**- Tên sáng kiến: ‘***Sử dụng công thức diện tích hình học để sáng tạo và chứng minh bất đẳng thức’.*

**Phần 1.Lý do chọn đề tài:**

**1.1 Cơ sở khoa học:**

Trong chương trình toán học phổ thông, ở tất cả các phân môn: Số học, Đại số, Hình học, Giải tích thường gặp các bài toán về bất đẳng thức. Đây là dạng toán hay và khó. Để giải các bài toán này ta sử dụng nhiều phương pháp khác nhau, mức độ thì khó, phạm vi kiến thức liên quan của các bài toán thì cũng rất phong phú và đa dạng. Chính điều đó tạo nên đặc thù cho dạng toán bất đẳng thức, học bất đẳng thức đã khó mà dạy còn khó hơn. Thế mà, như chúng ta đã biết đây là một vấn đề vẫn thường xuất hiện trong các đề thi học sinh giỏi hay vào các trường cao hàng năm. Vì thế, là một giáo viên dạy toán, tôi luôn trăn trở để làm sao học sinh không còn “sợ” nữa và tiếp cận dạng toán này một cách tự tin hơn. Một công việc thường gặp ở một giáo viên chính là việc ra đề cho học sinh, ra đề về bất đẳng thức lại càng đòi hỏi nhiều sự sáng tạo.

Từ những tích lũy trong nhiều năm học toán và dạy toán tôi nhận thấy rằng: Có nhiều cách để sáng tạo bất đẳng thức, trong đó việc sử dụng hình học là một hướng rất sáng tạo và độc đáo có thể cho ta rất nhiều bài toán hay. Vì vậy tôi chọn đề tài:

***“Sử dụng tính chất hình học để sáng tạo và chứng minh bất đẳng thức”***

**1.2 Cơ sở thực tiễn:**

Bất đẳng thức là một dạng toán khó kể cả khi giải hay ra đề. Việc giúp cho giáo viên hay học sinh tự mình ra được một đề bài và giải được là nguồn lực lớn để giáo viên và các em học sinh tự tin, tạo tâm thế tốt khi giải bất đẳng thức. Việc vận dụng các tính chất hình học vừa giúp các em củng cố kiến thức hình đồng thời tạo mối liên hệ và vận dụng tốt sự linh hoạt giữa đại số và hình học để giải quyết bài toán cụ thể.

**Phần 2. Giải quyết vấn đề**

**2.1 Cơ sở lý thuyết**

**2.1.1 Các công thức tính diện tích**

**a. Tam giác**



**b. Tứ giác**

Hình vuông, hình chữ nhật.

Hình thoi.

Hình bình hành.

**2.2 Áp dụng**

**2.2.1 Xây dựng bất đẳng thức từ diện tích tam giác**

**Bài toán dẫn xuất 1.**

|  |
| --- |
| Cho 3 số thực . Chứng minh rằng: . |

Bạn đọc có thể đưa ra không ít cách giải khác nhau, tuy nhiên, ta giải quyết bài toán theo hướng áp dụng hình học.

**Tóm tắt lời giải**

Xét tam giác ABC đều, có cạnh bằng 1. Trên AB, BC, CA lấy M, N, P như hình vẽ. Đặt a = AM, b = CP, c = BN.



Ta có đánh giá



Dấu đẳng thức xảy ra khi tam giác MNP suy biến tức là trong 3 số a, b, c có một số bằng 1 và một số bằng 0.

**Lời bình:**

Xuất phát từ việc phân chia một tam giác ta có ý tưởng đánh giá về diện tích và chứng minh được bài toán trên. Ý tưởng này cũng giúp ta có thể phát triển để sáng tác ra nhiều bài toán tương tự. Chẳng hạn như một số bài toán sau:

**Bài 1.** Cho 3 số thực .

Chứng minh rằng: .

**Bài 2.** Cho 3 số thực .

Chứng minh rằng: .

**Bài 3.** Cho 3 số thực .

Chứng minh rằng: .

Bây giờ ta thử với một tam giác vuông có cạnh là 3, 4, 5 ta xây dựng bài toán mà vai trò của các biến không giống nhau như sau:

**Bài toán dẫn xuất 2:**

|  |
| --- |
| Cho các số thực  Chứng minh rằng: . |

Quan sát bất đẳng thức thì không ít người có cảm giác ban đầu hơi mất phương hướng. Tuy nhiên nếu đã biết ý tưởng thì bài toán có thể giải quyết đơn giản như sau:

**Tóm tắt lời giải:**



Xét tam giác vuông ABC có AB = 3. BC = 4, AC = 5.

Đặt a = AM, b = CP, c = BN

Ta có đánh giá



Sau đây tôi xin đưa ra một số bài toán tương tự

**Bài 1.** Cho các số thực 

Chứng minh rằng: .

**Bài 2.** Cho các số thực 

Chứng minh rằng: .

**Bài 3.** Cho các số thực dương thỏa mãn  và các số thực x, y, z thỏa mãn .

Chứng minh rằng: .

**Bài 4.** Cho các số thực dương thỏa mãn  và các số thực x, y, z thỏa mãn .

Chứng minh rằng: .

Đến đây ta tiếp tục xây dựng bài toán dựa trên môt tam giác thường. Trước tiên cùng xét bài toán:

**Bài toán dẫn xuất 3:**

|  |
| --- |
| Cho các số thực  Chứng minh rằng: . |

**Tóm tắt lời giải:**

Xét tam giác ABC có AB = 4, AC = 5, BC = 6 như hình vẽ sau



Đặt a = AM, b = CN, c = BP. Ta có đánh giá





**Lời bình**

Quá trình trên cho ta nhìn thấy hướng tổng quát của các bài toán, bắt đầu là việc xây dựng bài toán dựa trên một tam giác đều rồi tam giác vuông và cuối cùng là một tam giác bất kì. Là một giáo viên dạy toán, việc nhìn ra hướng tổng quát để xây dựng các bài toán tương tự nhằm tạo ra cho bản thân một ngân hàng đề là hết sức cần thiết. Như vậy các bạn chỉ cần thay đổi số đo cạnh là có thể có nhiều bài tập hay. Sau đây là một số ví dụ phát triển theo hướng tổng quát dựa vào một tam giác thường:

**Bài 1.** Cho các số thực 

Chứng minh rằng: .

**Bài 2.** Cho a, c là các số thực dương và các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện .

Chứng minh rằng: .

**Bài 3.** Cho các số thực 

Chứng minh rằng: .

**Bài 4.** Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác và các số thực x, y, z thỏa mãn .

Chứng minh rằng: .

Các bạn hãy thử nhé. Tiếp theo ta cùng nhìn vấn đề sang tứ giác.

**2.2.2 Xây dựng bất đẳng thức từ diện tích tứ giác**

**Bài toán dẫn xuất 1**.

|  |
| --- |
| Cho các số .  Chứng minh rằng: . |

**Tóm tắt lời giải**

Xét hình vuông ABCD có cạnh bằng 1, lấy M, N, P, Q như hình vẽ



Đặt a = QA, b = MB, c = NC, d = PD. Ta có đánh giá sau



Dấu đẳng thức xảy ra khi a = c = 1; b = d = 0…

**Lời bình**

Cũng xuất phát từ việc phân chia hình vuông và sử dụng đánh giá về diện tích ta xây dựng được bất đẳng thức như trên. Hoàn toàn tương tự ta có thể sáng tạo ra nhiều bài toán khác. Cũng có thể thay thế việc xét một hình vuông thành việc xét một hình thoi mà ta vẫn có lời giải tương tự. Sau đây là các bài toán cùng loại:

**Bài 1.** Cho các số .

Chứng minh rằng: .

**Bài 2.** Cho các số .

Chứng minh rằng: .

**Bài toán dẫn xuất 2**.

|  |
| --- |
| Cho các số .  Chứng minh rằng: . |

**Tóm tắt lời giải**

Xét hình chữ nhật ABCD có cạnh bằng AB = 2, AD = 1, lấy M, N, P, Q như hình vẽ



Đặt a = QA, b = MB, c = NC, d = PD. Ta có đánh giá sau



**Lời bình**

Cũng giống như bài toán dẫn xuất 1 trong việc phân chia đánh giá diện tích, song ở bài toán này ta thấy vai trò a, b, c, d đã không hoàn toàn như nhau. Do đó dựa vào vai tró a, c và b, d ta đi xét hình chữ nhật. Cũng có thể thay thế việc xét một hình chữ nhật thành việc xét một hình bình hành mà ta vẫn có lời giải tương tự. Sau đây là các bài toán cùng loại:

**Bài 1.** Cho các số .

Chứng minh rằng: .

**Bài 2.** Cho các số .

Chứng minh rằng: .

Xin mời bạn đọc hãy thử nghĩ hướng tổng quát cho một tứ giác nội tiếp nhé. Cũng vì trình độ và điều kiện thời gian có hạn nên tôi chưa trình bày trong bài viết này được mong bạn đọc thông cảm.

Qua các ví dụ trên ta thấy việc sáng tạo và chứng minh bất đằng thức cho lời giải ngắn gọn, đơn giản, những kĩ năng đòi hỏi phải linh hoạt, khéo léo.

**Phần 3: Kết luận**

**1. Kết quả thu được**

**1.1 Về nội dung**

a) Trình bày phương pháp xây dựng bất đẳng thức từ diện tích tam giác.

b) Trình bày phương pháp xây dựng bất đẳng thức từ diện tích tứ giác.

**1.2 Kết quả khảo sát**

Trên thực tế tôi đã áp dụng sáng kiến trên trong công tác bồi dưỡng học sinh giỏi cũng mang lại hiệu quả tích cực và đặc biệt là sự thích thú khi các em tự ra được đề.

**2. Lời kết**

Bài viết này là sự tổng hợp một số kinh nghiệm ít ỏi của bản thân, mong phần nào đó giúp bạn đọc và đồng nghiệp cảm thấy có ích trong việc học tập và nghiên cứu cũng như trong giảng dạy môn toán. Trong quá trình thực hiện chuyên đề này dù đã rất cố gắng cũng như được sự góp ý của các đồng nghiệp và tổ nhóm chuyên môn, song chắc chắn không tránh khỏi những hạn chế, rất mong tiếp tục được sự góp ý của bạn đọc và các đồng nghiệp để bài viết của tôi được hoàn thiện hơn.

Tôi xin trân trọng cảm ơn!

**MỤC LỤC**

Trang

**Phần 1: Lý do chọn đề tài**

**1.1: Cơ sở khoa học ….**……………………………………………………...2

**1.2: Cơ sở thực tiễn ….**……………………………………………………...2

**Phần 2: Giải quyết vấn đề**

**2.1 Cơ sở lý thuyết**…………………………………………………………...3

**2.2 Áp dụng**………………………………………………………………….**.**3

**2.2.1 Xây dựng bất đẳng thức từ diện tích tam giác**……………….3

**2.2.2 Xây dựng bất đẳng thức từ diện tích tứ giác** ………………...7

**Phần 3: Kết luận** ………………………………………………………..11

**Mục lục:** ……………………………………………………………………. 12