *Chương II – Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit*: Có 4 ví dụ bài toán thực tế ở bài “Hàm số mũ, hàm số lôgarit” được SGK đưa ra làm bài toán đặt vấn đề cho mục “Hàm số mũ”, tuy nhiên chỉ giải duy nhất một bài và cũng không có một bài tập luyện tập nào. Tâm lý học sinh và thậm chí là của một bộ phận lớn những nhà làm giáo dục cho rằng bài tập là phần củng cố kiến thức. Là phần để học sinh có thể dùng để luyện tập những kiến thức, kỹ năng đã học được. Việc không có một bài tập nào trong khi ứng dụng thực tế của phần kiến thức này là rất nhiều, theo tôi là một thiếu sót cần chỉnh sửa bổ sung của chương trình SGK.

- *Chương III – Nguyên hàm, tích phân*: Chỉ có bài “Ứng dụng của tích phân trong hình học”, là thấy rõ ứng dụng của tích phân trong tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể. Không có bài tập nào khác ứng dụng thực tế. Nếu Toán học chỉ đưa ra công cụ để các môn như Vật lý, Hoá học,... giải quyết các vấn đề thực tế khác thì sẽ gây ra cảm giác khô khan cho người học toán. Dù ứng dụng của nguyên hàm tích phân trong bộ môn Vật lý khai thác khá nhiều, nhưng theo tôi, khi cung cấp cho học sinh kiến thức toán học nào thì nên cho học sinh được làm quen, được rèn luyện kỹ năng vận dụng, thực hành thực tế ở phần kiến thức đó, hoặc ít ra, là các ví dụ, bài tập mang tính giới thiệu. Để kích thích trí tò mò, tư duy sáng tạo, vận dụng liên môn để giải quyết vấn đề cho học sinh.

Ngoài ra, như trong sáng kiến kinh nghiệm cùng chủ đề tôi đã viết: “tính giáo dục của môn toán thông qua lượng bài tập thực tế trong sách giáo khoa cũng chưa thực sự nổi bật”. Ở thời kì bùng nổ công nghệ thông tin, chạy theo kinh tế thị trường rất nhiều cảm dỗ bên ngoài xã hội. Nếu như sách giáo khoa có thêm nhiều bài tập có tính chất giáo dục như: Bài toán Min, Max, bài toán lãi suất ngân hàng, bài toán gia tăng dân số, bài toán y tế... Thì thông qua những con số, học sinh được cảm nhận rõ hơn về cuộc sống, tự chủ hơn trong các tình huống giải quyết bài toán kinh tế cho gia đình, bản thân, ý thức cao hơn về những nguy cơ tiềm ẩn ảnh hưởng trực tiếp tới con người. Đồng thời những em học sinh không lựa chọn định hướng nghề nghiệp là thi đấu vào các trường đại học, cao đẳng cũng có thể tự tin rằng, kiến thức THPT có thể giúp các em tự tin giải quyết các vấn đề trong cuộc sống khi đã được tiếp cận và học cách giải quyết chúng từ những kiến thức phổ thông đã được học ấy. Qua đó ý thức của mỗi học sinh có cơ hội tốt lên, tích cực hơn. Giáo dục mới đạt được kết quả như mong đợi.

2.3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.

Trong khuôn khổ đề tài tôi xin nêu một số bài toán có thể vận dụng vào các đơn vị kiến thức trong chương trình Giải tích 12. Bằng kiến thức đã học được học sinh sẽ làm quen giải quyết một số vấn đề quen thuộc, gần gũi trong đời sống hàng ngày. Từ đó có thể rút ra những bài học quý báu trong cuộc sống.

2.3.1 Các bài toán có nội dung thực tiễn chương I – Giải tích 12: Nhóm bài tập ứng dụng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a) Bài toán ứng dụng về quãng đường tối ưu

Đây là phần ứng dụng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, gặp rất nhiều trong cuộc sống hàng ngày mà sách giáo khoa chưa điểm đến. Sau khi học sinh đã được học kiến thức, thay vì cho học sinh rèn luyện làm bài tập theo công thức máy móc đã học thì nên cho học sinh làm quen với các bài tập tình huống thực tế để rèn luyện cho học sinh biết vận dụng kiến thức toán học để giải quyết vấn đề trong cuộc sống.

Bài tập đề nghị:

Bài tập 1: Một công ty muốn làm một đường dây điện từ một điểm A trên đất liền đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển một khoảng $BC =$

1 km. Khoảng cách từ A đến C là 4 km. Chi phí để lắp đặt mỗi km dây điện đặt dưới nước là 5000USD, còn lắp đặt trên bờ là 3000USD. Vị trí S trên đoạn AC sao cho khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến B thì số tiền ít nhất. Khi đó S cách

A một đoạn bằng:



- A. $\frac{15}{4}$ km
- B. $\frac{13}{4}$ km
- C. $\frac{5}{2}$ km
- D. $\frac{19}{4}$ km

Bài giải chi tiết: **Chọn B**

- Trước tiên, ta xây dựng hàm số $f(x)$ là hàm số tính tổng chi phí sử dụng. Đặt $CS = x$ ($x \in [0;4]$) thì ta được $SA = 4 - x$, $SB = \sqrt{x^2 + 1}$. Theo đề bài, mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí 5000USD, còn đặt trên mặt đất hết 3000USD, như vậy ta có hàm số $f(x)$ xác định như sau:

$$f(x) = 3000(4 - x) + 5000\sqrt{x^2 + 1} \text{ với } x \in [0;4]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được số tiền ít nhất cần sử dụng và từ đó xác định được vị trí điểm S. Ta có $f'(x) = -3000 + 5000 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3000 + 5000 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0 \Leftrightarrow -3000\sqrt{x^2 + 1} + 5000x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 + 1} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^2 = 9 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{3}{4} \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;4]$

Ta có $f(0) = 1700$, $f(4) = 20615,52813$, $f(\frac{3}{4}) = 16000$. Vậy $\min_{[0;4]} f(x) = f(\frac{3}{4}) = 16000$

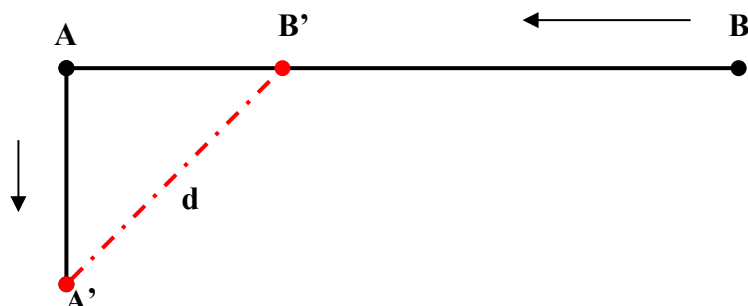
Khi đó chi phí là thấp nhất và điểm S nằm cách A một đoạn $SA = 4 - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$.

Bài tập 2: Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Tàu thứ nhất chạy theo hướng Nam với vận tốc 6 hải lý/giờ, còn tàu thứ hai chạy theo hướng về tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/giờ. Hỏi sau bao lâu khoảng cách giữa hai con tàu là lớn nhất?

- A. $\frac{7}{17}$ giờ
- B. $\frac{17}{7}$ giờ
- C. 2 giờ
- D. 3 giờ

Bài giải chi tiết: **Chọn A**





* *Phân tích: Khó nhất của bài toán là học sinh không hình dung được hướng đi của hai con tàu để thiết lập hàm khoảng cách. Cụ thể*

Giả sử A, A', B, B' lần lượt là vị trí ban đầu và vị trí lúc sau của tàu 1 và tàu 2

- Vì tàu 1 đi về hướng Nam (Hướng AA') mà hai con tàu lúc đầu lại ở cùng một vĩ tuyến nên hướng AA' là hướng xuống và vuông góc với BB'

- Tàu 2 đi về phía tàu 1 nên đi theo hướng BA. Ta có hình vẽ minh họa như trên từ đây đi thiết lập khoảng cách d.

Gọi d là khoảng cách lớn nhất giữa hai con tàu và t là ($t > 0$) thời gian từ lúc xuất phát đến lúc đạt khoảng cách đó.

Ta có: $d = A'B' = \sqrt{AA'^2 + AB'^2} = \sqrt{AA'^2 + (AB - BB')^2}$ Trong đó:

$AB = 5$, $BB' = 7t$, $AA' = 6t$ (AA' , BB' lần lượt là quãng đường tàu 1 và tàu 2 đi trong khoảng thời gian $t \Rightarrow d = \sqrt{(6t)^2 + (5 - 7t)^2} = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$, $d' = \frac{85t - 35}{\sqrt{85t^2 - 70t + 25}}$

Khảo sát hàm d với $t > 0$ ta tìm được kết quả d đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{7}{17}$

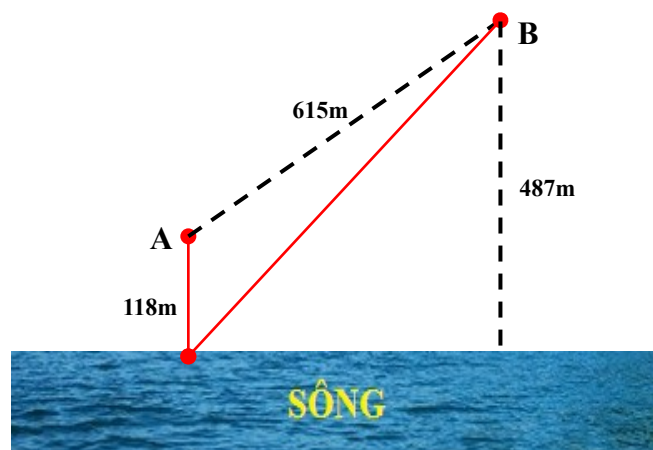
Bài tập 3: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$ cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước và mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó phải đi là:

A. $569,5m$

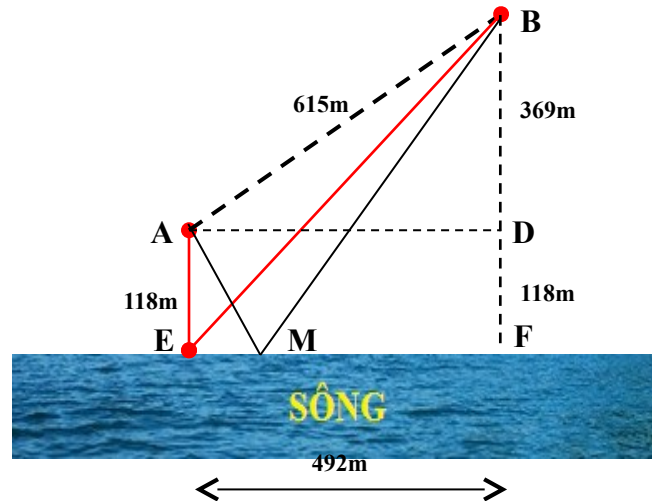
B. $671,4m$

C. $779,8m$

D. $741,2m$



Bài giải chi tiết: Chọn C



Ta giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B
 Tính dễ dàng tính được $BD = 369m, EF = 492$ Đặt $EM = x$ ($x \in [0; 492]$)

khi đó ta được: $MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định:

$$f(x) = AM + MB = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ với } x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} \\ \Leftrightarrow f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} &= \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} \\ \Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} &= (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(492 - x)^2 + 487^2] &= (492 - x)^2(x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2 &= (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605}; x = -\frac{59056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605} \end{aligned}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 492]$. So sánh các giá trị $f(0); f(\frac{58056}{605}); f(492)$

ta có giá trị nhỏ nhất là $f(\frac{58056}{605}) \approx 779,8m$

b) Bài toán ứng dụng về diện tích – thể tích

Như tôi đã nói ở trên, sách giáo khoa đưa ra bài tập 2, 3 (trang 24) với nội dung **không** mới. Học sinh có thể sử dụng kiến thức lớp 10 để giải nhanh hơn. Tuy nhiên nếu sách giáo khoa đưa ra với mục đích cho học sinh thấy cách giải khác là vận dụng lý thuyết về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số thì nên lựa chọn cách đưa bài toán có nội dung gần gũi với cuộc sống hơn. Tôi đề nghị bài tập như sau:

Bài tập 1: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $800m$. Hỏi anh ta chọn kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

- A. $200m \times 200m$ B. $300m \times 100m$ C. $250m \times 150m$ D. Đáp án khác

Bài giải chi tiết: **Chọn A**

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là $x(m)$ và $y(m)$, ($x, y > 0$)

Diện tích miếng đất là $S = x \cdot y$ Theo bài ra thì $2(x + y) = 800$ hay $y = 400 - x$

Do đó $S = x(400 - x) = -x^2 + 400x$ ($x > 0$)

$$S'(x) = -2x + 400 \text{ Vậy } S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 200$$

Lập bảng biến thiên ta được

$$\text{Max } S(x) = 40000 \text{ khi}$$

$$x = 200 \Rightarrow y = 200$$

Vậy người con trai của lão nông dân chọn mảnh đất kích thước $200m \times 200m$ (hình vuông) thì diện tích canh tác là lớn nhất.

Bài tập 2: Trong lĩnh vực thủy lợi, mương dẫn nước được gọi là có dạng “Thủy động học” nếu với tiết diện ngang của mương có diện tích S xác định, độ dài đường biên giới hạn l của tiết diện là nhỏ nhất (l - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương). Giả sử mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật (như hình vẽ) với diện tích bằng $200m^2$. Xác định kích thước của mương dẫn nước để mương có dạng “Thủy động học”

- A. $x = 20m, y = 10m$ B. $x = 40m, y = 5m$ C. $x = 25m, y = 8m$ D. $x = 50m, y = 4m$ [4]



Bài giải chi tiết: **Chọn A**

Theo bài ra x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của mương. ($x, y > 0$)

Diện tích tiết diện ngang của mương là $S = xy = 200$

Để mương có dạng “Thủy động học” thì độ dài đường biên giới hạn của tiết diện là $l = x + 2y = x + \frac{2S}{x} = x + \frac{400}{x}$ cần nhỏ nhất. Xét hàm số

$$f(x) = x + \frac{400}{x} \text{ với } x > 0$$

$$f'(x) = 1 - \frac{400}{x^2} \text{ Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (do } x > 0)$$

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 20 \Rightarrow y = 10$

Vậy để mương có dạng “Thủy động học” thì kích thước của mương dẫn nước là $x = 20 \Rightarrow y = 10$

Nâng lên bài toán tổng quát:

Trong lĩnh vực thủy lợi, mương dẫn nước được gọi là có dạng “Thủy động học” nếu với tiết diện ngang của mương có diện tích S xác định, độ dài đường biên giới hạn l của tiết diện là nhỏ nhất (l - đặc trưng cho khả năng thấm

nước của mương). Giả sử mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật (như hình vẽ). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để mương có dạng “Thủy động học”? [4]

- A. $x = \sqrt{4S}, y = \sqrt{\frac{S}{4}}$ B. $x = \sqrt{4S}, y = \sqrt{\frac{S}{2}}$ C. $x = \sqrt{2S}, y = \sqrt{\frac{S}{4}}$ D. $x = \sqrt{2S}, y = \sqrt{\frac{S}{2}}$



Bài giải chi tiết: Chọn D

Theo bài ra x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của mương. ($x, y > 0$)

Diện tích tiết diện ngang của mương là $S = xy$

Để mương có dạng “Thủy động học” thì độ dài đường biên giới hạn của tiết diện là $l = x + 2y = x + \frac{2S}{x}$ cần nhỏ nhất. Xét hàm số $f(x) = x + \frac{2S}{x}$ với

$x > 0$

$$f'(x) = 1 - \frac{2S}{x^2} \quad \text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S} \quad (\text{do } x > 0)$$

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \sqrt{2S}$

Vậy để mương có dạng “Thủy động học” thì kích thước của mương dẫn nước là

$$x = \sqrt{2S} \Rightarrow y = \frac{S}{x} = \sqrt{\frac{S}{2}}$$

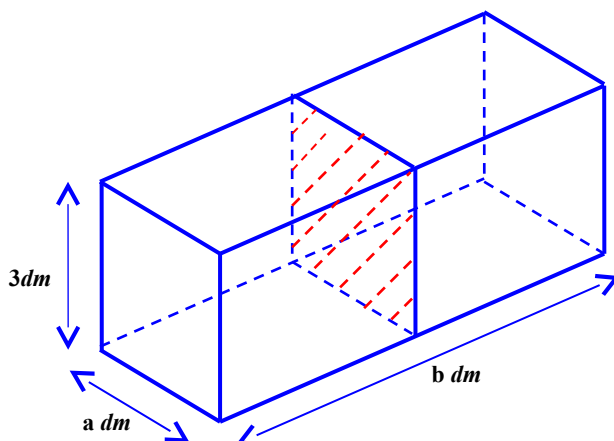
Bài tập 3: Bác Duy muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72dm^3$ và chiều cao là $3dm$. Một vách ngăn (cũng bằng kính) ở giữa chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a, b (đơn vị đo là dm) như hình vẽ. Tính a, b để bể cá ít tốn nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.

A. $a = \sqrt{24}, b = \sqrt{24}$

B. $a = 3, b = 8$

C. $a = 3\sqrt{2}, b = 4\sqrt{2}$

D. $a = 4, b = 6$



Bài giải chi tiết: Chọn D

$$\text{Thể tích của bể là } V = 72 \Leftrightarrow 3ab = 72 \Leftrightarrow a = \frac{24}{b} \quad (1)$$

Bể cá tốn ít nguyên liệu nhất tức là khi diện tích toàn phần của bể nhỏ nhất

Ta có diện tích toàn phần của bể là: $S_p = 3.3a + 2.3b + ab = \frac{216}{b} + 6b + 24$

$$S'(b) = -\frac{216}{b^2} + 6, \quad S'(b) = 0 \Leftrightarrow b = 6 \quad (b > 0) \text{ Từ (1) suy ra } a = 4$$

Vậy kích thước bể cá với $a = 4 \text{ dm}$, $b = 6 \text{ dm}$ thì chi phí cho nguyên liệu là ít nhất

• Không khó để lồng ghép các bài toán ứng dụng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số (Bài 3- Chương I - Giải tích 12). Thay vì những bài toán nghiêng về lý thuyết có phần khô khan. Những bài toán như thế này cho học sinh thấy yêu thích môn toán hơn vì hiểu được rằng toán học luôn theo sát ta trong cuộc sống. Cần sử dụng toán học như một công cụ hiệu quả để làm chủ cuộc sống của mình.

2.3.2 Các bài toán có nội dung thực tiễn chương II – Giải tích 12: Nhóm bài tập ứng dụng hàm số mũ, hàm số lôgarit

- Hàm mũ và hàm lôgarit được sử dụng rộng rãi trong việc mô tả các hiện tượng vật lý và kinh tế như tính lãi suất kép, tốc độ tăng trưởng dân số, sự phân rã của chất phóng xạ,... là những vấn đề rất gần gũi trong cuộc sống. Dạy cho học sinh kiến thức và cho học sinh thấy được học kiến thức ấy giúp vận dụng được những gì trong cuộc sống của bản thân là rất quan trọng.

a) Bài toán lãi suất ngân hàng

Thực tế cho thấy, nhiều học sinh không hề biết vận dụng các kiến thức đã học để giải quyết một vấn đề tài chính liên quan đến bài toán lãi suất ngân hàng. Khi gặp vấn đề ấy, họ chỉ biết hỏi kinh nghiệm của những người đã từng trải qua, hoặc phải cần đến sự tư vấn của cán bộ tài chính, ngân hàng.

Ví dụ 1 sách giáo khoa – trang 70 (Bài 4: Hàm số mũ – hàm số lôgarit) có nêu ra bài toán “*Lãi kép*”. Tuy nhiên việc dạy học chỉ dừng lại ở đó thì việc giúp học sinh có thể giải quyết các bài toán khác về lãi suất ngân hàng là rất khó khăn. Đành rằng, muốn ứng dụng được vào cuộc sống thì trước hết học sinh phải có những thông hiểu nhất định các kiến thức, kĩ năng, phương pháp toán. Tuy nhiên với sự liên hệ quá ít như vậy sẽ không hình thành và rèn luyện cho học sinh ý thức vận dụng toán học và không làm rõ được vai trò công cụ của toán học trong hệ thống các khoa học và thực tế cuộc sống.

- Lý thuyết lãi đơn, lãi kép:

Gọi: T : Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn;

M : Tiền gửi ban đầu;

n : Số kì hạn tính lãi;

r : Lãi suất định kì, tính theo %

* **Lãi đơn**:- Số tiền lãi chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi do số tiền gốc sinh ra. Công thức tính: $T = M(1 + r.n)$

* **Lãi kép**:

- Là số tiền lãi không chỉ tính trên số tiền gốc mà còn tính trên số tiền lãi do tiền gốc đó sinh ra thay đổi theo từng định kì

+ **Lãi kép, gửi một lần:** Công thức tính: $T = M(1 + r)^n$

+ **Lãi kép, gửi định kì:**

- Trường hợp tiền được gửi vào cuối mỗi tháng:

+ Tiền gửi tháng thứ nhất sau $n - 1$ kì hạn ($n - 1$ tháng) thành $M(1 + r)^{n-1}$

+ Tiền gửi tháng thứ hai sau $n - 2$ kì hạn ($n - 2$ tháng) thành $M(1 + r)^{n-2}$

+ Tiền gửi tháng cuối cùng là $M(1 + r)^0$

Vậy áp dụng công thức tổng cấp số nhân, số tiền cuối tháng n là

$$M(1 + r)^{n-1} + M(1 + r)^{n-2} + \dots + M(1 + r)^0 = M \frac{(1 + r)^n - 1}{1 + r - 1} = M \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Hay } T_n = \frac{M}{r} [(1 + r)^n - 1]$$

- Trường hợp tiền được gửi vào đầu mỗi tháng:

+ Tiền gửi cuối tháng thứ nhất là $T_1 = M + M.r = M(1 + r)$

+ Đầu tháng thứ hai người đó có số tiền là

$$M + M(1 + r) = M[(1 + r) + 1] = \frac{M}{[(1 + r) - 1]} [(1 + r)^2 - 1] = \frac{M}{r} [(1 + r)^2 - 1]$$

+ Cuối tháng thứ hai người đó có số tiền là:

$$T_2 = \frac{M}{r} [(1 + r)^2 - 1] + \frac{M}{r} [(1 + r)^2 - 1].r = \frac{M}{r} [(1 + r)^2 - 1](1 + r)$$

...

- Cuối tháng thứ n người đó có số tiền là $T_n = \frac{M}{r} [(1 + r)^n - 1](1 + r)$

[3]

* Bài tập đề nghị

Bài tập 1: (Lãi đơn, lãi kép) Ông An gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền 50 triệu đồng với lãi suất 6,9%/năm.

a) Tính số tiền ông An nhận về sau 2 năm gửi tiết kiệm theo hình thức lãi đơn?

b) Tính số tiền ông An nhận về sau 2 năm gửi tiết kiệm theo hình thức lãi kép?

Bài giải chi tiết:

a) Sau hai năm số tiền cả gốc lẫn lãi ông An thu về là

$$T_2 = 50(1 + 2.6,9\%) = 56,9 \text{ triệu đồng}$$

b) Sau hai năm số tiền cả gốc lẫn lãi ông An thu về là

$$T_2 = 50(1 + 6,9\%)^2 = 57,13805 \text{ triệu đồng}$$

● Bài toán rất đơn giản nhưng rất thực tế, cho thấy sự khác nhau giữa hai hình thức gửi tiết kiệm, mà bất kì người nào cũng nên biết để tính phương án có lợi nhất về kinh tế cho mình. Đó chính là ý nghĩa của các bài toán ứng dụng thực tế dành cho người học.

Bài tập 2: (Lãi kép gửi một lần) Bà Lan gửi 100 triệu vào ngân hàng Agribank định kì tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Sau 5 năm bà rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục đem gửi ngân hàng trong 5 năm với cùng lãi suất. Tính số tiền lãi bà Lan thu được sau 10 năm:

A. 81,413 triệu đồng

B. 115,892 triệu đồng

C. 119 triệu đồng

D. 78 triệu đồng

Bài giải chi tiết: **Chọn A**

Áp dụng công thức lãi kép, sau 5 năm Bà Lan rút được tổng số tiền

$$T_1 = 100(1 + 8\%)^5 = 146,933 \text{ triệu đồng}$$

Suy ra số tiền lãi là $L_1 = 146,932 - 100 = 46,932$ triệu đồng

Bà dùng một nửa để sửa nhà nên còn 73,466 triệu đồng gửi tiếp vào ngân hàng

Sau 5 năm tiếp, số tiền bà Lan rút được là :

$$T_2 = 73,466(1 + 8\%)^5 = 107,946 \text{ triệu đồng}$$

Suy ra số tiền lãi là $L_2 = 107,946 - 73,466 = 34,48$ triệu đồng

Vậy tiền lãi bà Hoa thu được sau 10 năm là $L_1 + L_2 = 81,413$ triệu đồng

Bài tập 3: (Lãi kép gửi định kì – đầu tháng) Anh Tuấn mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Tuấn phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn

- A. 253,5 triệu B. 251 triệu C. 253 triệu D. 252,5 triệu

Bài giải chi tiết: **Chọn D**

Áp dụng công thức $T_n = \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1](1+r)$

Suy ra $M = \frac{T_n \cdot r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}$ Trong đó T_n là số tiền anh Tuấn có được sau 6 năm,

M là số tiền anh Tuấn gửi hàng năm, r là lãi suất, n là số năm.

Vậy anh Tuấn phải gửi vào ngân hàng một số tiền tiết kiệm như nhau hàng năm

$$\text{là } M = \frac{T_n \cdot r}{(1+r)[(1+r)^n - 1]} = \frac{2000000000 \cdot 0,08\%}{(1+0,8\%)[(1+0,8\%)^6 - 1]} \approx 252,5 \text{ triệu}$$

Bài tập 4: (Trả góp gửi định kì – cuối tháng) Một người vay ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp để làm kinh doanh. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất, người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết nợ?

- A. 26 tháng B. 27 tháng C. 28 tháng D. 29 tháng

Bài giải chi tiết: **Chọn C**

Gọi A là số tiền vay, M là tiền trả hàng tháng, r là lãi suất mỗi tháng

Đến cuối tháng thứ n thì số tiền còn nợ là: $T = A(1+r)^n - \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1]$

$$\text{Hết nợ đồng nghĩa } T = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1] = 0 \Leftrightarrow \frac{M - A \cdot r}{r}(1+r)^n = \frac{M}{r}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{M}{M - A \cdot r}$$

Áp dụng với $A = 1$ (tỷ), $M = 0,04$ (tỷ), $r = 0,0065$ Ta được $n \approx 27,37$

Vậy người đó cần trả góp trong 28 tháng.

● Bốn bài toán trên khá đơn giản và dễ hiểu trong rất nhiều dạng bài toán ngân hàng được khai thác từ cùng nội dung kiến thức. Việc cho các em tiếp cận những bài toán như vậy, cho các em thấy được sự gần gũi của toán học trong

cuộc sống, và hình thành cho các em ý thức học tập tốt để có thể vận dụng giải quyết vấn đề tương tự của chính mình. Khi đã có mục tiêu và sự hứng thú, chắc chắn các em sẽ ham học hơn và dễ dàng tiếp cận với các bài toán khó hơn, phức tạp hơn.

b) Bài toán tăng trưởng

Sách giáo khoa đưa ra 2 ví dụ (không có lời giải) và một ví dụ cho học sinh hoạt động. Trong thời lượng tiết học có hạn, nếu giáo viên không thể triển khai hết và hướng dẫn học sinh giải, thì rất dễ xảy ra tình trạng xem nhẹ, học sinh (thậm chí một bộ phận giáo viên) chỉ chú trọng phần kiến thức về hàm mũ, mà không đề ý đến ứng dụng của nó trong thực tế. Bởi vậy trong thi cử, khi gặp bài toán tương tự, học sinh trở nên lúng túng, không biết giải quyết vấn đề.

* Bài tập đề nghị:

Bài tập 1: Theo số liệu của Tổng cục thống kê, năm 2016 dân số Việt Nam ước tính khoảng 94.444.200 người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,07%. Cho biết sự gia tăng dân số được tính theo công thức $S = A.e^{N.r}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỷ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

- A. 2037 B. 2038 C. 2039 D. 2040

Bài giải chi tiết: **Chọn C**

Gọi n là số năm để dân số đạt mức 120 triệu người tính từ mốc năm 2016

$$\text{Ta có } 120.000.000 = 94.444.200^{n.0,0107} \Rightarrow n \approx \frac{\ln 1,27}{0,0107} \approx 22,34$$

Vậy trong năm thứ 23 (tức là năm $2016 + 23 = 2039$) thì dân số đạt mức 120 triệu người

Bài tập 2: E. coli (Escherichia coli) là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli lại tăng gấp đôi. Ban đầu chỉ có 60 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau 8 giờ, số lượng vi khuẩn E. coli là bao nhiêu?

- A. 1006632960 vi khuẩn B. 2108252760 vi khuẩn
C. 158159469 vi khuẩn D. 3251603769 vi khuẩn

Bài giải chi tiết: **Chọn A**

Một chu kỳ nhân đôi: $r = 100\%$, 8 giờ = 480 phút = 24 chu kỳ

Số lượng vi khuẩn sau 8 giờ là: $60.(1+1)^{24} = 1006632960$ vi khuẩn

Bài tập 3: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{r.t}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau:

- A. 3 giờ 20 phút B. 3 giờ 9 phút C. 3 giờ 40 phút D. 3 giờ 2 phút

Bài giải chi tiết: **Chọn B**

$$\text{Theo bài ra ta có: } 300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$$

Gọi thời gian cần tìm là t . Theo yêu cầu bài toán, ta có

$$200 = 100.e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{\ln 3} \approx 3,15 \text{ (giờ)}. \text{ Vậy } t = 3 \text{ giờ } 9 \text{ phút}$$

• Các bài toán không có gì mới mẻ, tuy nhiên nó đề cập đến vấn đề thực tiễn, thông qua bài toán giáo viên vừa có thể dạy học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết bài toán, vừa có thể giáo dục ý thức cho học sinh về vấn đề dân số, hậu quả của sự gia tăng dân số (nạn đói, thất nghiệp, ô nhiễm môi trường, tệ nạn xã hội, ...), các vấn đề liên quan đến vệ sinh an toàn thực phẩm. Từ đó định hướng cho học sinh những suy nghĩ đúng đắn, tích cực để góp phần cho cuộc sống tươi đẹp hơn.

Bài tập 4: Trong nông nghiệp, bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được nuôi thả trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần, bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

- A. $7 \times \log_3 25$ B. $3^{\frac{25}{7}}$ C. $7 \times \frac{24}{3}$ D. $7 \times \log_3 24$

Bài giải chi tiết: **Chọn A**

Theo đề bài, số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ

Sau 7 ngày, số lượng bèo chiếm $0,04 \times 3^1$ diện tích mặt hồ

Sau 14 ngày, số lượng bèo chiếm $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ

...

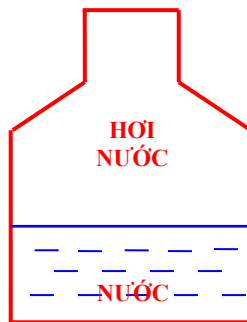
Sau $7 \times n$ ngày, số lượng bèo chiếm $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ

Để bèo phủ kín mặt hồ thì $0,04 \times 3^n = 1 \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25$

Vậy sau $7 \times \log_3 25$ ngày thì bèo vừa phủ kín mặt hồ

• Tuổi thơ mỗi người thường gắn với những câu chuyện cổ tích. Chắc hẳn nhiều em đã biết đến câu chuyện “Bà chúa bèo” kể về sự tích bèo hoa dâu. Việc đưa ra bài toán này, theo tôi nghĩ là thú vị và bổ ích. Ngoài việc nó làm giảm đi sự khô khan của toán học khi học sinh chỉ biết áp dụng các công thức máy móc mang tính lý thuyết, thì các em còn được cung cấp thêm thông tin thực tế (tác dụng của bèo hoa dâu, tốc độ tăng trưởng đáng kể của bèo hoa dâu). Bên cạnh đó, nó giúp bồi dưỡng tâm hồn, cho các em thấy sự gần gũi, thấy được “cổ tích” nhưng hoàn toàn được xây dựng trên nền tảng khoa học. Điều kì diệu của lịch sử con người.

Bài tập 5: Khoảng 200 năm trước, hai nhà khoa học Pháp R.Clausius và E.Claperyon đã thấy rằng áp suất p của hơi nước (Tính bằng mmHg) gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên mặt nước chứa trong một bình kín (hình vẽ) được tính theo công thức $p = a.10^{\frac{k}{t+273}}$, trong đó t là nhiệt độ C của nước, a và k là những hằng số. Biết $k \approx -2258,624$ và khi nhiệt độ của nước là 100°C thì áp suất hơi nước là 760mmHg, tính áp suất của hơi nước khi nhiệt độ của nước là 40°C (tính chính xác đến hàng phần chục)?



A. $\approx 50,5\text{mmHg}$ **B. $\approx 52,5\text{mmHg}$** C. $\approx 55,5\text{mmHg}$ D. $\approx 60,5\text{mmHg}$ [4]

• Việc đưa ra các bài toán có nội dung tích hợp liên môn, cho học sinh thấy được mối quan hệ khăng khít giữa khoa học các môn. Giải quyết vấn đề trực tiếp bởi môn toán, chứ không đợi chờ vấn đề được nêu và giải quyết bằng môn học khác, sẽ giúp các em yêu thích và tích cực hơn khi học toán.

2.3.3. Các bài toán có nội dung thực tiễn chương III – Giải tích 12

Nguyên hàm, tích phân có phần ứng dụng thực tế thể hiện rất rõ trong bài “Ứng dụng của tích phân trong hình học”. Tuy nhiên, với tinh thần đổi mới trong kiểm tra thi cử như bây giờ, ứng dụng của tích phân được mở rộng, liên môn. Bên cạnh đó tâm lý học sinh sau khi đã định hướng nghề nghiệp là “Học tử”, “Học lệch” nên đối với các học sinh không học khối tự nhiên, thì việc học và giải quyết các bài toán ứng dụng tích phân (thường được cho trong môn vật lý, hoá học...) là khó khăn khi mà chương trình giải tích 12 không có bài tập nào đề cập đến và môn Toán là môn thi bắt buộc của kì thi THPT Quốc gia.

* Bài tập đề nghị:

Bài tập 1: Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra quy luật nó chuyển động trong nước yên lặng là $s = -\frac{t^2}{10} + 4t$, với t (giờ) là khoảng thời gian tính từ lúc cá bắt đầu chuyển động và s (km) là quãng đường cá bơi được trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi đó vào một dòng sông có vận tốc dòng chảy là 2 (km/giờ). Tính khoảng cách xa nhất mà con cá hồi đó có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng?

A. 30km B. 20km C. 10km D. 8km

Bài giải chi tiết: **Chọn C**

Vận tốc con cá khi bơi trong nước yên lặng là $v(t) = s'(t) = -\frac{t}{5} + 4$ (km/h)

Gọi vận tốc và quãng đường con cá bơi ngược dòng lần lượt là $V(t), S(t)$

$$V(t) = v(t) - v_{\text{nước}} = -\frac{t}{5} + 2 \text{ (km/h)}; \quad S(t) = \int V(t)dt = -\frac{t^2}{10} + 2t + C$$

Khi $t=0$ thì $S(0)=0 \Rightarrow C=0$ Khi đến nơi đẻ trứng thì vận tốc bằng 0 nên

$$V(t) = -\frac{t}{5} + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 10 \text{ (h)}. \quad \text{Khoảng cách xa nhất mà con cá hồi đó có thể bơi}$$

$$\text{ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng là } S(10) = -\frac{10^2}{10} + 2 \cdot 10 = 10 \text{ (km)}$$

Bài tập 2: Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t(m/s^2)$ Trong đó, t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian 10(s) kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

- A. 1100m B. 100m C. 1010m D. 1110m

Bài giải chi tiết: **Chọn A**

Ta có: $v(t) = \int a(t)dt = \int 6t dt = 3t^2 + C; v(0) = 10 \Rightarrow 3.0^2 + C = 10 \Rightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = 3t^2 + 10$
 Quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian 10(s) kể từ lúc bắt đầu tăng tốc $s = \int_0^{10} v(t)dt = \int_0^{10} (3t^2 + 10)dt = 1100m$

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm

Qua thực tế giảng dạy ở lớp 12A3 và 12A7 năm học 2016 - 2017 tôi đã trình bày được 2/3 nội dung đã được chọn lọc trong sáng kiến kinh nghiệm này của chương trình Giải tích 12. Các bài tập được giới thiệu trong các tiết học tự chọn, các tiết luyện tập, ôn tập chương và được các em đón nhận trong tâm thế háo hức khám phá, tìm hiểu để giải quyết những vấn đề gần gũi trong cuộc sống. Tuy lớp 12A7 là lớp có chất lượng trung bình yếu, nhưng việc lồng ghép nội dung thực tiễn vào quá trình học cùng với sự nhiệt tâm của người giáo viên, bước đầu tạo dựng sự hứng thú trong học tập cho các em. Các em học sinh đã thấy được phần nào sự gần gũi của toán học trong cuộc sống. Thấy được sự muôn màu muôn vẻ của môn toán chứ không đơn thuần là các công thức khô khan, các bài toán rập khuôn và cứng nhắc mà đối với các em, các kiến thức đó là nặng nề, khó hiểu. Sự chủ động, ý thức tích cực của các em cũng thay đổi theo chiều hướng tích cực. Kết quả học tập từ đó cũng được cải thiện. Đa phần các em đã hiểu được phần nào rằng để giải quyết các vấn đề trong thực tế phải dựa trên nền tảng tri thức khoa học mới có kết quả tốt nhất về mọi mặt, chứ không phải là giải quyết theo cảm tính, phỏng đoán. Nhận thức của các em về cuộc sống như ý thức bảo vệ môi trường, nói “không” với thực phẩm bẩn, ý thức về vấn đề dân số cũng tăng lên rõ rệt. Giảm tình trạng học đối phó. Hiểu được đã “Học” là phải “Hành” và muốn “Hành” thì phải “Học”.

Nhìn lại việc kiểm tra đánh giá chất lượng học sinh trước và sau khi tôi dạy phần này kết quả thu được rất khả quan. Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi (đối với lớp mũi nhọn 12A3) và học sinh đạt điểm khá, trung bình (đối với lớp 12A7) đã tăng lên so với mặt bằng chung và so với lớp dạy theo chương trình bình thường. Số học sinh yếu kém cũng đã giảm.

Cụ thể như sau:

* Trước khi áp dụng phần kiến thức trong SKKN:

Lớp dạy	Số số	Tỉ lệ HS đạt điểm giỏi (8 -> 10)	HS đạt điểm khá (6,5 -> dưới 8)	HS đạt điểm TB (5 -> dưới 6,5)	HS đạt điểm yếu (3,5 -> dưới 5)	HS đạt điểm kém (dưới 3,5)
12 A3	36	4 (11,	18 (50%	14 (38,9	0 (0	0 (0

		1%)	)	%)	%)	%)
12 A7	39	0 (0)	5 (12,8)	29 (74,4)	5 (12,8)	0 (0)

* Sau khi áp dụng phần kiến thức trong SKKN:

Lớp dạy	Sĩ số	Tỉ lệ HS đạt điểm giỏi (8 -> 10)	HS đạt điểm khá (6,5 -> dưới 8)	HS đạt điểm TB (5 -> dưới 6,5)	HS đạt điểm yếu (3,5 -> dưới 5)	HS đạt điểm kém (dưới 3,5)
12 A3	36	5 (13,9%)	20 (55,5%)	11 (30,5%)	0 (0%)	0 (0%)
12 A7	39	0 (0%)	6 (15,4%)	32 (82%)	1 (2,6%)	0 (0%)

III - KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

3.1 - Kết luận

Qua một vài kinh nghiệm nhỏ tôi đã đưa ra ở trên tôi thấy việc tăng cường các bài toán ứng dụng thực tế đã đem lại một số kết quả thật tốt đẹp, nó giúp học sinh hứng thú hơn với môn học, thấy toán học gần gũi hơn với cuộc sống hàng ngày, phát huy được tính tích cực, chủ động của học sinh. Qua thực nghiệm sư phạm tôi cũng thấy học sinh ngày càng nhạy bén hơn trong vận dụng toán học vào thực tiễn. Do vậy tôi nghĩ rằng, để 45 phút lên lớp của mỗi giáo viên chúng ta có hiệu quả thì các thầy cô giáo cần liên hệ thực tế những kiến thức cần truyền thụ cho học sinh, nếu làm được điều đó thì quá trình tiếp thu tri thức mới đối với học sinh sẽ tự nhiên và dễ dàng hơn.

Trên đây là một số kinh nghiệm nhỏ của tôi, được chắt lọc trong quá trình giảng dạy. Vài kinh nghiệm nhỏ với các bài tập đề nghị tôi đã nêu, ở trong sách giáo khoa chưa đề cập tới, nhưng nó có thể đã được đề cập ở một tài liệu tham khảo nào đó. Tuy nhiên đối với học sinh của tôi, các em chưa được biết nên tôi cũng đưa vấn đề này truyền thụ cho các em và mạnh dạn viết thành sáng kiến kinh nghiệm này. Các bài tập đa phần đều có mức độ phù hợp với tất cả các đối tượng học sinh, không chú trọng đưa sâu vấn đề cùng các bài toán nâng cao vì mục tiêu của sáng kiến kinh nghiệm là giới thiệu những nội dung sách giáo khoa chưa đề cập đến để học sinh được làm quen, được rèn luyện những kỹ năng nhất định trong việc giải quyết các vấn đề gắn liền với thực tiễn.

Trong quá trình viết đề tài không tránh khỏi những hạn chế, thiếu sót. Những vấn đề tôi đề cập đến là khía cạnh nhỏ để các đồng nghiệp tham khảo. Rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các đồng nghiệp và hội đồng khoa học các cấp để sáng kiến kinh nghiệm của tôi được hoàn thiện hơn, để tôi tích lũy thêm kinh nghiệm cho bản thân trong việc giảng dạy. Tôi xin chân thành cảm ơn !

3.2. Kiến nghị

a) Đối với giáo viên: Phải tích cực tìm tòi các bài toán liên hệ thực tế phù hợp với từng bài, chương. Xây dựng hệ thống câu hỏi, chuyển bài toán thực tế về dạng ngôn ngữ thích hợp với lý thuyết toán học dùng để giải, lựa chọn phương pháp dạy học phát huy tính chủ động tích cực của học sinh. Lồng ghép giáo dục ý thức, nhân cách, phẩm chất của học sinh thông qua các bài toán thực tế. Thường xuyên trao đổi chuyên môn để có thêm vốn bài tập ứng dụng phong phú.

b) Đối với học sinh: Phải nhận thức rõ được mình là chủ thể của việc học. Dưới sự hướng dẫn của giáo viên phải tích cực, tự giác trong học tập. Tự duy linh hoạt liên hệ các tình huống đời sống với đơn vị kiến thức đã học để giải quyết. Phải nắm chắc các bài học kinh nghiệm, ý nghĩa giáo dục mà các bài toán đem lại.

c) Đối với nhà trường:

- Tăng cường thiết bị dạy học phục vụ công tác giảng dạy.
- Tổ nhóm chuyên môn cũng thường xuyên trao đổi, đóng góp xây dựng làm đồ dùng dạy học

d) Đối với chương trình và sách giáo khoa: Giảm tải một số bài toán mang tính chất vận dụng công thức để giải. Qua đó tăng cường các bài toán ứng dụng thực tế, tạo điều kiện cho học sinh tiếp cận và rèn luyện cách giải quyết một số các vấn đề của cuộc sống bằng toán học.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

XÁC NHẬN CỦA ĐƠN VỊ Phó Hiệu trưởng Đỗ Duy Thành	<i>Thanh Hóa, ngày 19 tháng 5 năm 2017</i> Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. Hoàng Thị Trang Nhung
---	--

Tài liệu tham khảo:

- [1] - *Sách giáo khoa Đại số 10, Đại số và giải tích 11* – Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên) - Nhà xuất bản giáo dục Việt Nam - 2016
- [2] - *Sách giáo khoa Giải tích 12* - Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên) - Nhà xuất bản giáo dục Việt Nam – 2010

- [3] - *Làm chủ bài tập trắc nghiệm Mũ – Lôgarit – Số phức và bài toán lãi suất kép* – Phan Công Tuấn Du, Trần Công Danh – Nhà xuất bản Hồng Đức – 2017
- [4] – Nguồn *Internet*
- [5] - *Luật giáo dục 2005*
- [6] – *Một số quan điểm về giáo dục trong tư tưởng Hồ Chí Minh* – Hồ Chí Minh toàn tập – Nhà xuất bản chính trị quốc gia Hà Nội - 2000
- [7] - *Học tập: một kho báu tiềm ẩn* - Hội đồng quốc tế về giáo dục cho thế kỉ XXI - 1996
- [8] - *Nghị quyết Trung ương 4 – khoá VII*
- [9] - *Tìm hiểu tư duy mới về giáo dục của tổ chức Unesco ở thế kỉ XXI* - Thạc sỹ Trần Viết Linh- Phó hiệu trưởng trường chính trị Nghệ An , trong bài viết trên trang nội san của nhà trường.
- [10] - *Một vài suy nghĩ về đổi mới phương pháp dạy học trong trường phổ thông nước ta* - Trần Kiều - 1995
- [11] - *Phong cách học tập mới về môn toán* - Nguyễn Cảnh Toàn - Nhà xuất bản Giáo dục - 2000
- [12] - *Giáo dục học môn toán* - Phạm Văn Hoàn, Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình - Nhà xuất bản giáo dục Hà Nội - 1986.

13. Sách giáo viên

14 - Môđun 14, 25 - Tài liệu bồi dưỡng thường xuyên khối THPT

**DANH MỤC
CÁC ĐỀ TÀI SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM ĐÃ ĐƯỢC
HỘI ĐỒNG ĐÁNH GIÁ CẤP SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THANH HOÁ
XẾP LOẠI**

Họ và tên tác giả: **Hoàng Thị Trang Nhung**

Chức vụ: Giáo viên

Đơn vị công tác: Trường THPT Thạch Thành 3 – Thanh Hoá

STT	Tên đề tài SKKN	Cấp đánh giá xếp loại	Kết quả xếp loại	Năm học đánh giá xếp loại
1	Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh từ một bài toán giải hệ phương trình trong tiết học tự chọn toán 10	Sở GD & ĐT	C	2008-2009
2	Một số kinh nghiệm bồi dưỡng hứng thú học tập cho học sinh thông qua việc tăng cường các bài toán liên hệ thực tế	Sở GD & ĐT	B	2014-2015