**BÀI 3. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG**

**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. Hệ thức Vi-ét**

Cho phương trình bậc hai *ax*2 *+bx + c =* 0 *(a* 0). Nếu *x1, x2* là hai nghiệm của phương trình thì:



**2. Ứng dụng của hệ thức Vi-ét**

a) Xét phương trình bậc hai *ax2* + *bx + c* = 0 *(a ≠* 0).

- Nếu *a + b + c =* 0 thì phương trình có một nghiệm là *x1* = 1, nghiệm còn lại là



- Nếu *a - b + c =* 0 thì phương trình có một nghiệm là *x1 =* -1, nghiệm còn lại là 

*b) Tìm hai số biết tổng và tích của chúng:* Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng *P* thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình:

X*2- SX + P =* 0.

**II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1. Không giải phương trình, tính giá trị của biêu thức đối xứng giữa các nghiệm**

*Phương pháp giải:* Ta thực hiện theo các bước sau:

*Bước 1.* Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm:  Từ đó áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:

và 

*Bước* 2. Biến đổi biểu thức đối xứng giữa các nghiệm của đề bài theo tổng *x1* + *x2* và tích x1x2 sau đó áp dụng *Bước 1.*

Chú ý: Một số biểu thức đối xứng giữa các nghiệm thường gặp là:









1A. Gọi x1, x2 là nghiệm của phương trình x2 - 5x + 3 = 0. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức:

a)  b) 

1B. Cho phưoug trình: -3x2 - 5x-2 = 0. Với x1,x2 là nghiệm của phương trình, không giải phương trình, hãy tính:

a)  b) 

c)  d) 

2A. Cho phương trình x2 - 2(m - 2)x + 2m -5 = 0 (ra là tham số).

a) Tìm điều kiện của ra để phương trình có hai nghiệm phân biệt x1,x2.

b) Với ra tìm được ở trên, tìm biểu thức liên hệ giữa x1,x2 không phụ thuộc vào ra.

2B. Cho phương trình x2 +(m + 2)x + 2m = 0. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x1 ,x2 ? Khi đó, hãy tìm biểu thức liên hệ giữa x1, x2 không phụ thuộc vào ra.

**Dạng 2. Giải phương trình bằng cách nhấm nghiệm**

Phương pháp giải: Sử dụng ứng dụng của hệ thức Vi-ét.

3A. Xét tổng a + b + c hoặc a - b + c rồi tính nhẩm các nghiệm của các phương trình sau:

a) 15x2 -17x + 2 = 0;

b) *1230x2* - 4x - 1234 = 0;

c) (2 - )x2 + 2x - (2 + ) = 0;

d)  - (2 - )x - 2 = 0.

3B. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình sau:

a) 7x2 -9x + 2 = 0; b) 23x2 -9x-32 = 0;

c) 1975x2 + 4x - 1979 = 0; d) 31, 1x2 - 50,9x + 19,8 = 0.

4A. Cho phương trình (ra - 2)x2 - (2m + 5)x + ra + 7 = 0 với tham số ra.

a) Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm không phụ thuộc vào tham số m.

b) Tìm các nghiệm của phương trình đã cho theo tham số ra.

4B. Cho phương trình (2m - 1)x2 + (m - 3)x – 6m - 2 = 0.

a) Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm x = -2.

b) Tìm các nghiệm của phương trình đã cho theo tham số ra.

5A. Cho phương trình mx2 -3(m + l)x + m2 - 13m - 4 = 0 (ra là tham số). Tìm các giá trị của ra để phương trình có một nghiệm là x = -2. Tìm nghiệm còn lại.

5B. Tìm giá trị của tham số ra để phương trình x2 +3mx - 108 = 0 (ra là tham số) có một nghiệm là 6. Tìm nghiệm còn lại.

**Dạng 3. Tìm hai số khi biết tổng và tích**

*Phương pháp giải:* Để tìm hai số x, *y* khi biết tổng *S = x + y* và tích *P = x.y*, ta làm như sau:

*Bước 1.* Giải phương trình X2 *-SX+P* = 0 để tìm các nghiệm X1,X2.

*Bước* 2. Khi đó các số x, *y* cần tìm là x = X1,y = X2 hoặc x = X2, y = X1.

6A. Tìm hai số *u* và *v* trong mỗi trường hợp sau:

a) *u + v = 15,uv* = 36; b) *u2* + *v2* = *13,uv* = 6.

6B. Tìm hai số *u* và *v* trong mỗi trường hợp sau:

a) *u + v = 4,uv* = 7; b) *u + v* = *-12,uv -* 20.

7A. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là 2 +  và 2 - *.*

7B. Tìm phương trình bậc hai biết nó nhận 7 và -11 là nghiệm.

8A. Cho phương trình x2 *+ 5x* - 3*m* = 0 (m là tham số).

a) Tìm tham số *m* để phương trình có hai nghiệm là *x1* và *x2.*

b) Với điều kiện *m* tìm được ở câu a), hãy lập một phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và *.*

8B. Cho phương trình *3x2 +5x - m =* 0. Với giá trị nào của tham *số m,* phương trình có hai nghiệm là *x1* và x2 ? Khi đó, hãy viết phương trình bậc hai có hai nghiệm là  và 

**Dạng 4. Phân tích tam thức bậc hai thành nhân tử**

*Phương pháp giải:* Nếu tam thức bậc hai *ax2* + *bx + c =* 0 *(a* ≠ 0) có hai nghiệm x1; *x2* thì tam thức được phân tích thành nhân tử:

*ax2 + bx + c - a(x – x1* )(x – x2).

9A. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) x2 - 7x + 6; b) 30x2 - 4x - 34;

c) x -  + 6; d) 2x - *+* 3.

9B. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) 4x2 - 5x +1; b) 21x2 - 5x - 26;

c)4x - +3; d) 12x- -7.

**Dạng 5. Xét dấu các nghiệm của phương trình bậc hai**

*Phương pháp giải:* Xét phương trình *ax2 +bx + c-0(a ≠0).* Khi đó: 1. Phương trình có hai nghiệm trái dấu ⇔ *p <* 0.

2. Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu 

3. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt 

4. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt 

5. Phương trình có hai nghiệm trái dâ'u mà nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương 

*Chú ý:* Phương trình có hai nghiệm phân biệt ⇔ ∆ > 0; Phương trình có hai nghiệm ⇔ ∆ > 0.

10A. Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình:

a) x2 -*2*(m – 1)x + ra +1 = 0 có hai nghiệm phân biệt trái dấu;

*b) x2 - 8x* + 2m + 6 = 0 có hai nghiệm phân biệt;

*c) x2 -* 2(m *-* 3)x + 8 – 4m = 0 có hai nghiệm phân biệt âm;

*d) x2 - 6x + 2m* + 1 = 0 có hai nghiệm phân biệt cùng dương;

e) x2 - *2(m*- 1)x - 3 - ra = 0 có đúng một nghiệm dương.

1OB. Tìm các giá trị của tham số ra để phương trình:

*a) 2xz -* 3(m + 1*)x* + *m2* - ra - 2 = 0 có hai nghiệm trái dấu;

b) 3*mx2* + 2(2m +l)x *+ m* = 0 có hai nghiệm âm;

*c) x2 + mx+m* - 1 = 0 có hai nghiệm lớn hơn *m*;

*d) mx2 - 2(m - 2)x+* 3(ra - 2)= 0 có hai nghiệm cùng dâu.

**Dạng 6. Xác định điều kiện của tham số để phương trình bậc hai có nghiệm thỏa mãn hệ thức cho trước**

*Phương pháp giải:* Ta thực hiện theo các bước sau:

*Bước* 1. Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm ∆ ≥ 0.

*Bước 2.* Từ hệ thức đã cho và hệ thức Vi-ét, tìm được điều kiện của tham số.

*Bước 3.* Kiểm tra điều kiện của tham số xem có thỏa mãn điều kiện ở *Bước 1* hay không rồi kết luận.

11A. Cho phương trình *x2 - 5x + m +* 4 = 0. Tìm các giá trị của tham số *m*để phương trình có 2 nghiệm phân biệt *x1, x2* thòa mãn:

a) |x1| + |x2| = 4; b)3x­1 + 4x2=6;

c)  = -3; d) x1(1 - 3x ) + x (1 - 3x1) = m2 - 23.

11B. Cho phuơng trình *x2 -mx-m-*1 = 0 (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình:

a) Có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại.

b) Có hai nghiệm âm phân biệt;

c) Có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương;

d) Có hai nghiệm cùng dấu;

e) Có hai nghiệm x1,x2 thỏa mãn: 

g) Có hai nghiệm x1,x2 thỏa mãn: |x1 -x,| ≥ 3.

**III. BÀI TẬP VỂ NHÀ**

12. Cho phương trình: -3x2 + x + l = 0. Với x1, x2 là nghiệm của phương trình, không giải phương trình, hãy tính:

a)  b) 

c)  d) 

13. Tính nhẩm các nghiệm của các phương trình:

a) 16x - 17x + l = 0; c) 2x2 - 40x + 38 = 0;

b) 2x2 - 4x - 6 = 0; d) 1230x2 -5x - 1235 = 0.

14. Tìm hai số *u, v*  biết rằng:

a) *u + v =* -8, *uv* = -105; b) *u + v =* 9, *uv* = -90.

15. Cho phương trình *x2+* (4m *+ 1)x* + 2(m - 4) = 0. Tìm giá trị của tham số ra để phương trình có hai nghiệm x1, x2 và:

a) Thoả mãn điều kiện *x2* - *x1* =17;

b) Biểu thức *A = (x1 - x2* )2 có giá trị nhỏ nhất;

c) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ vào ra.

16. Cho phương trình bậc hai: (m + 2)x2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0. Tìm các giá trị của tham số ra để phương trình:

a) Có 2 nghiệm trái dấu;

b) Có 2 nghiệm dương phân biệt;

c) Có 2 nghiệm trái dấu trong đó nghiệm dương nhỏ hơn giá trị tuyệt đối của nghiệm âm;

d) Có 2 nghiệm *x1,x2* thỏa mãn: 3(x1 *+x2) = 5x1,x2.*

17. Cho phương trình: x2 - (2m + l)x + m2 + m - 6 = 0 (ra là tham số).

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của tham số ra để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

c) Gọi x1, x2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: *A = *

d) Tìm các giá trị của ra để phương trình có 2 nghiệm x1,x2 thỏa mãn:



18. Cho phương trình: x2 – 2 (m - 2)x + 2m - 5 = 0 (ra là tham số).

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi ra.

b) Gọi x1, x2 là 2 nghiệm của phương trình. Tìm ra để x1,x2 thỏa mãn: x1 (1 – x2) + x2 (1 – x1) < 4.

**BÀI 3. HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG**

**1A.** Ta có PT đã cho có hai nghiệm phân biệt 

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có 

a) Ta có 

b) Ta có 

c) Ta có 

d) Ta có 

**1B.** Tương tự 1A

a) Ta có  b) Ta có 

c) Ta có  d) Ta có 

**2A.** a) Ta có 

⇒ Phương trình có hai nghiệm x1, x2 với mọi m

b) Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có 

Biểu thức liên hệ giữa ,  không phụ thuộc vào m là: +

**2B.** Tương tự 2A

Phương trình có hai nghiệm  với mọi m

Biểu thức liên hệ giữa ,  không phụ thuộc vào m là: 

**3A.** a) Ta có 

b) Ta có 

c) Ta có 

d) Ta có 

**3B.**Tương tự 3A

a) Ta có  b) Ta có 

c) Ta có  d) Ta có 

**4A.** a) Ta thấy  Phương trình luôn có nghiệm x = 1 không phụ thuộc vào m.

b) Với m = 2: Phương trình chỉ có nghiệm x = 1.

Với : Phương trình có hai nghiệm x = 1 và 

**4B.** a) Thay x = -2 vào phương trình đã cho, ta có  (luôn đúng) ⇒ ĐPCM.

b) Với : Phương trình chỉ có nghiệm x = -2.

Với : Phương trình có hai nghiệm 

**5A.** Thay x = -2 vào phương trình ta tìm được m = 1 hoặc m = 2

\* Với m = 1, ta có: 

\* Với m = 2, ta có: 

**5B.** Tương tự 5A. Tính được m = 4; x2 = -18.

**6A.** a) Ta có  là hai nghiệm của phương trình sau



b) Ta có 

\* Với  ta có  là hai nghiệm của phương trình sau:



Vậy 

**6B.** Tương tự 6A

a) Không tồn tại  thỏa mãn vì 42 - 4.7 = -12 < 0.

b) Tìm được 

**7A.** Ta có  và 

Do đó  và  là nghiệm của phương trình sau: X2 - 4X + 1 = 0

**7B.** Tương tự 7A. Tìm được phương trình X2 + 4X -77 = 0.

**8A.** a) Ta có . Tìm được 

b) Ta có 

Và . Với ĐK  thì ta có  và là hai nghiệm của phương trình bậc hai 

**8B.** Tương tự 8A

Điều kiện . Phương trình tìm được là  (Điều kiện: )

**9A.** a) Ta có x2 - 7x + 6 = (x - 1) (x - 6)

b) Ta có 30x2 - 4x - 34 = 30 

c) Ta có 

d) Ta có 

**9B.** Tương tự 9A

a) Ta có 

b) Ta có 

c) Ta có 

d) Ta có 

**10A.** a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu 

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.



c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt cùng âm



d) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt cùng dương



e) Vì 

⇒ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình có dungd 1 nghiệm dương . Tìm được 

**10B.** Tương tự 10A

a) Tìm được  b) Tìm được 

c) Tìm được  d) Tìm được 

**11A.** Ta có 

Phương trình có hai nghiệm phân biệt 

Theo hệ thức Vi-ét ta có 

a) ta có 

. Tìm được .

b) Ta có 

Vì x = -9 là nghiệm của phương trình nên ta có . Tìm được 

**11B.** Tương tự 10A và 11A

a) Tìm được  b) Tìm được 

c) Tìm được  d) Tìm được 

3) Tìm được  g) Tìm được 

**12.** Tương tự 1A

a) Ta có  b) Ta có 

c) Ta có  d) Ta có 

**13.** Tương tự 3A

a) Ta có  b) Ta có 

c) Ta có  d) Ta có 

**14.** Tương tự 6A

a) Tìm được 

b) Tìm được 

**15.** a) Tìm được 

b) Ta có 

c) Ta có hệ thức 

**16.** Tương tự 10A.

a) Tìm được  b) Tìm được 

c) Tìm được  d) Tìm được 

**17.** Tương tự 10A và 11A.

a) ta có  b) Tìm được 

c) Ta có  d) Tìm được 

**18.** a) Ta có 

b) Tìm được m > 1