

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên K . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
- b) $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- c) $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$
- d) $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Câu 2. Cho K là một khoảng trên $\mathbb{R}$; $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K ; $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên K . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Nếu $F(x) = G(x)$ thì $f(x) = g(x)$
- b) Nếu $f(x) = g(x)$ thì $F(x) = G(x)$
- c) $\int f(x) dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$
- d) $\int f'(x) dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Câu 3. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$
- b) $kF(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ (với k là một hằng số thực khác 0).
- c) $F(x) - G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) - g(x)$
- d) $F(x) \cdot G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot g(x)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Mệnh đề a), b), c đúng vì sử dụng tính chất của nguyên hàm.

Mệnh đề d) sai

Câu 4. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$

b) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0.$

c) $\int e^x dx = e^x + C$

d) $\int \sin x dx = \cos x + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp ta có: Mệnh đề a, b, c đúng.

Mệnh đề d sai vì $\int \sin x dx = -\cos x + C$

Câu 5. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\int \sin x dx = \cos x + C$

b) $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$

c) $\int e^x dx = e^x + C$

d) $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) sai vì $\int \sin x dx = -\cos x + C$

b) sai vì $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

c) đúng vì $\int e^x dx = e^x + C$

d) sai vì $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cot x, x \neq k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$

b) $(\sin x)' = -\cos x$

c) $(\ln|\sin x|)' = f(x)$

d) $\int f(x) dx = \ln|\sin x| + C$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

Câu 7. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\int \cos x \, dx = \sin x + C$

b) $\int \frac{2}{x} \, dx = \ln x^2 + C$

c) $\int \frac{x+1}{x} \, dx = x + \ln |x| + C$

d) Nếu $\int f(x) \, dx = \cos x + \ln |x| + C$ thì $f(x) = \sin x + \frac{1}{x}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng.

b) Sai. Vì $\int \frac{2}{x} \, dx = 2 \ln |x| + C$

c) Đúng. Vì $\int \frac{x+1}{x} \, dx = \int \left(1 + \frac{1}{x} \right) \, dx = x + \ln |x| + C$

d) Sai. $\int \left(\sin x + \frac{1}{x} \right) \, dx = -\cos x + \ln |x| + C$

Câu 8. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\int f(x) \, dx = f'(x) + C$

b) $\int f'(x) \, dx = f(x) + C$

c) $\int f'(x) \, dx = f(x)$

d) $\int f''(x) \, dx = f'(x) + C$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Câu 9. Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\int a(t) \, dt = v(t) + C$

b) $\int v(t) \, dt = a(t) + C$

c) $\int v'(t)dt = a(t) + C$

d) $\int v'(t)dt = v(t) + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Câu 10. Giả sử $s(t)$ là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian t (giây) và $v(t)$ là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian t (giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\int s(t)dt = v(t) + C$

b) $\int v(t)dt = s(t) + C$

c) $\int s'(t)dt = v(t) + C$

d) $\int s'(t)dt = s(t) + C$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Vì $s(t), v(t)$ lần lượt là phương trình quãng đường và phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian t (giây) nên ta có $s'(t) = v(t)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\int f(x)dx = \int 4x^3 dx - \int 3x^2 dx$

b) $f'(x) = 12x^2 - 6x$

c) $f'(x) = x^4 - x^3$

d) $\int f(x)dx = x^4 + x^3 + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\int f(x)dx = \int \sin x dx + \int \cos x dx$

b) $f'(x) = \cos x - \sin x$

c) $f'(x) + f(x) = \cos x$

d) $\int f(x)dx = -\cos x + \sin x + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = (x+2)(x+1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$
 b) $f'(x) = 2x + 3$
 c) $\int f(x)dx = \int (x+2)dx \cdot \int (x+1)dx$
 d) $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Câu 14. Cho hàm số $F(x) = x^3 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Nếu hàm số $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(-1) = 3$ thì $G(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$
 b) Nếu hàm số $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $H(1) = -3$ thì $H(x) = F(x) - 3, x \in \mathbb{R}$
 c) Nếu hàm số $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $K(0) = 0$ thì $K(x) = F(x) + 1, x \in \mathbb{R}$
 d) Nếu hàm số $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $M(2) = 4$ thì $M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Vì $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $G(x) = F(x) + C$, với C là một hằng số. Mà $G(-1) = 3$ nên ta có $G(-1) = F(-1) + C \Leftrightarrow 3 = 2 + C \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $G(x) = F(x) + 1, x \in \mathbb{R}$.

Tương tự, ta cũng có $H(x) = F(x) - 3, K(x) = F(x) + 1, M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.

Câu 15. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai

- a) $\int (2^x + e^x)dx = 2^x + e^x + C$
 b) $\int (3 \cos x - 2^x)dx = 3 \sin x - 2^x \ln 2 + C$
 c) $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx = x + \sin x + C$
 d) $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

a) Sai. $\int (2^x + e^x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + e^x + C$

b) Sai. $\int (3 \cos x - 2^x) dx = 3 \sin x - \frac{2^x}{\ln 2} + C$

c) Sai. $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos x) dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \sin x + C$

d) Đúng. $\int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C$

Câu 16. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Nếu $\int f(x) dx = e^{2x} + C$ thì $f(x) = e^{2x}$

b) $\int \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} dx = -\cos x + C$

c) $\int \frac{x^2 - x + 2}{x^2} dx = x - \ln |x| + \frac{2}{x} + C$

d) $\int (2 + \cot^2 x) dx = x - \cot x + C$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

a) Sai. Nếu $\int f(x) dx = e^{2x} + C$ thì $f(x) = (e^{2x})' = 2e^{2x}$

b) Sai. $\int \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int \sin x dx = -\frac{1}{2} \cos x + C$

c) Sai. $\int \frac{x^2 - x + 2}{x^2} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) dx = x - \ln |x| - \frac{2}{x} + C$

d) Đúng. $\int (2 + \cot^2 x) dx = \int \left(2 + \frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) dx = x - \cot x + C$

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $f(x) = 1 + \sin x$

b) $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

c) $\int f(x) dx = \int dx + \int (-\cos x) dx$

d) $\int f(x) dx = x + \cos x + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 = 1 + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 1 + \sin x$

Nhận thấy, $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $\int f(x) dx = \int dx + \int \sin x dx = x - \cos x + C$

Câu 18. Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x) = 2x + 3$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(0;1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

b) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại điểm M là $y = 3x + 1$.

c) Giá trị $f(2)$ bằng 11.

d) $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - x + C$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Vì $f'(x) = 0$ có một nghiệm bội lẻ $x = -\frac{3}{2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

b) Đúng.

Ta có $f'(0) = 3$

Suy ra phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại điểm $M(0;1)$ là $y = 3(x - 0) + 1 = 3x + 1$

c) Đúng.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$

Điểm $M(0;1) \in f(x) \Rightarrow C = 1. \Rightarrow f(x) = x^2 + 3x + 1$

Vậy $f(2) = 2^2 + 3 \cdot 2 + 1 = 11$

d) Sai.

$$\int f(x)dx = \int (x^2 + 3x + 1)dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + x + C$$

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = -4x + 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(2) = -5$.
- b) $F(x) = -2x^2 + 3x$ là một nguyên hàm của $f(x)$.
- c) Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $G(1) = 2$ thì $G(2) = -1$.
- d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(-x)$ là một nguyên hàm của $f(-x)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

$$F'(x) = f(x) \text{ suy ra } F'(2) = f(2) = -4 \cdot 2 + 3 = -5.$$

b) Đúng.

$$F'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -4x + 3 = f(x).$$

c) Đúng.

$$G(x) = \int f(x)dx = \int (-4x + 3)dx = -2x^2 + 3x + C \quad G(1) = 2 \text{ suy ra } C = 1, \text{ suy ra } G(x) = -2x^2 + 3x + 1.$$

$$\text{Vậy } G(2) = -1.$$

d) Sai.

$$\int f(-x)dx = \int (4x + 3)dx = 2x^2 + 3x + C.$$

$$\text{Mà } F(x) = \int f(x)dx = -2x^2 + 3x + C, \text{ suy ra } F(-x) = -2x^2 - 3x + C \neq f(x).$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x$ và $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\int f(x)dx = 2\sin x + C$.

b) $\int g(x)dx = -\cos x + C$.

c) $\int [f(x) + g(x)]dx = x + \sin x + C$.

d) $\int \frac{f(x)}{g(x) - 1}dx = 2x + C$ (biết x thoả mãn $g(x) \neq 1$).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

$$\int f(x)dx = \int 2\cos x dx = 2 \int \cos x dx = 2\sin x + C.$$

b) Sai.

$$\int g(x) dx = \int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx = \int (1 - \cos x) dx = x - \sin x + C.$$

c) Đúng.

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx = x + \sin x + C$$

d) Sai.

$$\int \frac{f(x)}{g(x) - 1} dx = \int \frac{2 \cos x}{2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1} dx = \int \frac{2 \cos x}{-\cos x} dx = \int (-2) dx = -2x + C.$$

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = 3^x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\int f(x) dx = 3^x \ln 3 + C$.

b) $\int [f(x) - e^x] dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + C$

c) $\int f(x) \cdot e^x dx = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C$.

d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(\log_9 5) = \sqrt{5}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Sai.

$$\int f(x) dx = \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$$

b) Đúng.

$$\int [f(x) - e^x] dx = \int f(x) dx - \int e^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + C.$$

c) Đúng.

$$\int f(x) \cdot e^x dx = \int (3e)^x dx = \frac{(3e)^x}{\ln(3e)} + C = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C.$$

d) Đúng.

Ta có $F'(x) = f(x)$ suy ra $F'(\log_9 5) = f(\log_9 5) = 3^{\log_9 5} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 5} = \sqrt{5}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Trên khoảng $(1; +\infty)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2$.

- b) Trên khoảng $(-\infty; 1)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x) = \frac{x^2}{2} - x - 1$.
- c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(2) = 3$ thì $F(4) = 7$.
- d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(-2) + F(4) = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có $f(x) = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

a) Đúng.

Trên khoảng $(1; +\infty)$, $F'(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x + 2 \right)' = x - 1 = f(x)$.

b) Sai.

Trên khoảng $(-\infty; 1)$, $G'(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x - 1 \right)' = x - 1 \neq f(x)$.

c) Đúng.

Trên khoảng $(1; +\infty)$, $F(x) = \int f(x) dx = \int (x - 1) dx = \frac{x^2}{2} - x + C$; $F(2) = 3$ suy ra $C = 3$, suy ra $F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 3$. Do đó $F(4) = \frac{4^2}{2} - 4 + 3 = 7$.

d) Sai.

$f(x) = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ suy ra $F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -\frac{x^2}{2} + x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Ta có $F(0) = 1$ suy ra $C_2 = 1$. Mà $F(x)$ liên tục tại $x = 1$, suy ra $-\frac{1}{2} + C_1 = \frac{1}{2} + C_2$, suy ra $C_1 = 2$.

Do đó $F(-2) = -\frac{(-2)^2}{2} + (-2) + 1 = -3$; $F(4) = \frac{4^2}{2} - 4 + 2 = 6$, suy ra $F(-2) + F(4) = 3$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Gọi $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$, $F(1) = 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $F(x) = x^3 + x^2 + 1 + C$.

b) Giá trị $F(-1)$ bằng -2 .

c) Họ nguyên hàm của hàm số $F(x)$ bằng $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$.

d) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x-1)$ bằng $x^3 - 4x^2 + 6x + C$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Sai

Ta có $\int f(x)dx = \int (3x^2 - 2x + 1)dx = x^3 - x^2 + x + C \Rightarrow F(x) = x^3 - x^2 + x + C$

b) Sai

Ta có $F(1) = 1 - 1 + 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = x^3 - x^2 + x \Rightarrow F(-1) = -3$.

c) Đúng

Ta có $\int F(x)dx = \int (x^3 - x^2 + x)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$

d) Đúng

Ta có $f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f(x-1) = 3(x-1)^2 - 2(x-1) + 1 = 3x^2 - 8x + 6$

$\Rightarrow \int f(x-1)dx = \int (3x^2 - 8x + 6)dx = x^3 - 4x^2 + 6x + C$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int (x+3)f(x)dx = x^4 + ax^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + C_1, (a \in \mathbb{R})$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $a = 12$.

b) $f(0) = 1$.

c) $f(a) = 65$.

d) $\int f(x)dx = \frac{4}{3}x^3 + x + C_2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Sai.

$\int (x+3)f(x)dx = x^4 + ax^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + C_1, (a \in \mathbb{R}) \Rightarrow (x+3)f(x) = 4x^3 + 3ax^2 + x + 3, (a \in \mathbb{R})$
 $\Rightarrow (-3+3)f(-3) = 4 \cdot (-3)^3 + 3a(-3)^2 + (-3) + 3 \Rightarrow a = 4$.

b) Đúng. Ta có: $(x+3)f(x) = 4x^3 + 12x^2 + x + 3 \Rightarrow 3f(0) = 3 \Rightarrow f(0) = 1$.

c) Đúng. Ta có: $(x+3)f(x) = 4x^3 - 12x^2 + x + 3 \Rightarrow -f(-4) = -65 \Rightarrow f(a) = 65$.

d) Đúng. Ta có: $(x+3)f(x) = 4x^3 + 12x^2 + x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ f(x) = 4x^2 + 1 \end{cases}$.

$$\int f(x)dx = \int (4x^2 + 1)dx = \frac{4}{3}x^3 + x + C_2$$

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^7 + 8}{x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $f(x) = x^6 + \frac{8}{x}$
 b) $\int f(x)dx = \int x^6 dx - \int \frac{8}{x} dx$
 c) $\int f(x)dx = \int x^6 dx + \int \frac{8}{x} dx$
 d) $\int f(x)dx = \frac{x^7}{7} + 8 \ln |x|$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Câu 26. Cho $f(x) = \frac{1}{\sqrt[9]{x^7}}, x \in (0; +\infty)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{7}{9}}}, x \in (0; +\infty)$
 b) $f(x) = x^{\frac{-7}{9}}, x \in (0; +\infty)$
 c) $\forall \alpha \in (0; +\infty), \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
 d) $\int f(x)dx = \frac{9}{2}\sqrt[9]{x^2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$f(x) = \frac{1}{x^{\frac{7}{9}}} = x^{\frac{-7}{9}}, x \in (0; +\infty)$$

$$\int x^{\frac{-7}{9}} dx = \frac{x^{\frac{-7}{9}+1}}{\frac{-7}{9}+1} + C = \frac{9}{2}\sqrt[9]{x^2} + C$$

Câu 27. Cho $f(x) = 2^{-3x+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x$
 b) $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{8}\right)^x dx$

c) $\int \left(\frac{1}{8}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^x}{\ln \frac{1}{8}}$

d) $\int f(x) dx = \frac{2^{-3x+1}}{-3 \ln 2} + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x$

b) $\int f(x) dx = 2 \int \left(\frac{1}{8}\right)^x dx$

c) $\int \left(\frac{1}{8}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^x}{\ln \frac{1}{8}} + C$

d) $\int f(x) dx = \frac{2^{-3x+1}}{-3 \ln 2} + C$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin 3x + \sin x}{\sin 2x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $f(x) = \frac{2 \sin \frac{3x+x}{2} \cos \frac{3x-x}{2}}{\sin 2x}$

b) $f(x) = 2 \cos x$

c) $\int f(x) dx = 2 \int \cos x dx$

d) $\int f(x) dx = -2 \sin x + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^2, x \neq 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $f(x) = 4x^2 - 4 + \frac{1}{x^2}, x \neq 0$

b) $\int f(x) dx = 4 \int x^2 dx - 4 \int dx + \int \frac{1}{x^2} dx$

c) $\forall \alpha \in (0; +\infty), \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$

d) $\int f(x)dx = \frac{4x^3}{3} - 4x + \frac{1}{x} + C$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) $f(x) = 4x^2 - 4 + \frac{1}{x^2}, x \neq 0$

b) $\int f(x)dx = 4 \int x^2 dx - 4 \int dx + \int \frac{1}{x^2} dx$

c) $\forall \alpha \in (0; +\infty), \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$

d) $\int f(x)dx = \frac{4x^3}{3} - 4x - \frac{1}{x} + C$

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = e^x + \sin x (\forall x \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $(0; 2)$. Biết $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = e^x + \sin x$.

b) Phương trình $f(x) - e^x = 0$ có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

c) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = e^x + \sin x + 2x + C$.

d) Nếu $F(0) = 0$ thì $F\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} + \pi$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng

Vì $f'(x) = e^x + \sin x = g(x)$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$.

b) Sai.

Ta có $f'(x) = e^x + \sin x \Rightarrow \int f'(x)dx = \int (e^x + \sin x)dx \Leftrightarrow f(x) = e^x - \cos x + C$

Lại có

$f(0) = 2 \Rightarrow e^0 - \cos 0 + C = 2 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) = e^x - \cos x + 2$ (vô nghiệm)

c) Sai

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x - \cos x + 2)dx = e^x - \sin x + 2x + C \Rightarrow F(x) = e^x - \sin x + 2x + C$

d) Sai

Vì $F(0) = 0 \Rightarrow e^0 - \sin 0 + 2 \cdot 0 + C = 0 \Leftrightarrow C = -1 \Rightarrow F(x) = e^x - \sin x + 2x - 1$

$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(e^{\frac{\pi}{2}} - \cos \frac{\pi}{2} + 2\right) + \left(e^{\frac{\pi}{2}} - \sin \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{2} - 1\right) = 2e^{\frac{\pi}{2}} + \pi$

Câu 31. Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng của cây đó trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)(cm)$ là chiều cao của cây sau t (năm). Cây con khi được trồng cao 12 cm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.

b) $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$ với C là một hằng số.

c) Chiều cao của cây đó không đổi trong 6 năm được trồng.

d) Chiều cao của cây đó khi được bán là 70 cm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.

Do $\int (1,5t + 5)dt = \int 1,5t dt + \int 5 dt = \frac{3}{4} \int 2t dt + 5 \int dt = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$ nên $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$.

Vì cây con khi được trồng cao 12 cm nên $h(0) = 12$, suy ra $C = 12$.

Vậy $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + 12$.

Sau 6 năm, chiều cao của cây đó là: $h(6) = \frac{3}{4} \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 12 = 69(cm)$.

Câu 32. Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng ở ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$. Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số $m(t) = 800 - 2t$, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 400$), $m(t)$ tính theo người.

Đơn giá cho một ngày công lao động là 400000 đồng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $M(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $m(t) = 800 - 2t$.

b) $M(t) = 800t - t^2 + C$ với $0 \leq t \leq 400$ và C là một hằng số.

c) Số ngày công được tính đến hết ngày thứ 400 là 160000.

d) Chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành) là 640000000 đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Vì $M'(t) = m(t)$ nên ta có $M(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $m(t) = 800 - 2t$.

Do $\int (800 - 2t)dt = 800 \int dt - \int 2t dt = 800t - t^2 + C$

nên $M(t) = 800t - t^2 + C$ với $0 \leq t \leq 400$. Vì $M(0) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $M(t) = 800t - t^2$.

Số ngày công được tính đến hết ngày thứ 400 là:

$$M(400) = 800.400 - 400^2 = 160000.$$

Chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành) là:

$$400000.160000 = 64000000000 \text{ (đồng)}$$

Câu 33. Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q(t)$ tính bằng khách/giờ (Nguồn: R. Larson and B Edwards, Calculus 10e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.
- b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.
- c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.
- d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

- Ta có: $Q(t) = \int Q'(t)dt = \int (4t^3 - 72t^2 + 288t)dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C$.

Mà sau 2 giờ đã có 500 người nên ta có $Q(2) = 500$ suy ra $C = 100$.

Vậy $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$.

- Lượng khách tham quan sau 5 giờ là $Q(5) = 1325$ người.

- Ta tìm GTLN của hàm số $Q(t)$ trên đoạn $[0;13]$.

Ta có $Q'(t) = 0$ khi $t = 0, t = 6$ và $t = 12$. Mà $Q(0) = 100, Q(6) = 1396, Q(12) = 100, Q(13) = 269$.
Nên lượng khách tham quan lớn nhất là 1396 người.

- Ta khảo sát hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ trên đoạn $[0;13]$.

Ta có $Q''(t) = 12t^2 - 144t + 288$.

$$Q''(t) = 0 \Leftrightarrow 12t^2 - 144t + 288 = 0 \Leftrightarrow t = 6 - 2\sqrt{3} \vee t = 6 + 2\sqrt{3}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $Q'(t)$ như sau:

t	0	$6-2\sqrt{3}$	$6+2\sqrt{3}$	13	
$Q''(t)$	+	0	-	0	+
$Q'(t)$	0	$Q'(6-2\sqrt{3})$	$Q'(6+2\sqrt{3})$	364	

Với $Q'(6 - 2\sqrt{3}) \approx 332,6$ và $Q'(6 + 2\sqrt{3}) \approx -332,6$.

Vậy tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t=13$.

Câu 34. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

- Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

- Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

- Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Câu 35. Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử, dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1,2698e^{0,014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.
- b) $S(t) = 90,7e^{0,014t} + 90,7$.
- c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.
- d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$ và

$$\begin{aligned}\int S'(t) dt &= \int 1,2698e^{0,014t} dt = 1,2698 \int (e^{0,014}) dt \\ &= \frac{1,2698e^{0,014t}}{0,014} = 90,7e^{0,014t} + C.\end{aligned}$$

Vì $S(0) = 90,7$ nên $C = 0$. Suy ra $S(t) = 90,7e^{0,014t}$.

Tốc độ tăng dân số ở nước ta năm 2034 là:

$$S'(20) = 1,2698e^{0,014 \cdot 20} \approx 1,7 \text{ (triệu người/năm)}$$

Dân số nước ta năm 2034 là: $S(20) = 90,7e^{0,014 \cdot 20} \approx 120$ (triệu người).

Câu 36. Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $P(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k\sqrt{t}$.

b) $P(t) = \frac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C$ với $0 \leq t \leq 10$ và k, C là hằng số.

c) $P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500$ với $0 \leq t \leq 10$.

d) Số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là 3352 con.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:
$$\int k\sqrt{t} dt = k \int \sqrt{t} dt = k \int t^{\frac{1}{2}} dt = \frac{2k}{3}t^{\frac{3}{2}} + C$$

Vì $P'(t) = k\sqrt{t}$ nên $P(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k\sqrt{t}$, suy ra

$$P(t) = \frac{2k}{3}t^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C \quad (0 \leq t \leq 10).$$

Do quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn nên $P(0) = 500$, suy ra

$$P(t) = \frac{2k}{3}\sqrt{t^3} + 500.$$

Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn, suy ra

$$\frac{2k}{3} \cdot \sqrt{1^3} + 500 = 600 \Leftrightarrow k = 150. \quad \text{Từ đó, ta có: } P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500 (0 \leq t \leq 10).$$

Vậy số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là $P(7) = 100 \cdot \sqrt{7^3} + 500 \approx 2352$ (vi khuẩn).

Câu 37. Tại một lễ hội dân gian, tốc độ thay đổi lượng khách tham dự được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 15$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Biết sau một giờ, 500 người đã có mặt tại lễ hội.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) Công thức của hàm số $B(t)$ biểu diễn số lượng khách tham dự lễ hội với $0 \leq t \leq 15$ là $B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + 95$
- b) Sau 3 giờ sẽ có 2310 khách tham dự lễ hội
- c) Số lượng khách tham dự lễ hội lớn nhất là 28220 khách sau 15 giờ.
- d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham dự lễ hội là lớn nhất tại thời điểm 15 giờ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có $B(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t$.

$$\text{Do } \int (20t^3 - 300t^2 + 1000t) dt = 5 \int 4t^3 dt - 100 \int 3t^2 dt + 500 \int 2t dt = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + C$$

nên $B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + C$.

Vì sau một giờ, 500 người đã có mặt tại lễ hội nên $B(1) = 405 + C = 500$.

Suy ra $C = 95$. Vậy $B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + 95$ với $0 \leq t \leq 15$.

b) Số khách tham dự lễ hội sau 3 giờ là:

$$B(3) = 5 \cdot 3^4 - 100 \cdot 3^3 + 500 \cdot 3^2 + 95 = 2300 \text{ (khách)}.$$

c) Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $B(t)$ trên đoạn $[0; 15]$. Ta có:

$$B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t = 20t(t^2 - 15t + 50) = 20t(t - 5)(t - 10).$$

Suy ra $B'(t) = 0$ khi t bằng 0, 5 hoặc 10.

Ta có: $B(0) = 95, B(5) = 3220, B(10) = 95, B(15) = 28220$.

Khi đó, giá trị lớn nhất của hàm số $B(t)$ trên đoạn $[0; 15]$ bằng 28220 tại $t = 15$.

Vậy số lượng khách tham dự lễ hội lớn nhất là 28220 khách sau 15 giờ.

d) Ta tìm t để hàm số $B'(t)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 15]$. Ta có:

$$B''(t) = 60t^2 - 600t + 1000. \text{ Suy ra } B''(t) = 0 \text{ khi } t \text{ bằng } \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3} \text{ hoặc } \frac{15 + 5\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có: $B'(0)=0; B'\left(\frac{15-5\sqrt{3}}{3}\right)\approx 962,25; B'\left(\frac{15+5\sqrt{3}}{3}\right)\approx -962,25$; $B'(15)=15000$.

Khi đó, giá trị lớn nhất của hàm số $B'(t)$ trên đoạn $[0;15]$ bằng 15000 tại $t=15$. Vậy tốc độ thay đổi lượng khách tham dự lễ hội là lớn nhất tại thời điểm 15 giờ.

Câu 38. Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Công thức xác định hàm số $h(t), (t \geq 0)$ là $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5, t \geq 0$

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $\frac{265}{3}$ (cm).

d) Thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua cao 52cm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $\int (-0,1t^3 + t^2) dt = \int -0,1t^3 dt + \int t^2 dt = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$

Do $h(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$ nên $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm nên $h(0) = 5$, suy ra $C = 5$.

Vậy $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5, t \geq 0$.

b) Cây tăng trưởng khi $v(t) > 0$. Xét bất phương trình $-0,1t^3 + t^2 > 0$.

Ta có: $t^2(-0,1t + 1) > 0$, suy ra $-0,1t + 1 > 0$ nên $t < 10$.

Vậy giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 10 tuần.

c) Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5$ với $t \in [0;10]$.

Ta có: $h'(t) = \frac{-t^3}{10} + t^2 = \frac{t^2}{10}(-t + 10)$, suy ra $h'(t) = 0$ khi t bằng 0 hoặc 10.

Ta thấy $h(0) = 5, h(10) = \frac{265}{3}$. Khi đó, $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{265}{3}$ trên đoạn $[0;10]$.

Vậy chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $\frac{265}{3} \approx 88,3$ (cm).

d) Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$ với $t \in [0;10]$.

Ta có: $v'(t) = -0,3t^2 + 2t = -0,3t \left(t - \frac{20}{3} \right)$, suy ra $v'(t) = 0$ khi t bằng 0 hoặc $\frac{20}{3}$.

Ta thấy $v(0) = 0, v\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{400}{27}, v(10) = 0$. Khi đó, $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{400}{27}$ trên đoạn $[0; 10]$ tại $t = \frac{20}{3}$. Ta có: $h\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{4405}{81} \approx 54,4$.

Vậy vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua cao $54,4 \text{ cm}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(x) \neq 0$ với mọi x và thỏa mãn $f(1) = -\frac{1}{2}$, $f'(x) = (2x+1)f^2(x)$. Biết $f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1$ với $a, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $f(1) > 0$
- b) $a - b = 2019$
- c) $ab > 2019$
- d) $2a + b = 2022$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$f'(x) = (2x+1)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+1 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+1) dx$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^2 + x + C \quad (1) \quad (\text{Với } C \text{ là hằng số thực}).$$

Thay $x=1$ vào (1) được $2+C = -\frac{1}{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow C=0$. Vậy $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$.

a) sai vì $f(1) = -\frac{1}{2} < 0$

$$T = f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}\right) = -1 + \frac{1}{2020}.$$

Suy ra: $\begin{cases} a=1 \\ b=2020 \end{cases} \Rightarrow a-b = -2019$

- b) Sai
- c) Đúng
- d) Đúng