|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT THANH OAI | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎi TOÁN 9**  **Thời gian: 150 phút.** |

**Bài 1.** (5 điểm)

Cho biểu thức: P = 

với x > 0; x 1.

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.

2. Tính P khi x = .

3. Tìm x để P < .

**Bài 2.** (4 điểm)

1. Cho x, y là 2 số thực dương thoả mãn:

(x + y)2 + 7(x + y) + y2 + 10 = 0.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = x + y + 1.

2. Giải phương trình:



**Bài 3.** (4 điểm)

1. Cho  Tính giá trị biểu thức

Q = .

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

2x2 + y2 + 3xy + 3x + 2y + 2 = 0.

**Bài 4.** (6 điểm)

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O, R). Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE tới đường tròn đó (B,C là 2 tiếp điểm, D nằm giữa A và E). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

1. Chứng minh 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc 1 đường tròn.

2. Chứng minh AH.AO = AD.AE.

3. Tiếp tuyến tại D của (O) cắt AB, AC lần lượt tại M và N. Biết OA = 6cm; R = 3,6cm. Tính chu vi AMN.

4. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB,AC lần lượt tại I và K. Chứng minh MI + NK  IK.

**Bài 5.** (1 điểm)

Cho x, y  R, x0, y0. Chứng minh:

.

|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT THANH OAI | **HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **Năm học 2013-2014.**  **Môn thi: Toán** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bài** | **Nội dung** | **Điểm** |
| Bài 1  (5 điểm) | 1.  P =  = ..... =  2. Tĩnh x = ..... = 4  Thay x = 4 tính P = 7  3. P <   và x > 0, x 1.  ....  < 0  Lập bảng xét dấu .... Kết luận < x < 4 và x 1. | 2đ  0,5đ  1đ  1đ  0,5đ |
| Bài 2  (4 điểm)  Bài 3  (4 điểm) | 1. (x + y)2 + 7(x + y) + y2 + 10 = 0.  ....x2 + y2 + 1 + 2xy + 2x + 2y + 5x + 5y + 5 + 4 = - y2  (x + y +1)2 + 5(x + y +1) + 4 = - y2  A2 + 5A + 4 = - y2  Vì - y2  0 nên A2 + 5A + 4  0.  (A + 1)(A + 4)  0  -4.  Vậy maxA = -1, minA= -4.  2. ĐK 0 < x  4  Đặt = a,  = b  a2 + b2 = 4. (a > 0, b > 0)    .........  Vì a > 0, b > 0  2 + ab > 0  a - b =   a2 - 2ab - b2 = 2  2ab = 2  ab = 1    (TM).  1. Ta có a + b + c  vì nếu a + b + c = 0 thế vào giả thiết ta có  (vô lí).  Khi a + b + c  ta có      + a + b + c = a + b + c  = 0 Q = 0.  2. Giải phương trình nghiệm nguyên.  2x2 + y2 + 3xy + 3x + 2y + 2 = 0.  .........(2x + y + 1)(x + y + 1) = -1  2x + y + 1 và x + y + 1 là các ước của -1  TH 1:  TH 2:  Kết luận (x,y) = (2; -4) hoặc (-2; 2) | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,75đ  0,5 đ  0,5 đ  0,25 đ |
| Bài 4 | 1. Chứng minh OBAB, OCAC (theo tính chất tiếp tuyến)    B và C cùng thuộc đường tròn đường kính OA  4 điểm A, B,O, C cùng thuộc một đường tròn.  2. Chứng minh OBAB  Chứng minh OABC tại H  AB2 = AH.AO (1)  Chứng minh đồng dạng với  AB2 = AE.AD (2)  Từ (1) và (2)  AH.AO = AE.AD  3. Tính AB = 4,8cm  Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau suy ra  AB = AC, MD = MB, ND = NC  Chu vi AMN là:  AM + AN + MN = AM +AN + MD +DN  = AM +AN + MB + NC  = AB + AC = 2AB = 9,6cm.  4. Chứng minh IK//BC  Và AB = AC  AI = AK  AIK cân tại A và OI = OK =  Theo t/c hai tiếp tuyến cắt nhau suy ra:    Tứ giác MNKI có    Đồng thời có:    đồng dạng với  .  Áp dụng BĐT Cosi: | 1,25đ  0,75đ  0,75đ  0,25đ  0,5đ  0,25đ  0,75đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| Bài 5  (1điểm) | (1)  (2)  Đặt a =  a2 =  BĐT (2) trở thành a2 - 3a + 20 (a - 2)(a + 1)  0.  Lập bảng xét dấu suy ra:  Từ  a nằm trong miền nghiệm của bất phương trình đã xét. Vậy a thoả mãn a2 - 3a + 20  (1) đúng  Vậy  ***Lưu ý****: HS làm cách khác đúng cho điểm tối đa*  *Chứng minh hình phải có lập luận, căn cứ chặt chẽ mới cho điểm tối đa.* | 0,5đ  0,5đ |