

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT QUẢNG XƯƠNG III

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

TÊN ĐỀ TÀI

**GỖ “NÚT THẬT ” CHO BÀI TOÁN HÌNH HỌC
TỌA ĐỘ PHẪNG TRONG CÁC ĐỀ THI THPT QUỐC GIA
VÀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN CẤP TỈNH BẬC THPT**

Người thực hiện: Trần Văn Lực
Chức vụ: Tổ trưởng chuyên môn
SKKN thuộc lĩnh vực (môn): Toán

THANH HOÁ, NĂM 2016

MỤC LỤC

PHẦN I. MỞ ĐẦU.....	1
1. Lý do chọn đề tài.....	1
2 . Mục đích nghiên cứu.....	1
3. Đối tượng nghiên cứu.....	1
4. Phương pháp nghiên cứu.....	1
PHẦN II. NỘI DUNG.....	2
1. Cơ sở lý luận của đề tài:.....	2
2 . Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.....	2
3. Các sáng kiến kinh nghiệm hoặc các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.....	2
4. Nội dung đề tài.....	3
4.Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.....	19
PHẦN III. KẾT LUẬN - KIẾN NGHỊ.....	19
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	21

PHẦN I. MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Trong chương trình hình học lớp 10 có một phần rất quan trọng của hình học phổ thông đó là phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, đây là phần tiếp nối của hình học phẳng ở cấp THCS nhưng được nhìn dưới quan điểm đại số và giải tích. Do đó trong các đề thi THPT Quốc gia và thi học sinh giỏi bậc THPT đều có một bài toán phân loại rất khó của hình học tọa độ trong mặt phẳng nhằm khai thác mối liên hệ ràng buộc giữa hình học tọa độ trong mặt phẳng ở lớp 10 và kiến thức của hình học phẳng ở bậc THCS. Như vậy mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng đều mang bản chất của một bài toán hình học phẳng nào đó. Tuy nhiên khi giải các bài toán hình học tọa độ học sinh thường không chú trọng đến bản chất hình học của bài toán ấy. Vì vậy, thực tế yêu cầu phải trang bị cho học sinh một hệ thống phương pháp suy luận giải toán hình học tọa độ trong mặt phẳng từ các tính chất của hình học phẳng. Với ý định đó, trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi muốn nêu ra một cách định hướng tìm lời giải bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng dựa trên bản chất hình học phẳng của bài toán. Đó là tôi nghiên cứu đề tài: Gỡ “nút thắt” cho các bài toán hình học tọa độ phẳng trong các đề thi THPT Quốc gia và thi HSG môn Toán cấp Tỉnh bậc THPT.

2. Mục đích nghiên cứu

Định hướng cho học sinh cách giải bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng từ việc nắm vững và vận dụng linh hoạt các tính chất của hình học phẳng giúp học sinh tư duy logic giải nhanh và hiệu quả các đề thi THPT Quốc gia và thi học sinh giỏi môn Toán bậc THPT. Việc đưa nội dung này nhằm khai thác các tính chất hình học phẳng để tìm tòi lời giải bài toán hình học tọa độ phẳng dựa trên việc chỉ ra bản chất hình học phẳng sẽ hỗ trợ cho giải toán. Qua đó giúp học sinh nhận thức được rằng: “Mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng luôn chứa đựng một bài toán hình phẳng tương ứng” giúp học sinh nắm vững mối liên hệ mật thiết giữa hai vấn đề của bộ môn hình học phẳng. Từ đó giúp học sinh nâng cao tư duy trong việc phân tích bản chất của bài toán hình học phẳng chứa đựng trong các bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng tương ứng thông qua 15 tính chất và 12 bài tập minh họa.

3. Đối tượng nghiên cứu

+ Phương pháp giải bài tập hình học tọa độ trong mặt phẳng thông qua việc vận dụng các tính chất của hình học phẳng.

+ Các bài tập hình học tọa độ trong mặt phẳng từ các đề thi HSG Toán cấp tỉnh bậc THPT và các đề thi Toán THPT Quốc gia.

4. Phương pháp nghiên cứu

Từ việc trang bị một số tính chất cơ bản trong hình học phẳng giảng dạy cho học sinh giải các bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, chỉ ra bản chất và liên hệ với các tính chất của hình phẳng tương ứng, từ đó phân tích ngược lại cho bài toán vừa giải.

Trước hết cần chú ý chuyển bài toán tọa độ về bài toán hình phẳng trên cơ sở các dữ kiện bài toán đã cho.

Sau đó ta sẽ phân tích tính chất hình học trên hình phẳng để định hướng tìm lời giải bài toán.

PHẦN II. NỘI DUNG

1. Cơ sở lý luận của đề tài:

Trong phương pháp dạy học Toán chứa đựng những chức năng khác nhau. Những chức năng đó là:

+Chức năng dạy học: Bài tập toán nhằm củng cố vận dụng những tri thức kỹ năng kỹ xảo trong quá trình dạy học.

+Chức năng giáo dục: Bài tập toán nhằm hình thành thế giới quan duy vật biện chứng tạo nên hứng thú sáng tạo và niềm tin cho người lao động mới.

+Chức năng phát triển: Bài tập toán nhằm phát triển năng lực tư duy đặc biệt rèn luyện những thao tác trí tuệ, những phẩm chất của tư duy khoa học.

+Chức năng kiểm tra: Bài tập toán nhằm đánh giá mức độ kết quả, kỹ năng độc lập học toán, khả năng tiếp thu và vận dụng kiến thức ở học sinh.

2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.

Trong những năm gần đây bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng từ các đề thi HSG Toán cấp tỉnh bậc THPT và các đề thi Toán THPT Quốc gia là một bài toán mang tính phân loại cao nên việc giải bài toán này rất khó khăn, học sinh thường lúng túng và đặt ra câu hỏi: “ Phải định hướng tìm lời giải bài toán từ đâu ?”. Đa số học sinh bế tắc khi tìm lời giải bài toán này vì không nắm được bản chất trong mối liên hệ giữa các tính chất của hình học phẳng và phương pháp tọa độ trong mặt phẳng. Trước thực trạng đó của học sinh, tôi thấy cần thiết phải hình thành cho học sinh thói quen xem xét bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng theo các tính chất của hình học phẳng và bản chất hình học phẳng của bài toán.

3. Các sáng kiến kinh nghiệm hoặc các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề

Để giúp học sinh định hướng tốt hơn trong quá trình giải toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, giáo viên cần tạo cho học sinh thói quen xem xét bài toán dưới nhiều góc độ, khai thác các yếu tố đặc trưng liên hệ các tính chất của hình học phẳng. Trong đó việc hình thành cho học sinh khả năng tư duy theo các kiến thức hình học phẳng là một điều cần thiết. Việc trải nghiệm qua quá trình giải toán sẽ giúp học sinh hoàn thiện kỹ năng định hướng và giải toán.

Thực hiện theo các bước sau:

1. Tổ chức cho học sinh hình thành kỹ năng giải toán thông qua một (hay nhiều) buổi học có sự hướng dẫn của giáo viên

2. Tổ chức rèn luyện khả năng định hướng giải toán của học sinh. Trong đó yêu cầu khả năng lựa chọn lời giải ngắn gọn trên cơ sở phân tích bài toán hình học phẳng tương ứng.

3. Tổ chức kiểm tra để thu thập thông tin về khả năng nắm vững kiến thức của học sinh.

4. Trong mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng đều yêu cầu học sinh thực hiện phân tích bản chất hình học phẳng cũng như đưa ra các hướng khai thác mở rộng cho bài toán.

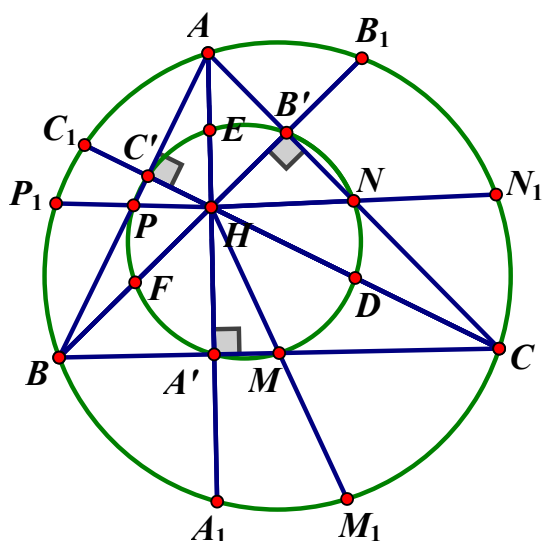
5. Cung cấp hệ thống các bài tập mở rộng để học sinh tự rèn luyện.

4. Nội dung đề tài

a) Các tính chất quen thuộc của hình học phẳng:

Tính chất 1: Cho ΔABC có 3 đường cao AA' , BB' , CC' đồng quy tại H . Gọi M , N , P là trung điểm của 3 cạnh BC , CA , AB và E , F , D là trung điểm của AH , BH , CH thì 9 điểm A' , B' , C' , M , N , P , E , F , D cùng thuộc một đường tròn (Đường tròn 9 điểm).

Chứng minh:



Xét phép vị tự $V_{\left(H; \frac{1}{2}\right)}$

$A \rightarrow E$

$B \rightarrow F$

$C \rightarrow D$

$A_1 \rightarrow A'$

$M_1 \rightarrow M$

$N_1 \rightarrow N$

$B_1 \rightarrow B'$

$C_1 \rightarrow C'$

$P_1 \rightarrow P$

Nên đường tròn (ABC) thành đường tròn đi qua A' , B' , C' , M , N , P , E , F , D . Hay 9 điểm A' , B' , C' , M , N , P , E , F , D cùng thuộc đường tròn.

Tính chất 2: Cho ΔABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi P , Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BH , $AH \Rightarrow AP \perp CQ$

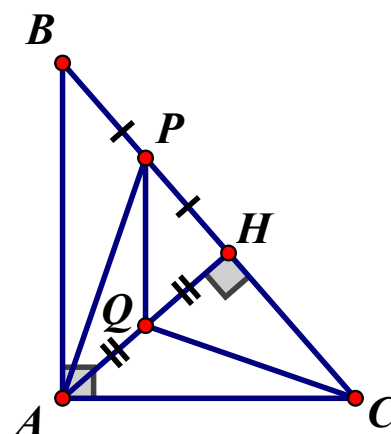
Hệ quả: Hình chữ nhật $ABCD$, H là hình chiếu của A trên BD và E , F , Q là trung điểm của BC , HD , AH thì $BQFE$ là hình bình hành và AF vuông góc với EF .

Chứng minh:

+ Ta có PQ là đường trung bình của ΔAHB

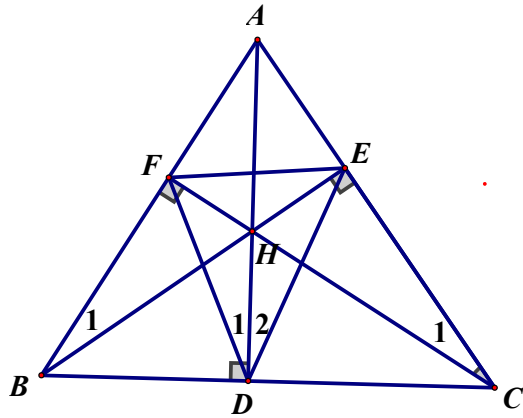
$\Rightarrow PQ \parallel AB$, mà $AB \perp AC \Rightarrow PQ \perp AC$ và

$AH \perp BC \Rightarrow Q$ là trực tâm $\Delta APC \Rightarrow AP \perp CQ$



Tính chất 3 : Cho tam giác nhọn ABC , gọi D, E, F là chân các đường vuông góc kẻ từ A, B, C của ΔABC . H là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF đồng thời AB, BC, CA là các phân giác ngoài.

Chứng minh :



Ta có tứ giác $BDHF$ nội tiếp

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$$

Tứ giác $ECDH$ nội tiếp $\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_2$ mà

$$\hat{B}_1 = \hat{C}_1 \text{ (cùng phụ với } \hat{BAC}) \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2$$

$\Rightarrow DH$ là phân giác của ΔDEF

tương tự ta cũng có EH, FH là các tia phân giác của ΔDEF

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF .

Tính chất 4: Cho ΔABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm I , G là trọng tâm ΔABC . Gọi D là trung điểm AB , E là trọng tâm $\Delta ADC \Rightarrow I$ là trực tâm ΔDEG .

Chứng minh :

- Gọi F, H, K lần lượt là các trung điểm BC, AC, AD

$\Rightarrow E = DH \cap CK$.

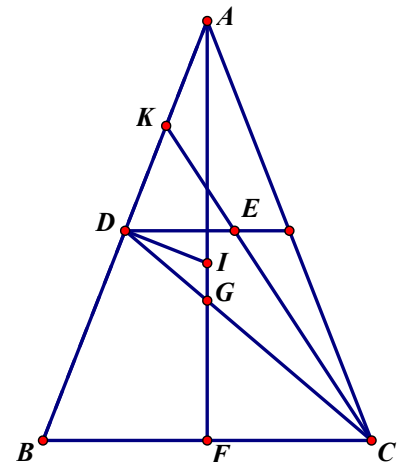
- Do G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow G = AF \cap CD$

- Ta có $\frac{CE}{CK} = \frac{CG}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow GE \parallel AB$,

Mà $AB \perp DI \Rightarrow GE \perp ID$

Lại có: $\left. \begin{array}{l} DE \parallel BC \\ GI \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow GI \perp DE \Rightarrow I$ là trực tâm

ΔDGE



Tính chất 5: Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của các cạnh AB, BC của hình vuông $ABCD$, K, I là hình chiếu của B trên AN và $CM \Rightarrow$

1. $AN \perp DM$, $MK \perp DK$, $DI \perp IN$ (Do I và C đối xứng nhau qua DN)

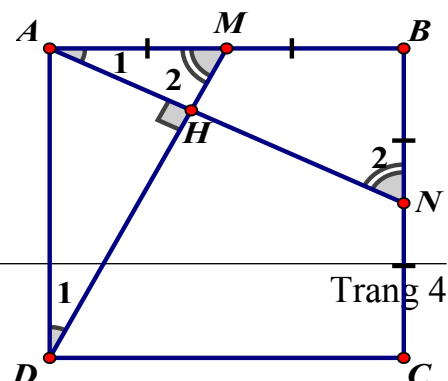
2. E là hình chiếu của N trên AC thì $AE = 3EC$ và $\Rightarrow \Delta DEM$ vuông cân tại E

Chứng minh:

$$\Delta ABN = \Delta DMA \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1$$

$$\text{Và } \hat{D}_1 + \hat{M}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{M}_1 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AHM \text{ vuông tại } H \Rightarrow AN \perp DM$$

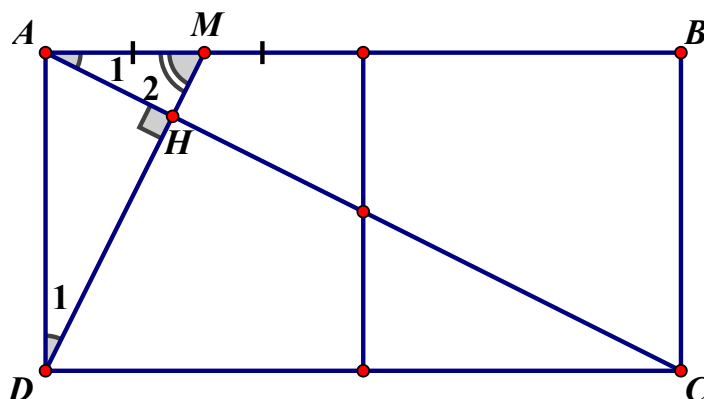


Tính độ dài ME, DE, DM theo cạnh a của hình vuông ta chứng minh được các ý còn lại.

Tính chất 6: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD$, M là một điểm trên AB sao cho $AB = 4 \cdot AM \Rightarrow DM \perp AC$. Nếu N, K, P là trung điểm AB, HC, DH $\Rightarrow KN \perp DK$
 Tứ giác APKN là hình bình hành và P là trực tâm tam giác ADK.

Chứng minh:

Ta có: $\angle D_1 + \angle M_1 = 90^\circ$ Mà:



$$\tan \angle A_1 = \frac{DC}{AB} = \frac{1}{2}, \tan \angle D_1 = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle A_1 = \angle D_1 \Rightarrow \angle A_1 + \angle M_1 = 90^\circ \Rightarrow \triangle AHM \text{ vuông tại } H \Rightarrow AC \perp DM$$

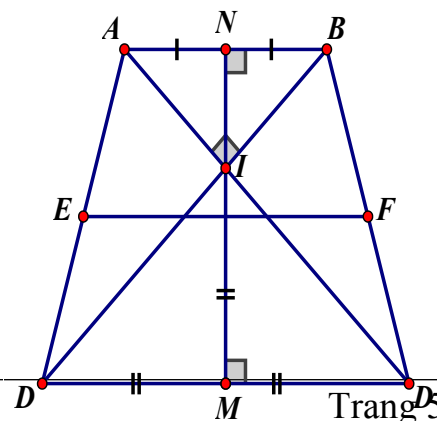
Tính chất 7: Trong 1 hình thang cân có 2 đường chéo AD và BD vuông góc thì độ dài đường cao bằng độ dài đường trung bình EF và $\frac{IA}{ID} = \frac{AB}{CD}$.

Hướng dẫn chứng minh:

$$+ NM = NI + IM$$

+ Do ABCD là hình thang cân, $AC \perp BD$

tại I $\Rightarrow \triangle AIB, \triangle BIC$ vuông cân $\Rightarrow IN, IM$ là các đường cao tương ứng đồng thời là trung tuyến.



$$\Rightarrow NI = \frac{AB}{2}; IM = \frac{CD}{2}$$

$$\Rightarrow NI + IM = \frac{AB + CD}{2} = EF$$

$$\Rightarrow NM = EF$$

Tính chất 8: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), BH và CK là 2 đường cao của ΔABC cắt nhau tại I, Gọi M và N là trung điểm AI và BC
 $\Rightarrow AO \perp KH, MN \perp KH$

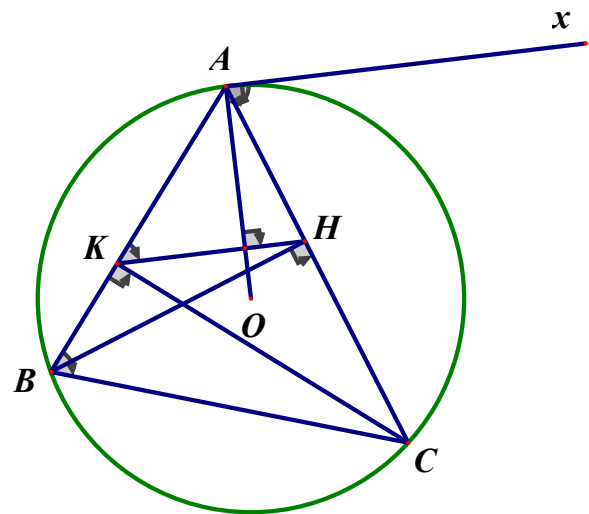
Chứng minh:

+ Kẻ tiếp tuyến Ax

$$\Rightarrow \angle XAC = \angle ABC = \frac{\text{đ} \angle AC}{2}$$

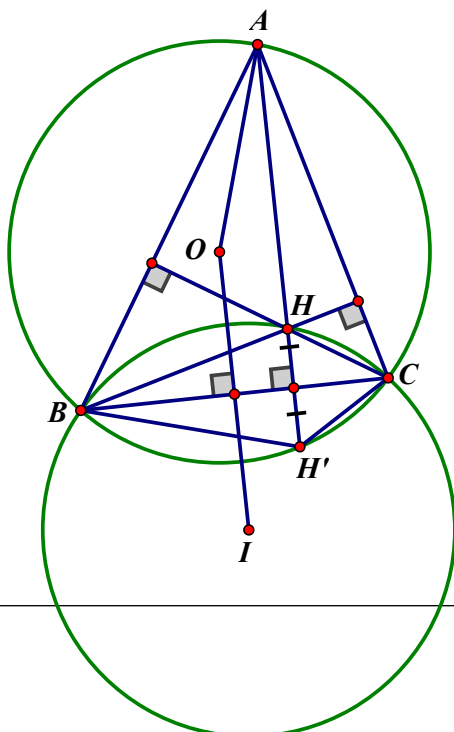
+ Mà $\angle ABC = \angle AHK$ (do tứ giác KHCB nội tiếp) $\Rightarrow \angle XAC = \angle AHK$, mà 2 góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow Ax \parallel HK$.

+ Lại có $Ax \perp AO$ (do Ax là tiếp tuyến) $\Rightarrow AO \perp HK$



Tính chất 9: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm, AH cắt (O) tại H'. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta HBC \Rightarrow O$ và I, H và H' đối xứng nhau qua BC.

Hai đường tròn (O) và (I) có cùng bán kính.



Chứng minh: Tam giác HCH' cân tại C do BC vừa là phân giác vừa là đường cao nên H và H' đối xứng nhau qua BC

Tứ giác ACH'B nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow O$ đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta BH'C$

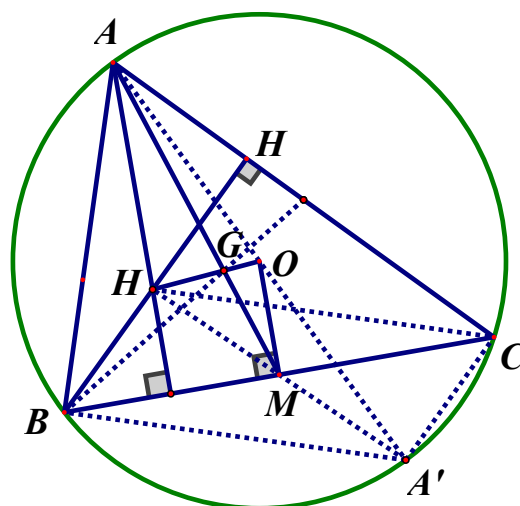
Mà H và H' đối xứng nhau qua BC $\Rightarrow \Delta HBC$ đối xứng với $\Delta H'BC$ qua BC, mà O, I lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta H'BC$ và $\Delta HBC \Rightarrow I$ và O đối xứng nhau qua BC.

Tính chất 10: (Đường thẳng O' – le) Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), gọi H, G, O lần lượt là trực tâm, trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC , OA cắt (O) tại A' thì BHCA' là hình bình hành, G cũng là trọng tâm tam giác AHA' và:

1. $\overline{AH} = 2.\overline{OM}$, $\overline{OH} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}$
2. $\overline{OH} = 3.\overline{OG}$, 3 điểm O, G, H thẳng hàng

Chứng minh:

1. Tứ giác BHCA' có các cặp cạnh đối đôi một vuông góc nên BHCA' là hình bình hành suy ra OM là đường trung bình của tam giác AA'H vậy $\overline{AH} = 2.\overline{OM}$
Do M là trung điểm BC, ta có:



$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + 2.\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{AH} = \overline{OH}$$

2. Do G là trọng tâm ΔABC

$$\Rightarrow \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3.\overline{OG}$$

$$\Rightarrow \overline{OA} + 2.\overline{OM} = 3.\overline{OG}$$

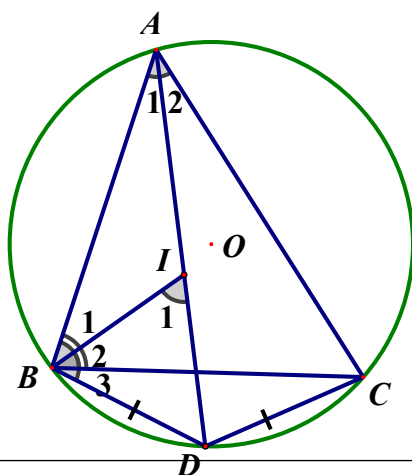
$$\Rightarrow \overline{OA} + \overline{AH} = 3.\overline{OG}$$

$$\Rightarrow \overline{OH} = 3.\overline{OG}$$

Vậy 3 điểm O, G, H thẳng hàng. (Cùng thuộc đường thẳng O' – le)

Tính chất 11: Cho ΔABC gọi O và I lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, tâm đường tròn nội tiếp ΔABC , AI cắt đường tròn (O) tại D thì OD vuông góc với BC và tam giác BDI cân $\Rightarrow DB = DI = DC$.

Gọi E là giao của AI với BC và F đối xứng với I qua D thì F là tâm đường tròn bàng tiếp góc A và BD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE.



Chứng minh: Do D là điểm chính giữa cung BC

Ta có $\hat{I}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}_1$ (do $\hat{I}_1$ là góc ngoài $\triangle ABI$)

Và $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (do AI là phân giác $\triangle ABC$), mà :

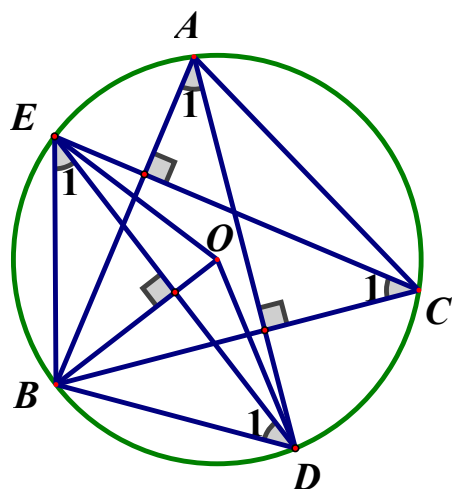
$$\hat{A}_2 = \hat{B}_3 = \frac{\text{sd} \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \hat{I}_1 = \hat{B}_2 + \hat{B}_3 = \widehat{BDC} \Rightarrow \triangle IBD$$

cân tại D $\Rightarrow DI = DB$.

Ta lại có $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{BDC} \Rightarrow BD = DC$
 $\Rightarrow DB = DI = DC$.

Tính chất 12: Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O). Gọi D, E là giao điểm của đường tròn (O) với các đường cao qua A và C $\Rightarrow OB$ là trung trực của ED.

Chứng minh:



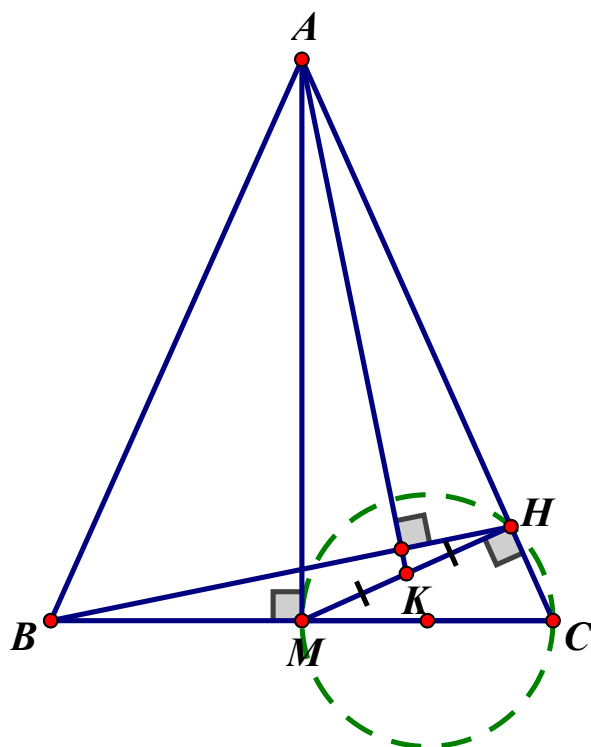
$$\text{Do : } \hat{E}_1 = \hat{A}_1 = \frac{\text{sd} \widehat{BD}}{2}, \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = \frac{\text{sd} \widehat{BE}}{2}, \hat{C}_1 = \hat{A}_1$$

(cùng phụ với $\widehat{ABC}$) $\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_1$

Khi đó tam giác BED cân tại B hay $BE = BD$
 và $OE = OD$ (Bán kính đường tròn tâm O)
 $\Rightarrow OB$ là trung trực của ED.

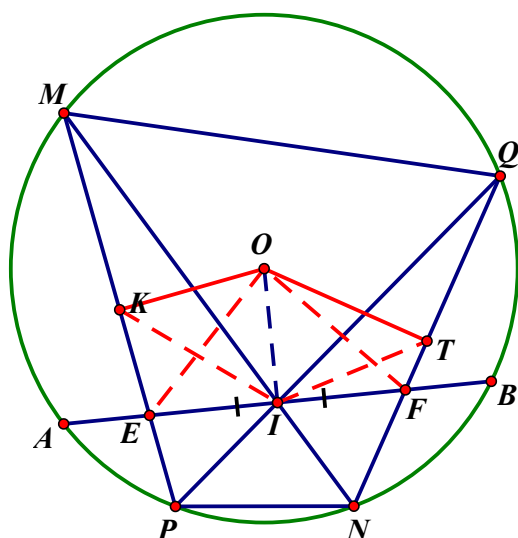
Tính chất 13. Cho tam giác ABC cân tại A có M là trung điểm BC. Gọi H là hình chiếu của M lên AC và K là trung điểm MH. Chứng minh rằng $AK \perp BH$.

Chứng minh: Gọi I là trung điểm HC thì $KI \perp AM$ và $MK \perp AI$ nên K là trực tâm tam giác AIM suy ra $AK \perp MI \Rightarrow AK \perp BH$.



Tính chất 14. Cho (O) một dây cung AB với I trung điểm. Qua I xét 2 dây cung MN và PQ tùy ý sao cho các dây này cắt AB ở E và F. Chứng minh rằng I trung điểm EF. (*Định lý con bướm*)

Chứng minh:

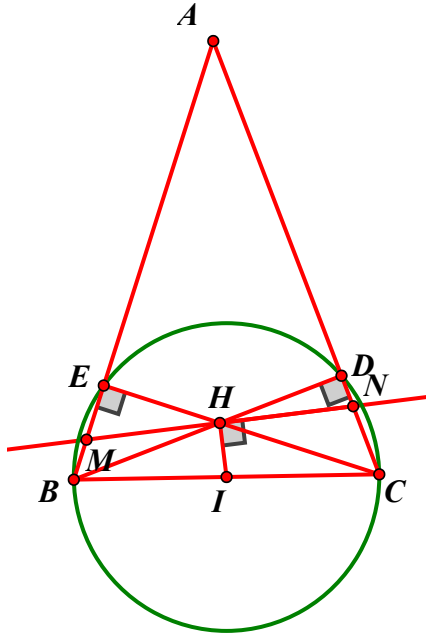


Gọi K, T lần lượt là trung điểm của dây MP, NQ. Ta có tứ giác OIEK và OIFT nội tiếp. Suy ra: $\angle EOI = \angle EKI$; $\angle FOI = \angle ITF$. Mặt khác tam giác IMP đồng dạng với INQ và IK, IT lần lượt là 2 trung tuyến. Suy ra: $\angle EKI = \angle ITN$. Do đó: $\angle EOI = \angle FOI$. Vậy tam giác OEF có OI vừa là phân giác vừa là đường cao nên nó là tam giác cân. Suy ra $IE = IF$.

Tính chất 15. Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BD, CE cắt nhau ở H (D thuộc AC; E thuộc AB). Lấy I là trung điểm BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HI cắt AB, AC ở M, N. Chứng minh $HM = HN$.

Chứng minh :

Kẻ đường tròn đường kính BC. Ta có tứ giác BCDE nội tiếp theo bài toán con bướm có 2 vuông góc với IH nên $HM = HN$.

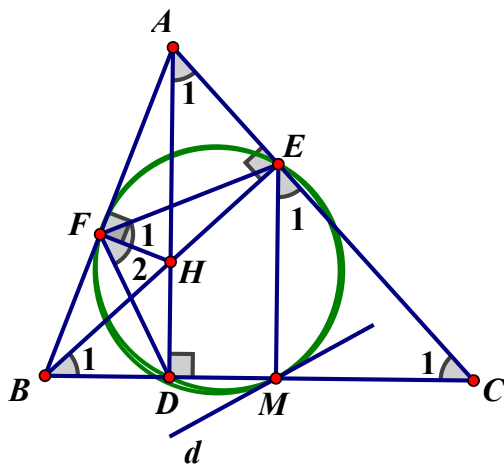


b) Các nhóm giải pháp thực hiện :

1-Nhóm các bài toán về tam giác và đường tròn :

Bài 1: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC nhọn; có các đường cao AD, BE, CF đồng quy ở H(3;-1). Biết đường thẳng (d): $7x+y+15=0$ đi qua trung điểm M của BC, phương trình đường tròn đi qua ba điểm D, E, F là $x^2 + y^2 - 3x + y - 10 = 0$. Tìm toạ độ các điểm M và D. (Đề thi thử THPT Quốc gia của Trường Lam Sơn 2016)

Hướng dẫn giải: Theo tính chất 1:



$\Rightarrow M \in \overline{\text{đường tròn (DFE)}}$

$+ M \in (DFE) \cap (d) \Rightarrow$ Toạ độ M thỏa mãn:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + y - 10 = 0 \\ 7x + y + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy **M(-2;-1)**

$+ HM = 5$, trung điểm của HM là K(1/2;-1) nên phương trình đường tròn (K) có đường kính HM là (K):

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x + 2y - 5 = 0$$

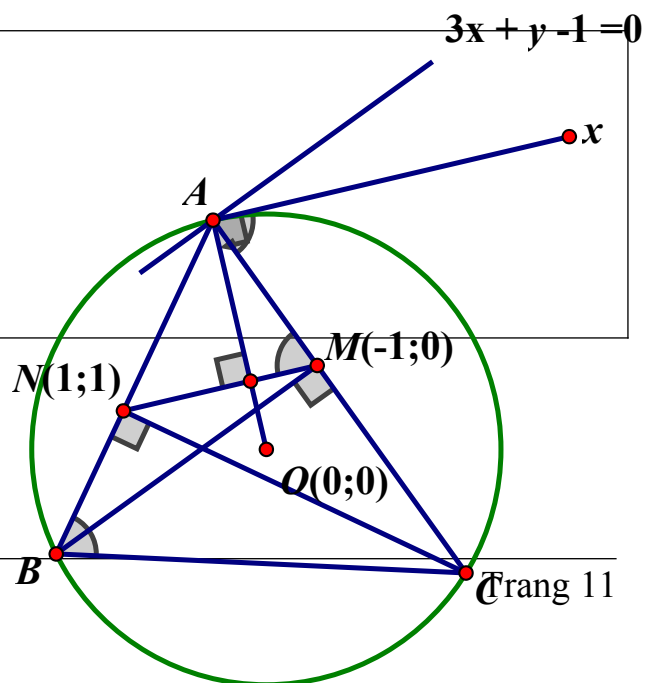
$+ \text{Toạ độ D thỏa mãn hệ: } \begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + y - 10 = 0 \\ x^2 + y^2 - x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$

$+ \text{Giải hệ ta được các nghiệm } (x;y) = (-1;-3); (x;y) = (-2;-1)$

$+ \text{Nếu } D \equiv M \Rightarrow \Delta ABC \text{ cân tại A} \Rightarrow \text{tâm của đường tròn (DEF) là } I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \text{ và } M(-2;-1); H(3;-1) \text{ phải thẳng hàng, điều này không xảy ra. Vậy } D(-1;-3).$

Bài 2: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O(0;0). Gọi M(-1;0), N(1;1) lần lượt là các chân đường vuông góc kẻ từ B, C của ΔABC . Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C của ΔABC , biết điểm A nằm trên đường thẳng Δ có phương trình: $3x + y - 1 = 0$.

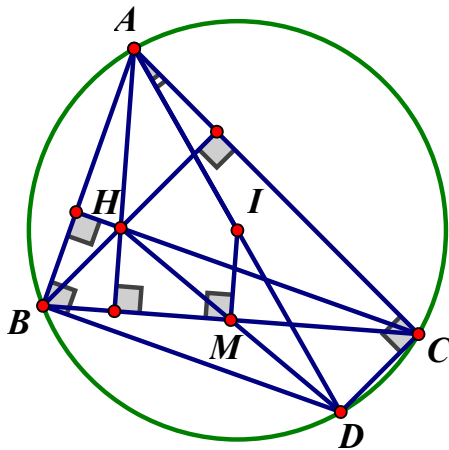
Hướng dẫn giải : Theo tính chất 8



Ta có $A \in \Delta \Rightarrow A(a; 1 - 3a)$,
 và $AO \perp MN$
 $\overline{AO} \cdot \overline{MN} = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow A(1; -2)$
 Đường thẳng AB :
 $\Rightarrow AB: x - 1 = 0$.
 Đường thẳng AC :
 $\Rightarrow AC: x + y + 1 = 0$.
 Đường cao BM :
 $\Rightarrow BM: x - y + 1 = 0$.
 $B = AB \cap BM$
 $\Rightarrow B(1; 2)$,
 $\Rightarrow C(-2; 1)$

Bài 3 : ΔABC nội tiếp đường tròn tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = 5$. Trục tâm $H(-1; -1)$, độ dài $BC = 8$. Hãy viết phương trình BC.

Hướng dẫn giải : Theo tính chất 10



Kẻ đường kính AD $\Rightarrow BHCD$ là hình bình hành $\Rightarrow MI$ là đường trung bình của $\Delta AHD \Rightarrow AH = 2 \cdot MI$

gọi $A(x; y)$

Ta có:

$$\begin{cases} AH = 2 \cdot MI = 2 \cdot \sqrt{CI^2 - BM^2} = 2 \cdot \sqrt{5^2 - 4^2} = 6 \\ AI = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 5) \Rightarrow D(5; -3) \Rightarrow M(2; -2)$$

(do I là trung điểm AD, M là trung điểm HD)

Đường thẳng BC đi qua M , vuông góc với

AH nên có phương trình là :

$$BC: y + 2 = 0.$$

Bài tập 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 4)$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D , đường phân giác trong của $\angle ADB$ có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm $M(-4; 1)$ thuộc cạnh AC . Viết phương trình đường thẳng AB .

Hướng dẫn:

Gọi AI là phân giác trong

của $\angle BAC$

Ta có : $\angle AID = \angle ABC + \angle BAI$

$$\angle PAD = \angle CAD + \angle CAI$$

Mà $\angle BAI = \angle CAI$, $\angle ABC = \angle CAD$

nên $\angle AID = \angle PAD$

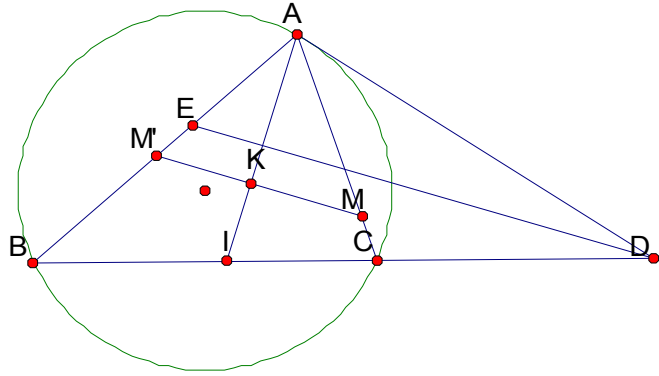
$\Rightarrow \triangle DAI$ cân tại D $\Rightarrow DE \perp AI$. PT đường thẳng AI là : $x + y - 5 = 0$

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AI $\Rightarrow$ PT đường thẳng MM' : $x - y + 5 = 0$.

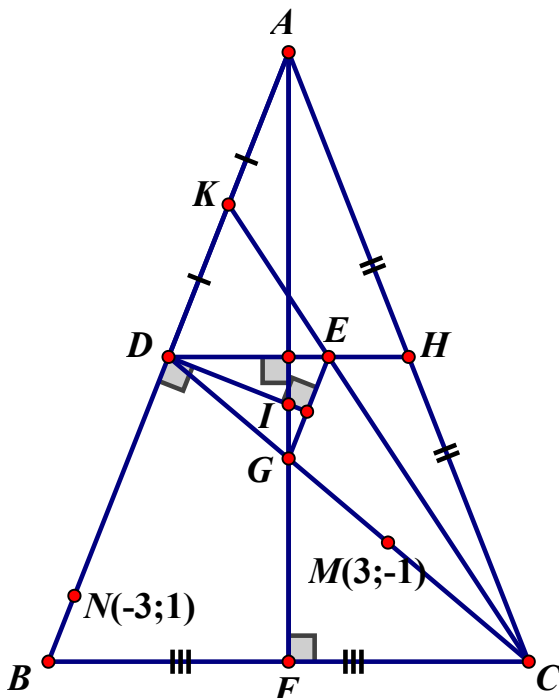
Gọi $K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)$

VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AM'} = (3;5) \Rightarrow$ VTPT của đường thẳng AB là $n = (5; -3)$

Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x - 1) - 3(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0$



Bài 5: $\triangle ABC$ cân tại A, gọi D là trung điểm của AB, D có tung độ dương, điểm $I\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Điểm $E\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm $\triangle ADC$. Điểm $M(3; -1) \in DC$, $N(-3; 1) \in AB$. Tìm tọa độ A, B, C.



Hướng dẫn giải :

Ta có I là trực tâm $\triangle DGE$ (Tính chất 10).

$$\Rightarrow DC: x - 3 = 0.$$

$$\text{Do } D \in DC \Rightarrow D(3; t), \overrightarrow{DN} \cdot \overrightarrow{DI} = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow D(3; 3)$$

$$\Rightarrow AB: x - 2y + 3 = 0$$

$$\Rightarrow AF: x - y - 2 = 0.$$

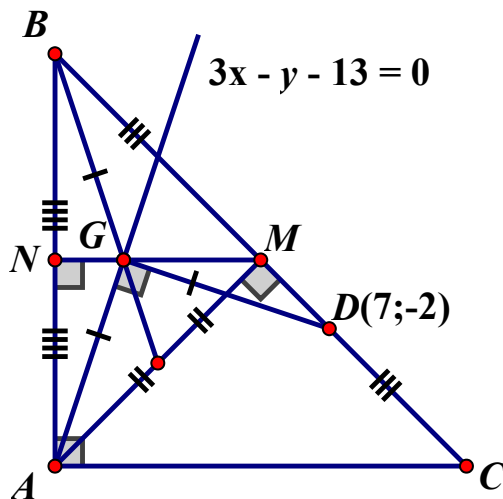
$$A = AB \cap AF \Rightarrow A(7; 5) \Rightarrow B(-1; 1)$$

$$\Rightarrow BC: x + y = 0$$

$$C = BC \cap CD \Rightarrow C(3; -3).$$

Bài 6: Cho ΔABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC. G là trọng tâm ΔABM , điểm $D(7;-2)$ là điểm nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Tìm tọa độ điểm A, biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.

Hướng dẫn giải:



Ta có khoảng cách: $d(D; AG) = \sqrt{10}$

gọi N là trung điểm AB, do ΔABC vuông cân tại A. nên ΔBMA vuông cân tại M suy ra NM là đường trung trực của AB $\Rightarrow GA = GB$, mà $GA = GD \Rightarrow GA = GB = GD$

$\Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp

$\Delta ABD \Rightarrow \angle AGD = 2\angle ABD = 90^\circ$

ΔAGD vuông cân tại G

$$AD = \sqrt{2} \cdot d(D; AG) = \sqrt{20}$$

$$A \in AG \Rightarrow A(a; 3a-13) : AD^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 > 4 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow A(3; 4).$$

2-Nhóm các bài toán về tứ giác :

Bài 7: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD với M, N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và BC. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B xuống CM. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết $N(-1; -\frac{5}{2})$, $H(-1; 0)$ và điểm D nằm trên đường thẳng (d): $x - y - 4 = 0$. (HSG tỉnh Thanh Hóa năm 2014)

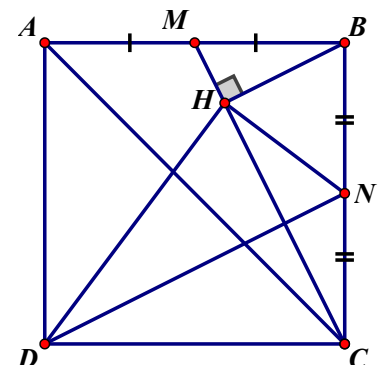
Hướng dẫn giải:

Theo tính chất 2 ta có DH vuông góc với HN

Gọi $D(m; m-4)$ Sử dụng điều kiện :

$$HD \cdot HN = 0 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow D(4; 0)$$

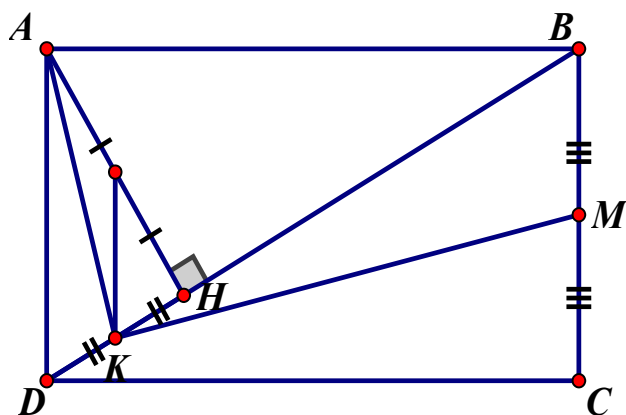
Nhận xét H và C đối xứng qua DN tìm được $C(1; -4)$. Từ đó tìm được: $A(0; 3), B(-3; -1)$.



Bài 8: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có điểm $H(1;2)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BD. Điểm $M\left(\frac{9}{2};3\right)$ là trung điểm của cạnh BC, phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của $\triangle ADH$ là: $4x + y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC. (HSG Tỉnh Thanh Hóa năm 2015)

Hướng dẫn giải:

Gọi K là trung điểm của HD. Theo tính chất 3, ta có $AK \perp KM$.



Thật vậy gọi P là trung điểm của AH.

Ta có PK song song và bằng nửa AD $\Rightarrow PK \perp AB$.

Mà $AH \perp KB$ do đó P là trực tâm của tam giác ABK. $\Rightarrow BP \perp AK$ mà BPKM là hình bình hành nên KM song song BP $\Rightarrow AK \perp KM$

Phương trình đường thẳng KM: đi qua $M\left(\frac{9}{2};3\right)$ và vuông góc với AK:

$4x + y - 4 = 0$ nên MK có phương trình: $x - 4y + \frac{15}{2} = 0$. Do $K = AK \cap MK \Rightarrow$

Toạ độ $K\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. Do K là trung điểm của HD mà $H(1; 2)$ nên $D(0; 2) \Rightarrow$ phương

trình của BD: $y - 2 = 0$. AH đi qua $H(1; 2)$ và vuông góc với BD nên AH có PT:

$x - 1 = 0$ và $A = AK \cap AH \Rightarrow A(1; 0)$. BC qua $M\left(\frac{9}{2};3\right)$ và $BC \parallel AD$ nên BC có

phương trình là: $2x + y - 12 = 0$.

Bài 9: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình vuông ABCD và điểm E thuộc cạnh BC. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với AE, cắt CD tại F. Đường thẳng chứa trung tuyến AM của $\triangle AEF$ cắt CD tại K. Tìm toạ độ điểm D biết $A(-6; 6)$, $M(-4; 2)$, $K(-3; 0)$.

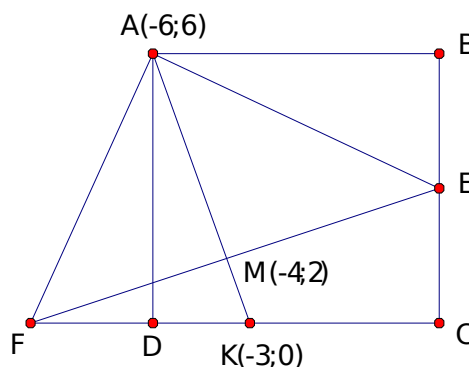
Hướng dẫn:

Ta có $\triangle ABE = \triangle ADF$ (g.c.g)

$\Rightarrow AE = AF \Rightarrow \triangle AEF$ vuông cân tại A

$\Rightarrow AM \perp EF$ và $MA = ME = MF$

EF đi qua $M(-4; 2)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (2; -4)$



làm vtpt nên $EF: x - 2y + 8 = 0$.

Gọi $E(2t - 8; t) \in EF$, $ME = MA$

$$\Leftrightarrow (2t - 4)^2 + (t - 2)^2 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$$

*Với $t = 0 \Rightarrow E(-8; 0) \Rightarrow F(0; 4)$

CD đi qua $K(-3; 0)$ và $F(0; 4)$ nên CD: $4x - 3y + 12 = 0$.

Gọi $D(3d; 4 + 4d) \in CD$. $AD \perp KF \Rightarrow \overrightarrow{KF} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow 3(3d + 6) + 4(-2 + 4d) = 0$

$$\Leftrightarrow d = -\frac{2}{5} \Rightarrow D(-\frac{6}{5}; \frac{12}{5})$$

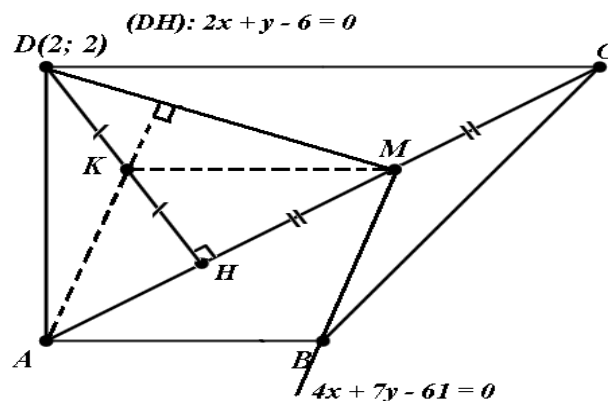
*Với $t = 4 \Rightarrow E(0; 4) \Rightarrow F(-8; 0)$

CD đi qua $K(-3; 0)$ và $F(-8; 0)$ nên CD: $y = 0$.

Gọi $D(d; 0) \in CD$. $AD \perp KF \Rightarrow \overrightarrow{KF} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow d = -6 \Rightarrow D(-6; 0)$

Bài 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và $D(2; 2)$, cạnh $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu của D lên cạnh AC và M là trung điểm HC . Biết rằng phương trình đường thẳng DH : $2x + y - 6 = 0$ và đường thẳng BM : $4x + 7y - 61 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của hình thang $ABCD$

Hướng dẫn:



Gọi K là trung điểm $DH \Rightarrow KM$ là đường trung bình trong ΔCHD

$\Rightarrow KM \parallel CD$ và $KM =$

Mặt khác $AB \parallel CD$ và $AB = \Rightarrow AKMB$ là hình bình hành

$\Rightarrow$

Xét $\triangle ADM$ có ta có $K = KM \cap DH \Rightarrow K$ là trực tâm của $\triangle ADM$ lại có

AK qua $K \Rightarrow AK \perp DM$

$\Rightarrow BM \perp DM \Rightarrow (DM): 7x - 4y + m = 0, (DM)$ qua $D(2; 2)$

$\Rightarrow m = -6 \Rightarrow (DM): 7x - 4y - 6 = 0$

Ta có $M = DM \cap BM \Rightarrow$ tọa độ M thỏa hệ: $\Leftrightarrow M(;)$

Mặt khác $AC \perp DH \Rightarrow (AC): x - 2y + n = 0,$

(AC) qua $M(;) \Rightarrow n = 8 \Rightarrow (AC): x - 2y + 8 = 0$

Ta có $H = AC \cap DH \Rightarrow$ tọa độ $H(;)$. Do M là trung điểm $HC \Rightarrow \mathbf{C(8; 8)}$

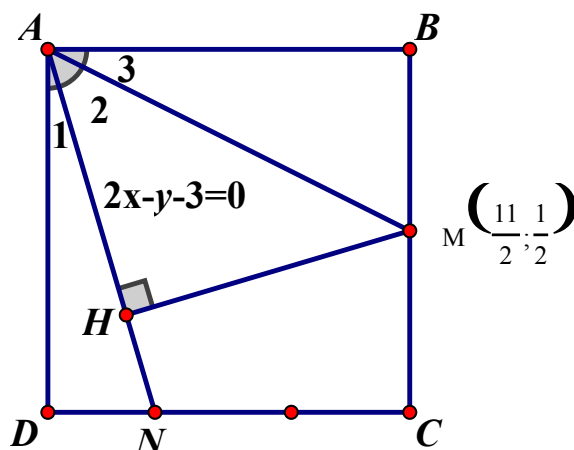
AD qua $D(2; 2)$ nhận $= (6; 6)$ làm vector pháp tuyến có dạng

$6(x - 2) + 6(y - 2) = 0 \Rightarrow (AD): x + y - 4 = 0$. Tương tự $A = AD \cap AC \Rightarrow \mathbf{A(0; 4)}$

Lại có, $= \Leftrightarrow \Rightarrow B(3; 7)$

Bài 11: (KA – 2012) Cho hình vuông $ABCD$, M là trung điểm BC , N thuộc CD sao cho $CN = 2 \cdot ND$. Điểm $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $AN: 2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ của A .

Hướng dẫn giải:



Gọi AN cắt BD tại H

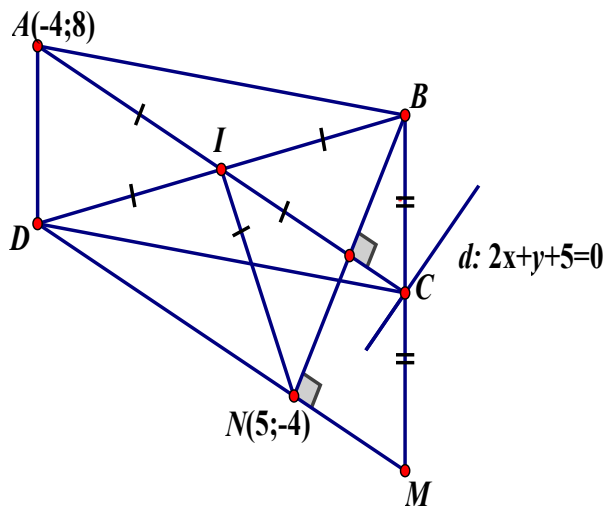
Từ đó suy ra tam giác AHM vuông cân tại H . Do $A \in AN \Rightarrow A(a; 2a - 3)$.

$$AH = d(M; AN) = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy $A(1; -1)$ hoặc $A(4; 5)$.

Bài 12: (KA-2013) Cho hình chữ nhật ABCD có M đối xứng với B qua C. Điểm N(5;-4) là hình chiếu vuông góc của B trên DM. Điểm C nằm trên đường thẳng $2x+y+5=0$, A(-4;8). Tìm tọa độ của B và C.

Hướng dẫn giải



Ta có $C \in d \Rightarrow C(t; -2t-5)$

Gọi I là tâm hình chữ nhật ABCD

$$\Rightarrow I \left(\frac{t-4}{2}; \frac{-2t+5}{2} \right)$$

Do $IN = IA$, $\Rightarrow t = 1 \Rightarrow C(1; -7)$.

lập được phương trình AC : $3x+y+4=0$ điểm B là điểm đối xứng của N qua AC $\Rightarrow BN: x-3y-17=0$ suy ra : B(-4;-7)

Tóm lại: B(-4;-7) ; C(1;-7).

Vậy các đỉnh còn lại của hình thang là: A(0; 4), B(3; 7) và C(8; 8)

2. MỘT SỐ BÀI TẬP THAM KHẢO:

Bài tập 1: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M(\frac{11}{2}; \frac{1}{2})$ và đường thẳng AN: $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A. (ĐH khối A - năm 2012)

Đáp số: A(1;- 1) , A(4;5) .

Bài tập 2: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho hình chữ nhật ABCD, có $AB = 2AD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Trên đường thẳng MN lấy điểm K sao cho N là trung điểm của MK. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật biết K(5; -1), AC: $2x + y - 3 = 0$ và $y_A > 0$.

Đáp số: A(1;1), B(3;1), C(3;- 3), D(1;- 3)

Bài tập 3: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho hình chữ nhật ABCD, có $AB = 2AD$. Gọi N là trung điểm của BC, M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $DC = 4DM$. Biết $M(1;2)$, AN: $4x - y + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm A biết $x_A < -0,5$.

Đáp số: $A(-1;1)$

Bài tập 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có $C(1; 2)$.

Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng DM: $x + 2y - 7 = 0$. Đỉnh A thuộc $d: x + y - 5 = 0$. Tìm tọa độ A, B, D.

Đáp số: $A(-1;6), B(\frac{1}{2}; \frac{17}{4}), D(-\frac{1}{2}; \frac{15}{4})$

Bài tập 5: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi E là trung điểm của AD, $H(\frac{11}{5}; -\frac{2}{5})$ là hình chiếu vuông góc của B trên CE.

Điểm $K(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5})$ là trung điểm của BH. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết điểm A có hoành độ âm.

Đáp số: $A(-1;2), B(-1;-2), C(3;-2), D(3;2)$

4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường

Sau khi giảng dạy phương pháp trên thì đa số học sinh đều tiếp thu được kiến thức và biết vận dụng thành thạo vào các bài tập. Dưới đây là kết quả thu được trong một bài kiểm tra ở lớp giảng dạy:

Điểm	8 -10	5 - 7	Dưới 5
Lớp			
12A2 (44 học sinh)	40HS = 85,1%	3HS = 10,6%	1HS = 4,3%
12D (40 học sinh)	25HS = 62,5%	10HS = 25%	5HS = 12,5%

PHẦN III. KẾT LUẬN - KIẾN NGHỊ

Qua sự thành công bước đầu của việc áp dụng nội dung này thiết nghĩ rằng chúng ta cần thiết phải có sự đổi mới trong cách dạy và học. Không nên dạy học sinh theo những quy tắc máy móc nhưng cũng cần chỉ ra cho học sinh những quy trình mô phỏng đang còn mang tính chọn lựa để học sinh tự mình tự duy tìm ra con đường giải toán.

Sáng kiến kinh nghiệm này chỉ là một phần rất nhỏ nó là kinh nghiệm bản thân thu được qua quá trình dạy một phạm vi học sinh nhỏ hẹp. Vì vậy sự phát hiện những ưu nhược điểm chưa được đầy đủ và sâu sắc.

Mong rằng qua báo cáo kinh nghiệm này các đồng nghiệp cho tôi thêm những ý kiến và phản hồi những ưu nhược điểm của cách dạy nội dung này. Cuối cùng tôi mong rằng nội dung này sẽ được các đồng nghiệp nghiên cứu và áp dụng vào thực tiễn dạy học để rút ra những điều bổ ích.

Bài viết chắc chắn còn nhiều thiếu sót rất mong được sự đóng góp ý kiến, phê bình, phản hồi của các đồng nghiệp .

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa toán 10, 12, NXBGD, 2008;
2. Sách bài tập toán 10, 12, NXBGD, 2008
3. Phương pháp giảng dạy môn toán, Vũ Dương Thụy, NXBGD, 2009
4. Phương pháp dạy học môn Toán: Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy – NXBGD 2000
5. Phương pháp dạy học môn Toán ở trường phổ thông – XBB ĐHQG TPHCM 2005
6. Sách giáo viên, sách giáo khoa, sách bài tập Toán 10;
7. Bùi Mai Anh (2002), *Rèn luyện năng lực giải toán của học sinh THPT*,
Luận Văn thạc sĩ khoa học giáo dục, Đại Học Sư Phạm I Hà Nội, Hà Nội.
8. Hà Văn Chương (2006), *Tuyển chọn 400 bài toán Hình Học 10*, NXB Đại Học Quốc Gia Hà Nội.
9. Hàn Liên Hải, Phan Huy Khải, Đào Ngọc Nam, Lê Tất Tôn, Đặng Quan Viễn (1996), *Toán bồi dưỡng học sinh Hình Học 10*, NXB Hà Nội.
10. Các đề thi đại học môn Toán , đề thi học sinh giỏi môn Toán lớp 12 tỉnh Thanh Hóa từ năm 2012-2016.

**XÁC NHẬN
CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ**

*Thanh Hóa, ngày 15 tháng 4 năm
2016.*

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của
mình viết, không sao chép nội dung
của người khác.

(Ký và ghi rõ họ tên)

Trần Văn Lực