

DẠNG 5**Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng, giữa hai đường thẳng****I. PHẦN ĐỀ BÀI**

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:
 A. 1. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1; 2; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng
 A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng
 A. 2. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{5}$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:
 A. 1. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:
 A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{16}$. C. 16. D. $\frac{16}{\sqrt{17}}$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1; 2; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng:
 A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 1; 1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(1; 1; 2)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng
 A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:
 A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{16}$. C. 16. D. $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng là $d_1: \frac{x-1}{a} = \frac{y+2}{b} = \frac{z-b}{2}$ và $d_2: \frac{x-a}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$, với a và b là tham số thực. Biết rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

- A. $\frac{\sqrt{1218}}{6}$. B. $\frac{17}{6}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{20}}{3}$.

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{3}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B , độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $2\sqrt{43}$. B. $\sqrt{43}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;4;4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4;2;1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (10; a; b)$. Khi đó, $2a + b$ bằng

- A. -6. B. 18. C. 8. D. 6.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:
- A. 1. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 4)$ xuống trục Ox suy ra $H(1; 0; 0)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng độ dài $MH = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$.

- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1; 2; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng
- A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } \begin{cases} M(1; 2; 3) \in \Delta \\ \vec{u} = (2; -2; 1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AM} = (2; 0; 3)$$

$$[\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (6; 4; -4)$$

$$\Rightarrow d(A, \Delta) = \frac{[\overrightarrow{AM}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{6^2 + 4^2 + (-4)^2}}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}.$$

- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng
- A. 2. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của $I(2; 3; -4)$ lên trục Ox .

Suy ra điểm H có tọa độ là $H(2; 0; 0)$.

$$\text{Khi đó: } d(I, Ox) = IH = \sqrt{(2-2)^2 + (0-3)^2 + (0+4)^2} = 5.$$

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:
- A. 1. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } d_{(M, Ox)} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:
- A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{16}$. C. 16. D. $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(0;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1(2;1;-2)$;

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2(1;2;-2)$;

Ta có: $\overrightarrow{M_1M_2} = (1;1;4)$;

Vậy, khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho là:

$$d(d_1; d_2) = \frac{\left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \right|}{\left\| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \right\|} = \frac{16}{\sqrt{17}}.$$

- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1; 2; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng:
- A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ , ta có $H(1+2t; 2-2t; 3+t)$, $t \in \mathbb{R}$.

$$\overrightarrow{AH} = (2+2t; -2t; 3+t)$$

Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4 + 4t + 4t + 3 + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{7}{9}.$$

$$\overrightarrow{AH} = \left(\frac{4}{9}; \frac{14}{9}; \frac{20}{9} \right) \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{16}{81} + \frac{196}{81} + \frac{400}{81}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(A; \Delta) = \frac{2\sqrt{17}}{3}.$$

- Câu 7:** Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có $A(2;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1;1;0), \overrightarrow{AC} = (-1;0;1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;1;1) \Rightarrow \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

Diện tích của tam giác ABC bằng: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Độ dài cạnh BC là: $BC = \sqrt{(1-1)^2 + (1-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$

Mặt khác ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot d(A, BC) \cdot BC \Rightarrow d(A, BC) = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{16}$. C. 16. D. $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D

♦ Đường thẳng d_1 đi qua $A(0;1;-1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$.

♦ Đường thẳng d_2 đi qua $B(1;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;2;-2)$.

♦ Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;1;4)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2;2;3)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 16$

♦ Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng này là: $d = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{16}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{16}{\sqrt{17}}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng là $d_1: \frac{x-1}{a} = \frac{y+2}{b} = \frac{z-b}{2}$ và

$d_2: \frac{x-a}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$, với a và b là tham số thực. Biết rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 song

song với nhau. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $\frac{\sqrt{1218}}{6}$. B. $\frac{17}{6}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{20}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;-2;b)$ và có VTCP $\vec{u} = (a;b;2)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $B(a;1;0)$ và có VTCP $\vec{v} = (1;2;-1)$.

Vì d_1 song song với d_2 nên $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}$.

Khi đó: $A(1;-2;-4)$ và $B(-2;1;0)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (-3;3;4)$ và $[\overrightarrow{AB}, \vec{v}] = (-11;1;-9)$.

Ta có: $d(d_1; d_2) = d(A; d_2) = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \vec{v}]|}{|\vec{v}|} = \frac{\sqrt{203}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{1218}}{6}$.

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{3}$,

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d_1 và d_2 tại

A và B , độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $2\sqrt{43}$. B. $\sqrt{43}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Do $A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a; -3+4a; 3a)$ và $B \in d_2 \Rightarrow B(b; 2+b; -4+3b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (2a-3; 4a-9; 3a-4)$; $\overrightarrow{MB} = (b-4; b-4; 3b-8)$.

Do điểm M, A, B thẳng hàng nên $\exists k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MB}$

$$\text{Từ đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} 2a-3 = k \cdot (b-4) & (1) \\ 4a-9 = k \cdot (b-4) & (2) \\ 3a-4 = k \cdot (3b-8) & (3) \end{cases}$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow 2a-3 = 4a-9 \Leftrightarrow a=3$. Thay vào (2), (3) ta có hệ PT

$$\begin{cases} k(b-4) = 3 \\ k(3b-8) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ k=-1 \end{cases}$$

Từ đó suy ra $A(7;9;9); B(1;3;-1) \Rightarrow AB = 2\sqrt{43}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;4;4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4;2;1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (10; a; b)$. Khi đó, $2a+b$ bằng

- A. -6. B. 18. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = (3; 2; -2), \overrightarrow{BM} = (3; -2; -3), [\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BM}] = (-10; 3; -12)$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và B trên đường thẳng Δ

Ta có $d(A, \Delta) = AH \leq AM$ dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $AM \perp \Delta$

$d(B, \Delta) = BK \leq BM$ dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $BM \perp \Delta$

$$\text{Vậy } d(A, \Delta) + d(B, \Delta) = AH + BK \leq AM + BM$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} AM \perp \Delta \\ BM \perp \Delta \end{cases}$$

Do đó đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $[\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BM}] = (-10; 3; -12)$

$$\Rightarrow \vec{u} = (10; -3; 12). \text{ Vậy } 2a+b=6.$$