THPT CHUYÊN NGUYỄN DU – ĐẮK LẮK

Câu 1: (5 điểm)

Một khẩu pháo được đặt ngay phía trên cửa của một đường hầm nằm ngang, có nhiệm vụ tiêu diệt những chiếc xe quân sự trên khoảng cách từ l_1 đến l_2 kể từ miệng hầm (xem hình vẽ).

Xe chạy ra khỏi cửa hầm với vận tốc v_0. Vận tốc ban đầu của đạn có thể thay đổi được, đạn được bắn ra vào thời điểm xe vừa chạy ra khỏi cửa hầm. Hãy xác định độ cao của súng so với mặt đường và vận tốc cực đại của đạn để bắn trúng mục tiêu. Nòng súng có thể hướng theo phương bất kỳ. Bỏ qua sức cản không khí.

Câu 2: (5 điểm)

Một viên đạn bay theo phương thẳng đứng lên đến điểm cao nhất của quỹ đạo thì vỡ thành 3 mảnh có khối lượng $m_1 = 2m$; $m_2 = 3m$ và $m_3 = 4m$ bay theo các hướng khác nhau với vận tốc ban đầu như nhau. Sau một khoảng thời gian nào đó thì khoảng cách giữa các mảnh m_1 và m_2 là L.

Vào thời điểm đó khoảng cách giữa các mảnh m_1 và m_3 là bao nhiêu nếu biết rằng lúc đó chưa có mảnh nào chạm đất. Bỏ qua sức cản của không khí và khối lượng chất nổ.

Câu 3: (5 điểm)

Một tấm ván được gắn vào một bản lề cố định. Một cái vòng đệm nhỏ đặt trên ván cách bản lề một khoảng R. Ban đầu tấm ván nằm ngang và bắt đầu quay trong mặt phẳng đứng với vận tốc góc ω. Với giá trị nào của góc α tạo bởi tấm ván và mặt ngang thì vòng đệm bắt đầu trượt theo ván? Hệ só ma sát giữa vòng đệm và ván là $\mu < 1$. Gia tốc rơi tự do là g.

Câu 4: (5 điểm)

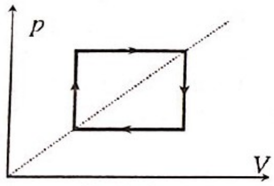
Hãy tính lực cản tạo ra do mưa tác dụng lên một chiếc xe đang chuyển động với vận tốc v = 60km/h. Biết rằng các giọt mưa rơi theo phương đứng với lượng mưa I = 30mm/h. Tiết diện ngang của xe theo hướng chuyển động $S = 1,5m^2$

Câu 5: (5 điểm)

Trong một xilanh cao, cách nhiệt đặt thẳng đứng, ở dưới pittông mảnh và nặng có một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử. Ở bên dưới pittông tại độ cao nào đó, người ta giữ vật nặng có khối lượng bằng khối lượng pittông. Sau đó, người ta thả nhẹ vật nặng và nó rơi xuống pittông. Sau va chạm tuyệt đối không đàn hồi của vật và pittông một thời gian, hệ chuyển động về trạng thái cân bằng, tại đó pittông có cùng độ cao như lúc ban đầu. Hỏi độ cao ban đầu của vật tính từ đáy xilanh bằng bao nhiêu lần độ cao của pittông? Biết bên trên pittông không có không khí. Bỏ qua mọi ma sát và trao đổi nhiệt.

Câu 6: (5 điểm)

Một chất khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình biểu diễn như trên hình 6. Hãy tìm hiệu suất của chu trình nếu thể tích của khí nếu trong phạm vi của chu trình thay đổi 2 lần.



Hình 6

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:

Chọn gốc toạ độ tại cửa hầm, trục Ox hướng theo chiều xe chạy, trục Oy hướng lên theo phương thẳng đứng.

Gọi vận tốc ban đầu của đạn là u. Theo phương trục Ox, cả xe và đạn cùng chuyển động đều. Vì vậy để bắn trúng mục tiêu thì hình chiếu vận tốc của đạn phải bằng vận tốc của xe: $u_x = v_0$

Gọi H là độ cao của súng. Toạ độ y của đạn theo phương đứng phụ thuộc thời gian theo phương trình

$$y = H + u_y t - \frac{gt^2}{2}$$

Khi đạn trúng mục tiêu thì: $H + u_y t - \frac{gt^2}{2} = 0$

Giải phương trình này và loại bỏ nghiệm âm, ta nhận được thời gian bay của đạn: $t = \frac{u_y + \sqrt{u_y^2 + 2gH}}{g}$

Thành phần nằm ngang của đạn $v_x = 0$ là bắt buộc, còn thành phần u_y phụ thuộc vận tốc u của đạn và đạt cực đại $u_{y\max}$ khi $u = u_{\max}$:

$$u_{y\max} = \sqrt{u_{\max}^2} = \sqrt{v_0^2} \qquad (*)$$

Do nòng súng có thể hướng lên hoặc hướng xuống, tức là thành phần u_y có thể nhận giá trị từ giá trị $-u_{y\max}$ đến $u_{y\max}$. Như vậy thời gian bay của đạn cũng thay đổi từ giá trị cực tiểu

$$\tau = \frac{-u_{y\max} + \sqrt{u_{\max}^2 + 2gH}}{g} \qquad (1)$$

đến giá trị cực đại: $T = \frac{u_{y\max} + \sqrt{u_{\max}^2 + 2gH}}{g}$ (2)

Mặt khác theo bài ra thì mục tiêu phải được tiêu diệt trong khoảng từ $l_1 = v_0\tau$ đến $l_2 = v_0 T$. Từ đây rút τ và T ra thay vào (1) và (2), ta nhận được hệ phương trình xác định $u_{y\max}$ và H:

$$\begin{cases} \dfrac{l_1}{v_0} = \dfrac{-u_{y\max} + \sqrt{u_{\max}^2 + 2gH}}{g} \\ \dfrac{l_2}{v_0} = \dfrac{u_{y\max} + \sqrt{u_{\max}^2 + 2gH}}{g} \end{cases}$$

Giải hệ này sẽ được: $u_{y\max} = \frac{(l_2 - l_1)g}{2v_0}$ và $H = \frac{l_1 l_2 g}{2v_0^2}$

Để tính vận tốc cực đại của đạn, ta thay $u_{y\max}$ vào (*): $u_{\max} = \sqrt{u_{y\max}^2 + v_0^2} = \sqrt{\frac{(l_2 - l_1)^2 g^2}{4v_0^2} + v_0^2}$ \

Câu 2:

Do tổng động lượng của hệ là một đại lượng bảo toàn (xét trong thời gian từ ngay trước đến nagy sau khi nổ) bên ba mảnh sẽ phải bay trong cùng một mặt phẳng.

Xét trong hệ quy chiếu rơi tự do xuống mặt đất với gia tốc g thì ba mảnh chuyển động thẳng đều với vận tốc như nhau, bằng vận tốc mà chúng nhận được ngay sau khi nổ.
Vì vậy trong hệ quy chiếu này, cả ba mảnh đều nằm trên đường tròn mà tâm là điểm nổ (xem hình vẽ).
Kí hiệu góc giữa các hướng bay của các mảnh m_1 và m_2 là α, góc giữa các hướng bay của m_1 và m_3 là $(\pi - \beta)$. Ta khảo sát vị trí của các mảnh vào thời điểm khi mà khoảng cách giữa các mảnh m_1 và m_2 là L. Khi đó từ hình vẽ ta rút ra: $L = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$; $L_1 = 2R\sin\frac{\pi - \alpha}{2} = 2R\cos\frac{\beta}{2}$

Do động lượng của hệ không đổi trong thời gian nổ nên áp dụng định lý hàm cosin đối với tam giác tạo bởi các vecto động lượng của các mản, ta nhận được:

$$(m_3v)^2 = (m_1v)^2 + (m_2v)^2 - 2m_1m_2v^2\cos(\pi - \alpha)$$

Trong đó v là vận tốc ban đầu của các mảnh. Từ đó rút ra $\cos\alpha$ và chú ý đến quan hệ độ lớn khối lượng của các mảnh, ta nhận được: $\cos\alpha = \frac{m_3^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_1m_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha \approx 75,5^0$

Từ định lý hàm sin đối với tam giác trên, ta có: $\frac{m_2v}{\sin\beta} = \frac{m_3v}{\sin(\pi - \alpha)}$.

Từ đó suy ra: $\sin\beta = \frac{m_2}{m_3}\sin\alpha = \frac{m_2}{m_3}\sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$; $\cos\beta = \frac{11}{16}$

Sử dụng công thức lượng giác đối với nửa góc, ta nhận được:

$$\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos\beta)} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}};\ \cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{L^2}{2R^2} = \frac{1}{4}$$

Từ đó rút ra: $R = \sqrt{\frac{2}{3}}L$

Thay biểu thức này vào biểu thức của L_1 thì được: $L_1 = \frac{3}{2}L$

Câu 3:

Rõ ràng rằng nếu ban đầu tấm ván quay đột ngột và đầu tự do của nó hạ xuống thì vòng đệm sẽ trượt ngay từ đầu và sẽ rời khỏi ván. Do đó ta chỉ khảo sát trường hợp khi ban đầu, đầu tự do của ván được nâng lên.
Khi truyền cho ván một vận tốc góc đủ lớn thì vòng đệm sẽ trượt ngay từ đầu. Còn nếu vận tốc góc không quá lớn thì vòng đệm sẽ nằm yên đối với ván và sau đó sẽ trượt.
Tác dụng lên vòng đệm có trọng lực, phản lực N và lực ma sát như hình vẽ. Gia tốc của vòng đệm khi chuyển động tròn là ω^2R hướng vào bản lề nên:

$$N = mg\cos\alpha;\ mg\sin\alpha - F_{ms} = m\omega^2R$$

Vòng đệm sẽ không trượt nếu: $|mg\sin\alpha - m\omega^2| \le \mu mg\cos\alpha$

Từ đó suy ra rằng khi $\omega^2R > \mu g$ thì vòng đệm sẽ trượt ngay từ khi $\alpha = 0$

Bây gời giả sử $\omega^2R > \mu g$ và $\alpha \ne 0$ ta sẽ xác định khi nào thì vòng đệm bắt đầu trượt về phí bản lề và ra xa bản lề.

1. Vòng đệm sẽ bắt đầu trượt về bản lề nếu: $\sin\alpha - \mu\cos\alpha > \frac{\omega^2 R}{g}$

Gọi $\beta = \arctan\mu = \arccos\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} = \arcsin\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$

Khi đó điều kiện trên được viết lại dưới dạng:

$\sin(\alpha - \beta) > \frac{\omega^2 R}{g\sqrt{1+\mu^2}}$ hay $\alpha > \beta + \arcsin\frac{\omega^2 R}{g\sqrt{1+\mu^2}}$

Ta nhận thấy rằng do $\mu < 1$ và $\beta + \arcsin\frac{\omega^2 R}{g\sqrt{\mu^2+1}} < \frac{\pi}{2}$ nên từ một độ lớn nào đó của α thì điều kiện trên sẽ được thực hiện.

2. Tương tự, vòng đệm sẽ bắt đầu trượt ra xa bản lề nếu: $\sin\alpha - \mu\cos\alpha < \frac{\omega^2 R}{g}$

Điều kiện này có thể viết dưới dạng: $\alpha > \pi - \beta - \arcsin\frac{\omega^2 R}{g\sqrt{\mu^2+1}}$

Nhưng khi mà $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì điều kiện này lại không được thực hiện

Kết hợp kết quả nhận được ta đi đến kết luận rằng:

* Khi $\omega^2 R > \mu g$ thì vòng đệm sẽ trượt ngay khi $\alpha = 0$

* Nếu thì vòng đệm bắt đầu trượt về phía bản lề khi: $\alpha > \arctan\mu + \arcsin\frac{\omega^2 R}{g\sqrt{\mu^2+1}}$

Câu 4:

Gọi động lượng của mỗi giọt mưa là p_0

Khi chuyển động với vận tốc v (v = 16,6m/s), trong thời gian Δt, xe sẽ quét được một số lượng hạt mưa là ΔN.

Ta hoàn toàn có thể coi va chạm giữa các giọt mưa và xe là va chạm tuyệt đối không đàn hồi, nghĩa là sau khi va chạm, các giọt mưa dunhs vào và cùng chuyển động với xe. Nên trong hệ quy chiếu đối với xe thì các giọt mưa sẽ chuyển động theo phương đứng với vận tốc u = 10m/s và chuyển động theo phương ngang với vận tốc v hướng vào xe.

Gọi n là mật độ các giọt mưa, khối lượng mỗi giọt là m_0 thì số hạt mưa mà xe hứng được trong thời gian Δt là: $N = nV = nSv\Delta t$ (1)

Động lượng tương ứng theo phương ngang của số hạt này (trong hệ quy chiếu gắn với xe) là:

$$p_x = m_0 v.N = m_0 nSv^2\Delta t \qquad (2)$$

Áp dụng định luật II Niuton (dạng thứ hai) thì lực tác dụng lên xe theo phương ngang:

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{p_x - 0}{\Delta t} = \frac{p_x}{\Delta t}$$

Đối chiếu với (2) thì: $F_x = m_0 nSv^2$ (3)

Ta hiểu lượng mưa $I = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ là độ cao của cột nước dâng lên trong một cái ống hình trụ diện tích đáy S^* miệng hở có diện tích bằng diện tích đáy trong một đơn vị thời gian. Trong thời gian Δt, số giọt mưa rơi vào cái ống này là: $N = nV = nS^* u\,\Delta t$ (4)

Độ cao cột nước dâng lên trong ống trong khoảng thời gian này bằng:

$$\Delta h = \frac{m}{\rho S^*} = \frac{m_0 N}{\rho S^*} = \frac{m_0 nS^* u\,\Delta t}{\rho S^*} = \frac{m_0 n\,u\,\Delta t}{\rho} \qquad (5)$$

Trong đó, ρ là khối lượng riêng của nước. Từ đó, ta tính được lượng mưa và rút ra được mật độ khối lượng nước mưa $m_0 n$: $I = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{m_0 n\,u}{\rho} \Rightarrow m_0 n = \frac{\rho I}{u}$ (6)

Thay kết quả này vào (3), ta nhận được lực cản của mưa tác dụng lên xe:

$$F_x = \frac{\rho I}{u} Sv^2 = 0,35(N)$$

Câu 5:

- Khối lượng của vật là m_1, của pit tông là $m_2\left(m_1 = m_2 = m\right)$

- Vận tốc của vật ngay sau khi va chạm được xác định từ các phương trình:

$$m_1.gh_2 = \frac{m_1 v^2}{2} \qquad (1)$$

$$m_1 v = \left(m_1 + m_2\right)v_1 \qquad (2)$$

- Định luật bảo toàn năng lượng của hệ sau va chạm và khi có cân bằng mới:

$$\frac{3}{2}nRT_1 + (m_1 + m_2)\frac{v_1^2}{2} + (m_1 + m_2)h_1 = \frac{3}{2}nRT_1 + (m_1 + m_2)h \qquad (3) \qquad (h = h_1)$$

- Lại có: $p_1.S = m_1g$ (4)

$nRT_1 = p_1Sh_1$ (5)

$p_2.S = (m_1 + m_2)g$ (6)

$nRT_2 = p_2Sh$ (7)

- Từ các phương trình trên thay vào phương trình (3) giải ra: $h_2 = 3h_1$

Vậy độ cao của vật bằng 4 lần độ cao của pittông

Câu 6:

Hiệu suất của chu trình được xác định theo công thức: $\eta = \frac{A}{Q_1}$ (*)

Trong đó A là công mà khí thực hiện, còn Q_1 là nhiệt lượng mà khí nhận từ nguồn nóng sau chu trình.

Trong trường hợp này các điểm 1 và 3 nằm trên một đường thẳng nên:

$$p = \alpha V \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \alpha V_1 \\ p_2 = p_3 = \alpha(2V_1) = 2\alpha V_1 = 2p_1 \end{cases} \qquad (1)$$

Nghĩa là trong quá trình, áp suất của khí cũng biến đổi 2 lần. Công mà chất khí thực hiện có số đo bằng diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi đồ thị của chu trình:

$$A = (V_2 - V_1)(p_2 - p_1) = p_1V_1 \qquad (2)$$

Từ đồ thị ta nhận thấy rằng nguồn nóng bắt đầu truyền nhiệt tại điểm 1 và ngừng truyền nhiệt tại điểm 3. Trên các đoạn còn lại, tác nhân tiếp xúc với nguồn lạnh. Như vậy: $Q_1 = Q_{12} + Q_{23}$ (3)

Theo nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học thì:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = v\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + 0 = v\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) \qquad (4)$$

Trong đó v là lượng chất của khí lý tưởng.

Tương tự: $Q_{23} = v\frac{3}{2}R(T_3 - T_2) + p_2(V_3 - V_2)$ (5)

Nếu sử dụng (1), (4) và (5) ta nhận được: $Q_1 = v\frac{3}{2}R\left(T_3 - T_2\right) + 2p_1V_1$

$$= \left\{ \begin{array}{l} p_1V_1 = vRT_1 \\ p_3V_3 = 2p_2V_2 = vRT_3 \end{array} \right\} = \frac{3}{2}\left(2p_2V_2 - p_1V_1\right) + 2p_1V_1 = \frac{13}{2}p_1V_1$$

Cuối cùng: $\eta = \dfrac{p_1V_1}{\frac{13}{2}p_1V_1} = \dfrac{2}{13} = 15\%$