**ĐỒNG DƯ THỨC**

1. Định nghĩa : Cho  a được gọi là đồng dư với b theo modunlo m nếu a và b có cùng số dư khi chia cho m. Kí hiệu là : 

Vậy  

2. Tính chất : Cho  thì :

a. Tính chất phản xạ : 

b. Tính chất đối xứng : 

c. Tính chất bắc cầu : 

d. 

e. 

f. 

g.  với 

h. 

k. 

3. Định lý Fermat nhỏ: Cho a là số nguyên và p là số nguyên tố, khi đó : 

+) Đặc biệt: Nếu 

4. Các dạng toán

**Dạng 1 : Tìm số dư của phép chia**

Bài 1: Tìm số dư

a.  cho 15 b.  cho 7

c.  cho 9 d.  cho 13

e.  cho 12 f.  cho 11 và 13

Lời giải

a. Ta có: 

Lại có: 

Từ (1)(2) 

b. Ta có: 

Lại có: 

 chia cho 7 dư 5

c. Ta có: 

Vậy số dư là : 4

d. Ta có: 



e. Ta có: 



Từ (1)(2)  chia cho 12 dư 2

f. Ta có: 



+) 



Bài 2: Chứng minh rằng

a.  chia hết cho 31 b.  chia hết cho 7

c.  chia hết cho 2016

Lời giải

a. 

 chia hết cho 31

b. Ta có: 

Lại có : 

Từ (1)(2) 

Mặt khác : 

Từ (3)(4) 

c. Ta có: 





Bài 3: Chứng minh rằng :  chia hết cho 19 với mọi số tự nhiên n

Lời giải

Ta có: 

Lại có : 



Bài 4: Chứng minh rằng : 

Lời giải

Ta có: 

Lại có: 



Bài 5: Tìm số dư :  chia cho 3 và 5

Lời giải

Ta có: 

 chia 3 dư 2

+) Lại có: 





Vậy A chia 5 dư 2

Bài 6: Chứng minh rằng

a.  chia hết cho 11 b.  chia hết cho 30

c.  chia hết cho 7 d.  chia hết cho 2014

Lời giải

a. 



b. 



c. 



Có: 

d. Ta có : 



Bài 7: Tìm số dư trong phép chia  chia cho 111

Lời giải

Ta có: 

 chia 111 dư 25.

Bài 8: Sử dụng định lý Fermat nhỏ

Chứng minh rằng : 

Lời giải

Vì 7 là số nguyên tố nên (10,7) = 1 nên theo định lý Fermat nhỏ ta có :



Với mọi số tự nhiên n khác 0 thì : 

Đặt 



Bài 9: Sử dụng định lý Fermat nhỏ

Chứng minh rằng : 

Lời giải

Vì 11 là số nguyên tố nên theo định lý Fermat nhỏ ta có : 



Áp dụng kết quả trên ta được : 

Bài 10: Chứng minh rằng : 

Lời giải

Ta có : 

Ta cần chứng minh : 

+) Nếu 

+) Nếu 

+) Nếu 

Vậy 

Bài 11: Chứng minh rằng : 

Lời giải

Ta có : 

+) Có : 

+) 

+) 



+) 

Đặt 

Vậy 

Bài 12: Chứng minh rằng :  ( Có 100 chữ số 7 )

Lời giải

Ta có : 20 = 4. 5

Đặt 



Ta có : 



Bài 13: Chứng minh rằng : 

Lời giải

+) 

+) 

+) 

+) 

Vậy A luôn chia hết cho 5 khi n không chia hết cho 4

Bài 14: Chứng minh rằng : 

Lời giải



Bài 15: Chứng minh rằng : 

Lời giải



+) Với n = 2 luôn đúng

+) Xét với n > 2



Ta có nhận xét sau : 



Bài 16: Chứng minh rằng : 

Lời giải

Ta có : 

+) 

+)

Vậy 

Bài 17: Giả sử  là các số tự nhiên thỏa mãn : 

Tìm số dư khi chia  cho 30

Lời giải

Ta có : 

Có : 

Mặt khác : 

Vậy số dư là 25

**Dạng 2: Tìm chữ số tận cùng của một sô**

**Bài 1:** Tìm chữ số tận cùng của

a.  b.  c. 

Lời giải

a. Ta có : 

Lại có : 

Vậy  có tận cùng là 9

b. 

Vậy tận cùng là 6

c.  có tận cùng là 6