

Bài 9. Giới hạn dãy số

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = a$. Khi đó:

a) Giá trị a lớn hơn 0.b) Ba số $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 2c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 3 nghiệm*d) Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = -6$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(2 + \frac{1}{n} \right)}{n \left(-3 + \frac{2}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{-3 + \frac{2}{n}} = \frac{-2}{3}$$

a) Ta có:

b) Ba số $-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 1c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 2 nghiệmd) Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = -6$

Câu 2. Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = a$. Khi đó:

*a) Giá trị a nhỏ hơn 0.*b) $x = a$ là trục đối xứng của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$ *c) Phương trình lượng giác $\sin x = a$ vô nghiệmd) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = 6$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(5 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(\frac{1}{n^2} - 2 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n^2} - 2} = -\frac{5}{2}$$

a) Ta có:

b) parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$ nhận $x = -\frac{5}{2}$ làm trục đối xứngc) Phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{5}{2}$ vô nghiệm

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d=3$ và $u_1=a$, thì $u_3=u_1+(3-1)d=-\frac{5}{2}+2.3=\frac{7}{2}$

Câu 3. Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{3n^3-3n+3}=a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{4n^4-n^2+3}}=b$. Khi đó:

a) Giá trị a nhỏ hơn 0.

*b) Giá trị b lớn hơn 0.

*c) Phương trình lượng giác $\cos x=a$ có một nghiệm là $x=\frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d=b$ và $u_1=a$, thì $u_3=\frac{3}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{3n^3-3n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}}{3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{3} = 0$$

a) Ta có:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{4n^4-n^2+3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}{n^2 \sqrt{4-\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^4}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}{\sqrt{4-\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^4}}} = \frac{1}{2}$$

b) Ta có:

c) Phương trình lượng giác $\cos x=0$ có một nghiệm là $x=\frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d=\frac{1}{2}$ và $u_1=0$, thì $u_3=0+2.\frac{1}{2}=1$

Câu 4. Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3-5n+9)=a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n+3}{1+3 \cdot 4^{n+1}}=b$. Khi đó:

a) Tích $a.b=3$

*b) Hàm số $y=\sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D(a;1]$

*c) Giá trị b là số lớn hơn 0

d) Phương trình lượng giác $\cos x=b$ vô nghiệm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3-5n+9) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(-2 - \frac{5}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right) = -\infty$$

Ta có:

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-2 - \frac{5}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right) = -2 \end{cases}$$

do

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n+3}{1+3 \cdot 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n+3}{1+12 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n \left(1 + \frac{3}{4^n} \right)}{4^n \left(\frac{1}{4^n} + 12 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{4^n}}{\frac{1}{4^n} + 12} = \frac{1}{12}$$

a) Tích $a.b=-\infty$

b) Hàm số $y = \sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D(-\infty; 1]$

c) Giá trị $\frac{1}{12}$ là số lớn hơn 0

d) Phương trình lượng giác $\cos x = \frac{1}{12}$ có nghiệm

Câu 5. Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = b$. Khi đó:

*a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-3n^2 + \frac{1}{n} \right) = a$

*b) $x = b$ là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x$ với trục hoành

*c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2024} \right)^n = b$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = b$, thì $u_3 = 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(-3n^2 + \frac{1}{n} \right)}{n \left(2 + \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{5}{n}} = -\infty$$

Ta có:

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-3n^2 + \frac{1}{n} \right) = -\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{5}{n} \right) = 2 \end{cases}$$

do

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 25^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{25^n \cdot \left(\frac{-1}{5} \right)^n}{25^n \left[\left(\frac{2}{25} \right)^n + 1 \right]} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{-1}{5} \right)^n}{\left(\frac{2}{25} \right)^n + 1} = 0$$

Câu 6. Tính được các giới hạn sau, khi đó:

*a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3} \right)^n = 0$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(\sqrt{2})^n} = -\infty$

*c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} = 0$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} 4 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3} \right)^n = 0 \quad \left(\text{do } \frac{2}{3} < 1 \right)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(\sqrt{2})^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n = 0 \quad \left(\text{do } \frac{1}{\sqrt{2}} < 1 \right)$

c) $\lim \frac{1}{n^3} = 0$

d) $\lim 4 = 4$

Câu 7. Tính được các giới hạn sau, khi đó:

a) $\lim(\sqrt{3})^n = -\infty$

b) $\lim \pi^n = 0$

*c) $\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$

*d) $\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = -\infty$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) $\lim(\sqrt{3})^n = +\infty$ (do $\sqrt{3} > 1$)

b) $\lim \pi^n = +\infty$ (do $\pi > 1$)

c) $\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = \lim n^3 \cdot \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = +\infty$

Vì $\begin{cases} \lim n^3 = +\infty \\ \lim \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = 1 > 0 \end{cases}$

d) $\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = \lim n^4 \cdot \left(-1 + \frac{5}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = -\infty$

Vì $\begin{cases} \lim n^4 = +\infty \\ \lim \left(-1 + \frac{5}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = -1 < 0 \end{cases}$

Câu 8. Viết được các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta được: $0,212121\ldots = \frac{a}{b}$;

$4,333\ldots = \frac{c}{d}$. Khi đó:

*a) $a + b = 40$

b) Ba số $a; b; 58$ tạo thành một cấp số cộng

c) $c + d = 15$

*d) $\lim c = 13$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $0,212121\ldots = 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + \ldots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu 0,21 và công bội $\frac{1}{100}$.

$$0,212121\ldots = 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + \ldots = \frac{0,21}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{7}{33}$$

Vì vậy

Ta có: $0,333\ldots = 0,3 + 0,03 + 0,003 + \ldots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là 0,3 và công bội là $\frac{1}{10}$.

$$4,333\ldots = 4 + 0,3 + 0,03 + 0,003 + \ldots = 4 + \frac{0,3}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{13}{3}$$

Vì vậy

$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots \quad \text{và} \quad T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{3^n} + \ldots \quad \text{Khi}$$

Câu 9. Tìm được tổng của cấp số nhân lùi vô hạn sau:
đó:

*a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q = -\frac{1}{2}$.

*b) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{3^n} + \ldots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q = \frac{1}{3}$.

c) $S > T$

*d) $S = \frac{1}{T}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội

$$q = -\frac{1}{2}. \Rightarrow S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \ldots = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

b) Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội

$$q = \frac{1}{3}. \quad T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{3^n} + \ldots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

Vì vậy

Câu 10. Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó:

*a) $a + b = 8$

b) $a - b = -7$

*c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$

*d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\lim u_n = \lim \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}} = \lim \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{7}\right)^n + 3 \left(\frac{3}{7}\right)^n}{7 + \frac{1}{5} \left(\frac{5}{7}\right)^n} = \frac{1}{7}$$

Ta có

Do đó suy ra $a = 1, b = 7 \Rightarrow a + b = 8$.

---HẾT---