

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=1$ và $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $BC=\sqrt{2}$. B. $BC=1$. C. $BC=\sqrt{3}$. D. $BC=2$.

Câu 2: Cho ΔABC có $AB=5, \hat{A}=40^\circ, \hat{B}=60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

- A. 3,7. B. 3,3. C. 3,5. D. 3,1.

Câu 3: Cho ΔABC có $a=6, b=8, c=10$. Diện tích S của tam giác trên là:

- A. 48. B. 24. C. 12. D. 30.

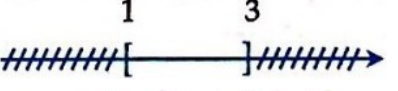
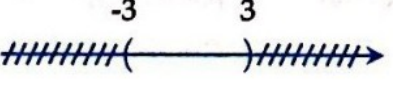
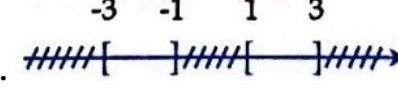
Câu 4: Liệt kê các phần tử của phần tử tập hợp $X=\{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

- A. $X=\{0\}$ B. $X=\{1\}$ C. $X=\left\{\frac{3}{2}\right\}$ D. $X=\left\{1; \frac{3}{2}\right\}$

Câu 5: Cho tập hợp $A=\{0; 3; 4; 6\}$. Số tập hợp con gồm hai phần tử của A là:

- A. 12 B. 8 C. 10 D. 6

Câu 6: Cho tập hợp $X=\{x \mid x \in \mathbb{R}, 1 \leq |x| \leq 3\}$ thì X được biểu diễn là hình nào sau đây?

- A.  B. 
C.  *D. 

Câu 7: Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\tan(180^\circ + a) = -\tan a$ B. $\cos(180^\circ + a) = -\cos a$
C. $\sin(180^\circ + a) = \sin a$ D. $\cot(180^\circ + a) = -\cot a$

Câu 8: $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

- A. $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{1}{3}$

Câu 9: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- a) Trời rét quá!
b) Việt Nam nằm ở khu vực Đông Nam Á.
c) $10 - 2 + 4 = 4$.
d) Năm 2020 là năm nhuận.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3)>2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(0;0)$ B. $(1;1)$ C. $(-1;1)$ D. $(2;5)$

Câu 11: Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-1>0 \\ 5x-y+4<0 \end{cases}$?

- A. $(-1;4)$. B. $(-2;4)$. C. $(0;0)$. D. $(-3;4)$.

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Câu 12: Cho hệ bất phương trình . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kẻ cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.

B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kẻ cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

- (I) $(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 5y < 5 \\ -3x - y \leq -7 \end{cases}$
- (II) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$
- (III) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + 5y > 1 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$
- (IV) $(0; 0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y > 3 \\ -x + 3y \leq 5 \\ 3x - y \geq 7 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam giác ABC biết $a = 8dm, \hat{B} = 45^\circ, \hat{C} = 60^\circ$. Khi đó:

- (I) $\hat{A} = 75^\circ$
- (II) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
- (III) $b \approx 5,26(cm)$
- (IV) $c \approx 3,17(cm)$

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó:

- (I) $\cos \alpha > 0$
- (II) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- (III) $\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$
- (IV) $\cot \alpha = 2\sqrt{2}$

Câu 4: Lớp $10A$ có tất cả 40 học sinh trong đó có 13 học sinh chỉ thích đá bóng, 18 học sinh chỉ thích chơi cầu lông và số học sinh còn lại thích chơi cả hai môn thể thao nói trên. Khi đó:

- (I) Có 9 học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá?
- (II) Có 22 học sinh thích bóng đá?
- (III) Có 26 học sinh thích cầu lông?
- (IV) Có 27 học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá?

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

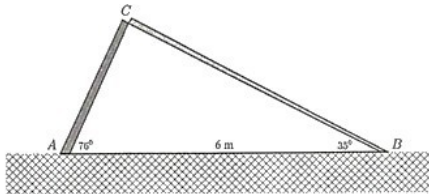
Câu 1: Bạn *A* Súa thống kê số ngày có mưa, có sương mù ở bản mình trong tháng 3 vào một thời điểm nhất định và được kết quả như sau: 14 ngày có mưa, 15 ngày có sương mù, trong đó 10 ngày có cả mưa và sương mù. Hỏi trong tháng 3 đó có bao nhiêu ngày không có mưa và không có sương mù?

Câu 2: Tháng 3 có 31 ngày nên số ngày không có mưa và không có sương mù trong tháng 3 đó là: $31 - 19 = 12$ (ngày). Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xưởng,... Xí nghiệp đã nhập về 600 kg bột mì và 240 kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120 g bột mì, 60 g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160 g bột mì và 40 g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất. Xí nghiệp sẽ sản xuất x bánh nướng và y bánh dẻo. Khi đó $x - y$ bằng

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $A = 3\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 3\cos 60^\circ + 10\cos 180^\circ$;

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Câu 5: Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6\text{ m}$, hai góc $\hat{EAB} = 76^\circ, \hat{EBA} = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây)?



Câu 6: Một cửa hàng bán hai loại gạo, loại I mỗi tạ lãi 200000 đồng, loại II bán mỗi tạ lãi 150000 đồng. Giả sử cửa hàng bán x tạ gạo loại I và y tạ gạo loại II. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng đó thu được số lãi lớn hơn 10000000 đồng và biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ có dạng $ax + by = cz$ (a, b, c, z là các số nguyên dương). Khi đó $a + b + c + z$ bằng:

-----**Hết**-----

-Thí sinh không sử dụng tài liệu

-Giám thị không giải thích gì thêm

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=1$ và $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $BC=\sqrt{2}$. B. $BC=1$. *C. $BC=\sqrt{3}$. D. $BC=2$.

Hướng dẫn giải

Theo định lý cosin ta có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos 60^\circ}$
 $=\sqrt{2^2+1^2-2.2.1.\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB=5, \hat{A}=40^\circ, \hat{B}=60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

- A. 3,7 *B. 3,3 C. 3,5 D. 3,1

Hướng dẫn giải

$$\hat{C}=180^\circ-\hat{A}-\hat{B}=180^\circ-40^\circ-60^\circ=80^\circ$$

Áp dụng định lý sin: $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC=\frac{AB}{\sin C}.\sin A=\frac{5}{\sin 80^\circ}\sin 40^\circ \approx 3,3$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có $a=6, b=8, c=10$. Diện tích S của tam giác trên là:

- A. 48. *B. 24. C. 12. D. 30.

Hướng dẫn giải

Ta có: Nửa chu vi $\triangle ABC$: $p=\frac{a+b+c}{2}$

Áp dụng công thức Hê-rông: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)}=24$

Câu 4: Liệt kê các phần tử của phần tử tập hợp $X=\left\{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2-5x+3=0\right\}$.

- A. $X=\{0\}$ B. $X=\{1\}$ C. $X=\left\{\frac{3}{2}\right\}$ *D. $X=\left\{1; \frac{3}{2}\right\}$

Hướng dẫn giải

Vì phương trình $2x^2-5x+3=0$ có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{2} \in \mathbb{R} \end{cases}$ nên $X=\left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 5: Cho tập hợp $A=\{0;3;4;6\}$. Số tập hợp con gồm hai phần tử của A là:

- A. 12 B. 8 C. 10 *D. 6

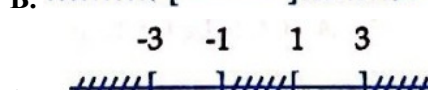
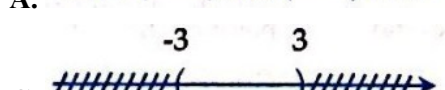
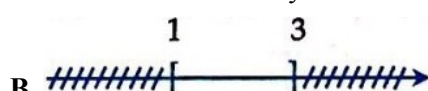
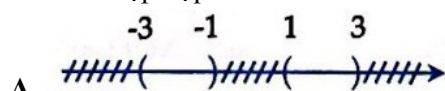
Hướng dẫn giải

Mỗi tập con gồm hai phần tử của A là:

$$\{0;3\}, \{0;4\}, \{0;6\}, \{3;4\}, \{3;6\}, \{4;6\}$$

$$X = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 1 \leq |x| \leq 3\}$$

Câu 6: Cho tập hợp X được biểu diễn là hình nào sau đây?



Hướng dẫn giải

$$1 \leq |x| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \geq 1 \\ |x| \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-3; -1] \cup [1; 3]$$

Giải bất phương trình:

Câu 7: Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\tan(180^\circ + a) = -\tan a$

*B. $\cos(180^\circ + a) = -\cos a$

C. $\sin(180^\circ + a) = \sin a$

D. $\cot(180^\circ + a) = -\cot a$

Hướng dẫn giải

Lý thuyết “cộng hơn kém 180° ”

Câu 8: $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

*A. $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $-\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

$$\cot \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2$$

Ta có

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Suy ra

Câu 9: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a) Trời rét quá!

b) Việt Nam nằm ở khu vực Đông Nam Á.

c) $10 - 2 + 4 = 4$.

d) Năm 2020 là năm nhuận.

A. 1.

B. 2.

*C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Câu b), câu c) và câu d) là mệnh đề.

Câu a) là câu cảm thán nên không phải là mệnh đề.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0; 0)$

B. $(1; 1)$

C. $(-1; 1)$

*D. $(2; 5)$

Hướng dẫn giải

$$4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9 \Leftrightarrow 4x - 4 + 5y - 15 > 2x - 9 \Leftrightarrow 2x + 5y - 10 > 0$$

Ta có:

Để thấy tại điểm $(2; 5)$ ta có: $2.2 + 5.5 - 10 > 0$

Câu 11: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1; 4)$.

B. $(-2; 4)$.

*C. $(0; 0)$.

D. $(-3; 4)$.

Hướng dẫn giải

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; 0)$ không thỏa mãn hệ.

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Câu 12: Cho hệ bất phương trình . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

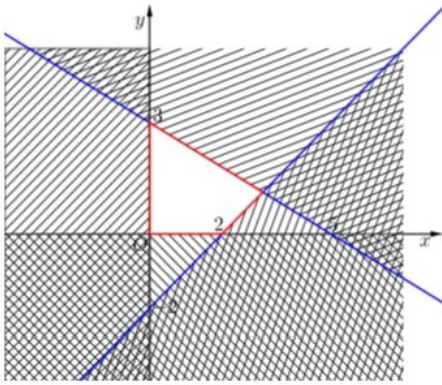
A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kẻ cả các cạnh với $A(0; 3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2; 0)$ và $O(0; 0)$.

*B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kẻ cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Hướng dẫn giải



Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$(d_1): x - y = 2$

$(d_2): 3x + 5y = 15$

$(d_3): x = 0$

$(d_4): y = 0$

Miền nghiệm là phần không bị gạch, kẻ cả biên.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau?

(I) $(3; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 5y < 5 \\ -3x - y \leq -7 \end{cases}$

(II) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$

(III) $(3; -1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + 5y > 1 \\ 3x + y > 5 \end{cases}$

(IV) $(0;0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình

Hướng dẫn giải

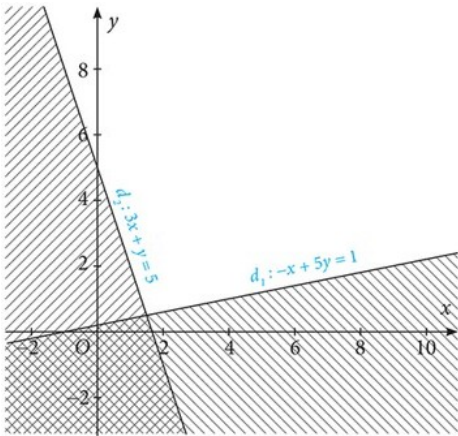
(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Sai
----------	-----------	------------	----------

(I) Thay $(3;-1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x+5y < 5 \\ -3x-y \leq -7 \end{cases}$ ta được:

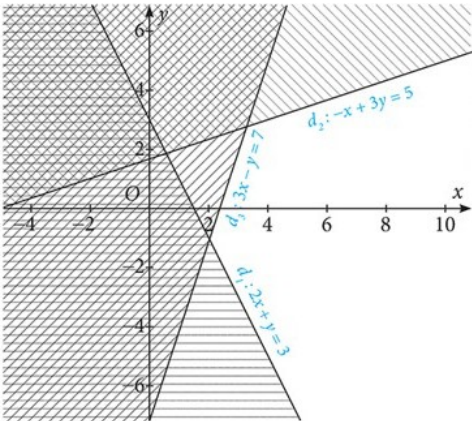
$\begin{cases} 3+5(-1) < 5 \\ -3.3-(-1) \leq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 5 \\ -8 \leq -7 \end{cases}$ (đúng). Vậy $(3;-1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình.

(II) Thay $(3;-1)$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 5 \\ y < 4 \\ x+y \leq 10 \end{cases}$ ta được: $\begin{cases} 3 > 5 \\ -1 < 4 \\ 3-1 \leq 10 \end{cases}$ (vô lí). Vậy $(3;-1)$ không là một nghiệm của hệ bất phương trình.

(III) Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x+5y > 1 \\ 3x+y > 5 \end{cases}$ là miền không bị gạch ở hình sau (không kể bờ d_1, d_2):



(IV) Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+y > 3 \\ -x+3y \leq 5 \\ 3x-y \geq 7 \end{cases}$ là miền không bị gạch ở hình sau (không kể bờ d_1):



Câu 2: Cho tam giác ABC biết $a=8dm, \hat{B}=45^\circ, \hat{C}=60^\circ$. Khi đó:

(I) $\hat{A}=75^\circ$

$$(II) \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$(III) b \approx 5,26(cm)$$

$$(IV) c \approx 3,17(cm)$$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
----------	-----------	-----------	----------

Trong ΔABC ta có: $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{8}{\sin 75^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$$

$$Do \text{ đó, } b = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 5,86(cm); c = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 7,17(cm)$$

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó:

$$(I) \cos \alpha > 0$$

$$(II) \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$(III) \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$(IV) \cot \alpha = 2\sqrt{2}$$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Sai
---------	-----------	------------	----------

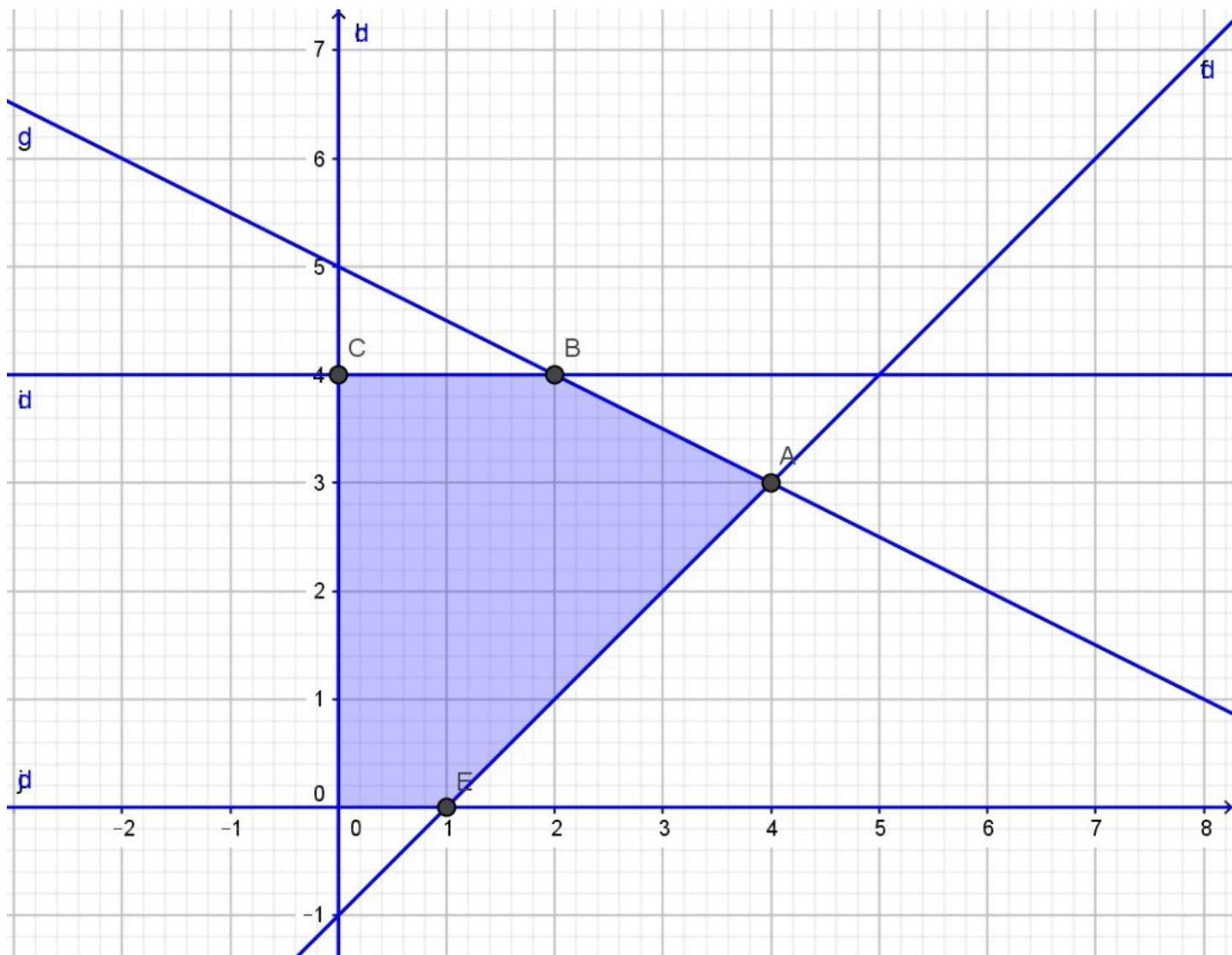
(I) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(II) Ta có:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

(III) Do đó:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4;3), B(2;4), C(0;4), E(1;0)$

Ta có: $F(4;3)=10$ $F(2;4)=10$ $F(0;4)=8$ $F(1;0)=1$ $F(0;0)=0$

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

Câu 4: Lớp 10A có tất cả 40 học sinh trong đó có 13 học sinh chỉ thích đá bóng, 18 học sinh chỉ thích chơi cầu lông và số học sinh còn lại thích chơi cả hai môn thể thao nói trên. Khi đó:

- (I) Có 9 học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá?
- (II) Có 22 học sinh thích bóng đá?
- (III) Có 26 học sinh thích cầu lông?
- (IV) Có 27 học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá?

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
----------	-----------	-----------	----------

(I) Số học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá: $40 - (18 + 13) = 9$ (học sinh).

(II) Số học sinh thích bóng đá: $13 + 9 = 22$ (học sinh).

(III) Số học sinh thích cầu lông: $18 + 9 = 27$ (học sinh).

(IV) Số học sinh thích chơi cả hai môn cầu lông và bóng đá: $40 - (18 + 13) = 9$ (học sinh).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bạn A Sủa thống kê số ngày có mưa, có sương mù ở bản mình trong tháng 3 vào một thời điểm nhất định và được kết quả như sau: 14 ngày có mưa, 15 ngày có sương mù, trong đó 10 ngày có cả mưa và sương mù. Hỏi trong tháng 3 đó có bao nhiêu ngày không có mưa và không có sương mù?

Hướng dẫn giải

Gọi A, B lần lượt là tập hợp các ngày có mưa, có sương mù. Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp các ngày có cả mưa và sương mù, $A \cup B$ là tập hợp các ngày hoặc có mưa hoặc có sương mù.

Ta có: $n(A)=14, n(B)=15, n(A \cap B)=10$

Số ngày hoặc có mưa hoặc có sương mù là:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 14 + 15 - 10 = 19 \text{ (ngày)}.$$

Câu 2: Tháng 3 có 31 ngày nên số ngày không có mưa và không có sương mù trong tháng 3 đó là: $31 - 19 = 12$ (ngày).

Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, lạp xưởng,... Xí nghiệp đã nhập về 600 kg bột mì và 240 kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120 g bột mì, 60 g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160 g bột mì và 40 g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng, để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi nhuận cao nhất. Xí nghiệp sẽ sản xuất x bánh nướng và y bánh dẻo. Khi đó $x - y$ bằng

Hướng dẫn giải

Gọi x, y (chiếc) là số lượng bánh nướng, bánh dẻo mà xí nghiệp cần sản xuất. Trong đó $0 < x, 0 < y$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Khối lượng bột mì cần dùng là: $0,12x + 0,16y\text{ (kg)}$

Khối lượng đường cần dùng là: $0,06x + 0,04y\text{ (kg)}$

Ta có: $0,12x + 0,16y \leq 600$ hay $3x + 4y \leq 15000$;

$0,06x + 0,04y \leq 240$ hay $3x + 2y \leq 12000$

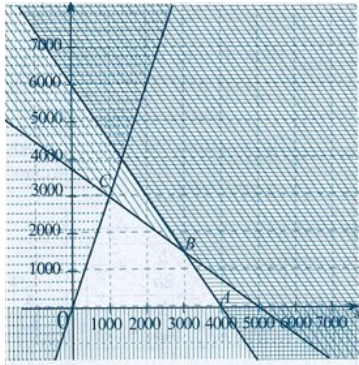
Số tiền lãi thu được là: $T = 8x + 6y$ (nghìn đồng). Bài toán đưa về, tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 4y \leq 15000 \\ 3x + 2y \leq 12000 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (V)$$

để $T = 8x + 6y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trước hết, ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (V).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với $O(0; 0), A(4000; 0), B(3000; 1500), C(1000; 3000)$



Tính giá trị của T tại các cặp số $(x; y)$ là toạ độ các đỉnh trên rồi so sánh các giá trị đó, ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 33000 (nghìn đồng) hay 33 triệu đồng tại $x = 3000; y = 1500$.

Vậy để đạt được tiền lãi cao nhất, xí nghiệp nên sản xuất 3000 chiếc bánh nướng và 1.500 chiếc bánh dẻo. Vậy $x - y = 1500$

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $A = 3\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 3\cos 60^\circ + 10\cos 180^\circ$;

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải

$$A = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot (-1) = -\frac{13}{2}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB=5, AC=8, \hat{A}=60^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác.
Hướng dẫn giải

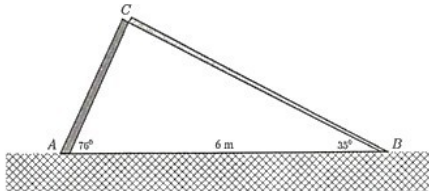
$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot \cos A=5^2+8^2-2\cdot 5\cdot 8\cdot \cos 60^\circ=49$$

$$\Rightarrow BC=7.$$

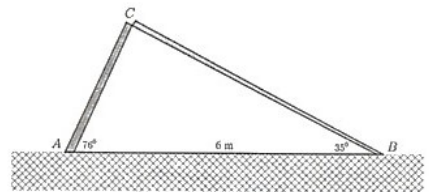
Áp dụng ðịnh lý sin ta có $\frac{BC}{\sin A}=2R\Rightarrow R=\frac{BC}{2\sin A}=\frac{7}{2\sin 60^\circ}=\frac{7\sqrt{3}}{3}.$

Áp dụng ðịnh lý cosin, ta có:

Câu 5: Một cái cây dạng thẳng ðứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai ðoạn thân bị gãy vẫn ðính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn ðo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy ðó ðược ðoạn thẳng nối từ gốc cây ðến ngọn cây (ðã ngã) là $AB=6m$, hai góc $\hat{E}AB=76^\circ, \hat{E}BA=35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng ðến tổng ðộ dài của cây)?



Hướng dẫn giải



Ta có: $\hat{C}=180^\circ-(\hat{A}+\hat{B})=180^\circ-(76^\circ+35^\circ)=69^\circ$

Theo ðịnh lý sin: $\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}\Rightarrow AC=\frac{AB\cdot \sin B}{\sin C}=\frac{6\cdot \sin 35^\circ}{\sin 69^\circ}\approx 3,69m$;

$$\Rightarrow BC=\frac{AB\cdot \sin A}{\sin C}=\frac{6\cdot \sin 76^\circ}{\sin 69^\circ}\approx 6,24m\Rightarrow AC+BC\approx 9,93m$$

Vậy chiều cao ban ðầu của cây xấp xỉ bằng $9,93m$.

Câu 6: Một cửa hàng bán hai loại gạo, loại I mỗi tạ lãi 200000 ðồng, loại II bán mỗi tạ lãi 150000 ðồng. Giả sử cửa hàng bán x tạ gạo loại I và y tạ gạo loại II. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y ðể cửa hàng ðó thu ðược số lãi lớn hơn 10000000 ðồng và biểu ðiển miền nghiệm của bất phương trình ðó trên mặt phẳng tọa ðộ có dạng $ax+by=cz$ (a, b, c, z là các số nguyên dương). Khi ðó $a+b+c+z$ bằng:

Hướng dẫn giải

Bất phương trình biểu ðiển mối liên hệ giữa x và y ðể cửa hàng thu ðược số lãi lớn hơn 10000000 ðồng là:
 $200000x+150000y>10000000\Leftrightarrow 4x+3y>200$

Vậy $a=4\ b=3\ c=200\ d=1$